

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

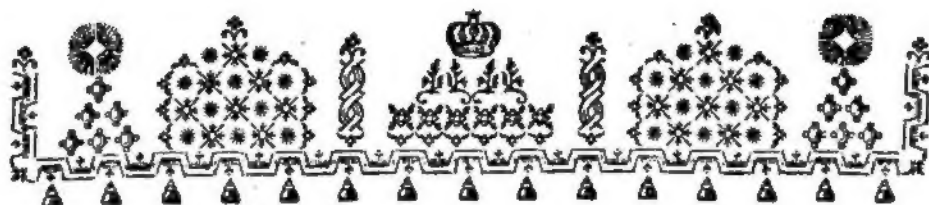
ANNEE MDCCLXI



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour et de l'Académie Royale.
MDCCLXVIII.

Imprimé
par ordre de l'Académie.





T A B L E.

C L A S S E

DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTABLE.

- C**onfidérations Dioptriques. Troisième Partie. *Application des principes de la théorie établie dans les deux premières Parties, à la pratique dans la construction des lunettes, pour obtenir la disposition la plus favorable des oculaires,* par M. le Comte DE REDERN. page 3
- Sur la résistance des fluides, par M. SULZER. 41
- Sur une espèce de prolifération très rare, arrivée au centre du pistille, dans une Iris monstrueuse, & sur une autre singulière dans un Lis blanc, par M. GLEDITSCH. 50
- Observations sur le squirre & les abcès du cerveau, avec l'explication physiologique & pathologique, par M. MECKEL. 59
- Courte Description d'un Monstre humain, par M. ROLOFF. 73

C L A S S E

D E M A T H É M A T I Q U E .

Remarque sur un beau rapport entre les séries des puissances tant directes que réciproques, par M. EULER.	83
Recherches sur la confusion des verres dioptriques causée par leur ouverture, par M. L. EULER.	107
Recherches sur les moyens de diminuer, ou de réduire même à rien, la confusion causée par l'ouverture des verres, par M. L. EULER.	147
Nouvelle maniere de perfectionner les verres objectifs des lu- nettes, par M. L. EULER.	181
Détermination du champ apparent que découvrent tant les télé- scopes que les microscopes, par M. L. EULER.	191
Regles générales pour la construction des télescopes & des mi- croscopes, par M. L. EULER.	201
Sur la perfection des lunettes astronomiques qui représentent les objets renversés, par M. L. EULER.	212
Recherches sur des lentilles objectives faites d'eau & de verre, qui représentent les objets distinctement & sans aucune con- fusion de couleurs, par M. J. A. EULER.	231

Mémoire *sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes circulaires & logarithmiques*, par M. LAMBERT.

265

C L A S S E
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Troisième Mémoire sur les Principes métaphysiques. *De l'usage légitime du Principe de la Raison suffisante*, par Mr. BEGUELIN.

325

Suite de la Psychocratie, ou de l'empire & du gouvernement de l'ame sur la multitude des êtres, simples comme elles, mais d'une nature inférieure à la sienne, dont le corps est composé. Quatrième hypothèse sur l'union du corps & de l'ame, par M. DE PREMONTVAL.

341

Fin de la Psychocratie.

371

C L A S S E
DE BELLES - LETTRES.

Réflexions *sur les Spectacles*, par M. FORMEY.

423

Seconde Dissertation, où il est parlé des Navigations de Tarscis,
&

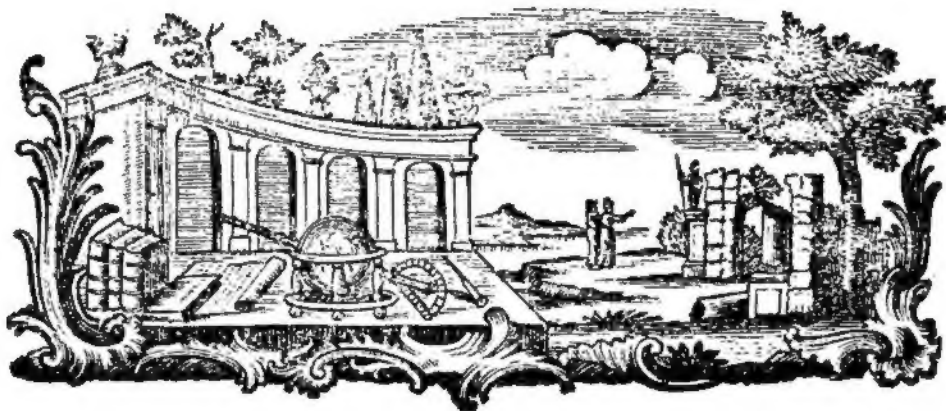
<i>Et par occasion de celles d'Ophir</i> , par M. DE FRAN. CHEVILLE.	439
Discours du Secrétaire perpétuel.	496
Eloge de M. ELLER.	498
Eloge de M. le Comte DE PODEWILS.	510
Eloge de M. BECMANN.	523



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
EXPÉRIMENTALE.*





CONSIDÉRATIONS DIOPTRIQUES.

TROISIÈME PARTIE.

APPLICATION DES PRINCIPES DE LA THÉORIE ÉTABLIE DANS LES DEUX PREMIÈRES PARTIES À LA PRATIQUE DANS LA CONSTRUCTION DES LUNETTES, POUR OBTENIR LA DISPOSITION LA PLUS FAVORABLE DES OCULAIRES *).

PAR M. LE COMTE DE REDERN.



Les objets étant transmis par les Lunettes à travers plusieurs lentilles, il est nécessaire de considérer leur nombre, leurs places, leurs distances, leurs ouvertures et la distance de l'objet, pour déterminer la route des rayons, les images qu'ils forment, et les points où ils les représentent.

A 2

Les

*) Voyez Tom. XVI. p. 3. & suiv.



Planche I.
Fig. 1.

Les images des objets dont la distance est infinie, sont formées par des raïons parallèles d, d , dans le foyer de la lentille même, d ; c'est le cas des Objectifs des lunettes.

Les images des objets dont la distance n'est pas infinie, mais plus éloignée que le foyer de la lentille, sont représentées au delà du foyer de la lentille, en a ; si les raïons a, a , dans l'incidence sont divergents en raison du produit de la distance de l'objet, ou du point dont ils partent $= b$, et du foyer de la lentille divisé par leur différence, $\frac{a b}{a-b}$; c'est le cas des Objectifs des Microscopes.

Si les raïons $c \& c$ dans l'incidence sont convergents, l'image tombe en dedans du foyer en c , en raison du produit de la distance de l'objet $\&$ du foyer divisé par leur somme $\frac{a b}{a+b}$.

Lorsque l'objet se trouve dans le foyer de la lentille, l'image est projetée à une distance infinie.

Si l'objet, ou le point d'où partent les rayons, est plus près que le foyer, l'image est représentée dans la même raison, mais en arriere, vers l'objet même, selon l'incidence convergente ou divergente des raïons $\frac{a b}{a+b}$ $\&$ $\frac{a b}{a-b}$; c'est encore le cas des Microscopes.

Ces éléments fixent les lieux où les images sont représentées, $\&$ la route des raïons.

Deux lentilles, par exemple, jointes d'un foyer égal positif, réduisent leurs foyers à la moitié, ou représentent l'image à la moitié de la distance de leurs foyers. Comme la seconde lentille est supposée jointe sans distance, $\&$ que l'incidence des raïons devient convergente à son égard; leur foyer commun, ou la distance de l'image, sera le foyer de la seconde lentille divisé par la somme des foyers des deux lentilles; $\&$ comme les foyers sont égaux, c'est la moitié du foyer $\frac{a}{2 a}$ ou $\frac{1}{2} a$.

Si la

Si la seconde lentille est à quelque distance, le foyer commun, ou le lieu de l'image, est comme le produit de cette distance & de son foyer divisé par la somme de la distance & du foyer.

De même, lorsque les deux lentilles sont, l'une d'un foyer positif, & l'autre d'un foyer négatif.

Si elles sont jointes, posons le foyer positif $= + 4$ pouces, le foyer négatif $= - 8$ pouces; le foyer commun, ou le lieu de l'image, sera

$$= \frac{-8}{+4-8} = \frac{-8}{-4} = + 2 \text{ pouces; si elles sont à quelque distance,}$$

à 2 pouces par exemple, c'est $= \frac{-8}{+2-8} \text{ pouces} = \frac{-8}{-6} = + 1\frac{1}{3}$ pouces.

Lorsqu'une lentille est placée de manière que l'image se trouve dans son foyer, qui est particulièrement le cas des oculaires et celui de la seconde lentille, dans la construction ordinaire des lunettes à 4 lentilles; la distance de l'image, si le foyer par exemple est b , devient infinie $= \frac{bb}{b-b}$ ou zero

; les rayons parallèles d'un objet éloigné à l'infini, forment l'image dans le foyer de la lentille; l'image présentée dans son foyer est projetée par conséquent par des rayons parallèles.

Mais les rayons terminateurs de l'image, dont le point lumineux qui fixe sa distance se trouve dans le centre de l'objectif, doivent couper l'axe en o , après avoir traversé l'oculaire à la distance qui sera en raison de la somme des foyers de l'objectif & de l'oculaire, multipliée par celui de l'oculaire, & divisée par la somme des deux foyers moins

celui de l'oculaire; $\frac{a+b(b)}{a+b-b} = \frac{ab+bb}{a} = 2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ pouces. C'est

le point où l'oeil doit être placé pour voir les images colorées, dans une même direction ou sous un même angle, & pour découvrir le champ; qui deviendra plus avantageux avec une plus grande multi-

Fig 2.



plication, lorsque ce raion coupera l'axe plus près de l'oculaire qu'en o , & formera un angle plus ouvert.

Lorsque l'oculaire, pour la vuë courte des myopes est rapproché en dedans de son foyer, c'est à dire, plus près de l'image représentée dans le foyer de l'objectif, que son foyer; l'image n'est plus représentée à l'infini; mais rapprochée à une distance plus ou moins proche, selon la proximité de l'oculaire; soit l'oculaire rapproché à la moitié de b , ou de son foyer; la distance de l'image sera $= \frac{2(1)}{2-1} = 2$; ou au produit du foyer 2, multiplié par la distance égale au demi-foyer, divisé par le foyer, moins la distance ou le demi-foyer, & elle sera représentée en arriere vers l'objet.

Le raion terminateur de l'image mn ne coupera plus l'axe en o , mais à la distance $= \frac{a + \frac{1}{2}b(b)}{a + \frac{1}{2}b - b} = \frac{10 + 1(2)}{10 + 1 - 2} = \frac{12}{9} = 2\frac{2}{3}$ pouces.

Lorsque l'oculaire pour la vuë longue des presbytes est éloigné au delà de la distance de son foyer; l'image n'est plus infinie, mais éloignée à la distance nécessaire; soit l'oculaire éloigné, à la moitié de son foyer; il fera de l'image à $1\frac{1}{2}$ de son foyer; la distance de l'image sera $= \frac{b + \frac{1}{2}b(b)}{b + \frac{1}{2}b - b} = \frac{2(3)}{3-2} = 6$ pouc. & l'image tombera en avant derriere l'Observateur.

Le raion terminateur mn de l'image coupera l'axe à la distance $= \frac{a + b + \frac{1}{2}b}{a + b + \frac{1}{2}b - b}$; ou $\frac{10 + 3(2)}{10 + 3 - 2} = \frac{16}{11} = 2\frac{4}{11}$.

Lorsqu'une lentille est placée dans le foyer d'une autre lentille dans le lieu de la représentation de l'image, le point lumineux duquel divergent les raions terminateurs de l'image, étant au centre de l'objectif

jectif même; ce point fixe la distance de l'image égale au foyer de l'objectif à son égard, & les raïons terminateurs de l'image doivent par conséquent couper l'axe à la distance qui sera en raison du produit des deux foyers divisé par leur difference.

La représentation des images par les Lunettes & les Téléscopes prouve de la maniere la plus convaincante, que dans la vision des objets en général, mais dans celle particulièrement, qui se fait par la réfraction ou la réflexion de la lumière, nous n'apercevons réellement, que la direction des raïons & de l'angle visuel; la distance, le lieu de l'objet & de l'image, aussi bien que leur grandeur, sont un jugement purement métaphysique, qui dépend de l'expérience, du secours des autres sens & de nos connoissances.

L'aveugle de Cheselden vouloit toucher également les objets qui étoient tout près de lui & ceux qui étoient à une grande distance: le doigt, le toucher instruit l'enfant, forme & rectifie son jugement, aussi-tôt qu'il a assez de force pour étendre son bras.

Ces réflexions ont échappé sans doute à l'illustre Neuton, lorsque, dans son Traité d'Optique, il établit comme un Axiome; c'est le huitieme:

„Un objet vu par réflexion ou par réfraction, paroît dans l'endroit d'où les raïons divergent après leur dernière réflexion ou réfraction, dans le tems qu'ils viennent à tomber sur l'oeil du spectateur.”

Et dans l'explication il ajoute; „si l'objet est vu à travers deux ou plus de deux verres convexes ou concaves, chaque verre présentera une nouvelle image, & l'objet paroitra dans le lieu & de la grandeur de la dernière image. C'est de cette observation que dépend l'explication de la Théorie des Microscopes & des Téléscopes.”

Si cela étoit vrai, le spectateur verroit les objets dans la lunette même à toutes sortes de distances, & hors de la lunette derrière lui.

Je re-



Je reviens à l'application des éléments exposés à la construction des lunettes mêmes.

Je ne m'arrête pas aux lunettes qu'on forma d'abord en joignant à la lentille objective convexe, un oculaire concave qui transmet l'image à l'œil, avant que les rayons puissent converger dans le foyer; la petitesse du champ qu'elles admettent, les rend impropres pour des grossissements considérables.

Les lunettes qu'on appelle Astronomiques, sont formées de deux lentilles convexes.

L'une est l'Objectif, dont la perfection fait particulièrement le sujet de la première partie de ce Mémoire.

La seconde c'est l'oculaire, qui est placé de manière que son foyer se rencontre avec celui de l'Objectif dans le point où l'image réelle de l'objet est représentée, pour la transmettre à l'œil.

Le rapport des deux foyers fixe le grossissement; l'image de l'objet est représentée sous un angle d'autant plus grand, ou ouvert, par rapport à celui sous lequel l'Objectif le transmet, que l'oculaire est d'un foyer court à l'égard de celui de l'objectif, & grossit par conséquent dans le rapport des deux foyers. La grandeur du champ dépend de l'ouverture de l'angle sous lequel les rayons terminateurs des parties extrêmes de l'objet, ou de l'image réelle représentée dans la rencontre des foyers de l'objectif & de l'oculaire, tombent dans l'œil. L'ouverture de l'oculaire doit être telle par conséquent que ces rayons ne passent pas hors de ces limites, et qu'ils présentent l'image sous l'angle le plus ouvert; elle doit être la plus grande que l'arc de la sphère qui forme les faces, peut admettre. On prend ordinairement le quart du foyer pour diamètre de l'ouverture, afin que les faces n'embrassent qu'un arc de quelques 20 degrés dont la confusion ne soit pas à craindre; je crois qu'on pourroit aller jusqu'à la moitié, & même aux $\frac{2}{3}$ du foyer; le champ d'une lunette de 5 pieds qui dans le premier cas n'est que de 2 degrés environ, augmenteroit de près d'un demi degré;

La

La multiplication qu'on se propose d'obtenir, fixe le foyer, & l'ouverture de l'oculaire; & comme les rayons qui terminent l'image réelle, ont une direction divergente qui peut leur faire passer les limites de l'oculaire, dans la construction ordinaire des lunettes astronomiques avec un oculaire, il s'agit de les ramener à la direction qui leur fait traverser l'oculaire; ce qui peut être effectué par une lentille placée dans la rencontre des foyers, ou dans le lieu de l'image réelle.

Elle peut être du foyer ou d'une ouverture double ou triple de celle de l'oculaire; & elle doublera le champ apparent par l'ouverture qu'elle donnera à l'angle de la vision, en rapprochant le lieu de l'oeil qui étoit à la distance du foyer de l'oculaire, de la moitié.

J'appellerai cette lentille placée dans le foyer ou le lieu de l'image réelle, la lentille collective; en multipliant le foyer de l'objectif par le sien, & divisant le produit par la différence des deux foyers, on trouve la distance à laquelle la lentille collective ramène les rayons extrêmes de l'image à l'axe de la lunette, & l'angle sous lequel elle rompt les rayons.

L'avantage qu'on obtient par l'emploi de cette lentille collective de rapprocher l'oeil de l'oculaire, de former l'angle le plus ouvert pour la vision, qui fait obtenir le champ le plus grand, pourroit être porté plus loin par l'emploi de deux ou trois lentilles collectives qui admettroit une plus grande ouverture; lorsqu'on en emploiroit deux, la première seroit placée à la double distance du foyer de l'oculaire, & la seconde à la moitié de son foyer; si l'on vouloit en employer une troisième, sa place seroit dans le foyer même.

Les lentilles également convexes ayant la plus grande ouverture, sont préférables aux autres; pour obtenir enfin l'ouverture la plus avantageuse, on pourroit former l'oculaire de 2 ou 3 lentilles du même foyer jointes immédiatement, qui réduisent à la moitié ou au tiers leurs foyers propres, & seroient obtenir par conséquent une ouverture double & triple, de celle d'une lentille simple du même foyer.

Mais la perte des raïons que des lentilles trop multipliées pourroit causer, & l'expérience, décideront dans l'exécution quel nombre de lentilles les lunettes Astronomiques peuvent admettre. Les objectifs exemts de toute confusion relative à la figure, & susceptibles par conséquent d'une grande ouverture, seuls, étendront la liberté d'employer le nombre de lentilles, qu'on jugera nécessaire pour obtenir & rassembler tous les avantages possibles.

Les Lunettes astronomiques représentent les objets renversés, ce qui les rend peu propres à l'usage ordinaire de la vie. On a employé deux lentilles pour rétablir l'image dans sa situation naturelle, que j'appellerai lentilles réstitutrices; & ces lunettes formées alors de quatre lentilles convexes, portent le nom de lunettes terrestres.

La première est placée de manière que son foyer se rencontre avec celui de l'objectif dans le point de la représentation de l'objet renversé.

Cette image représentée dans son foyer est transmise par des raïons parallèles à la seconde, qui représente cette image rétablie dans son foyer; & l'oculaire placé à la rencontre du foyer la transmet par des raïons parallèles à l'œil. La place qu'on a donnée à la première lentille restitutive pour la rencontre de son foyer avec celui de l'objectif, n'est pas la seule qui lui est propre pour produire cet effet; elle pourroit être placée à une distance plus grande du foyer de l'objectif que son foyer, & elle jetteroit dans ce cas l'image en avant; si cette distance étoit moindre que son foyer, elle jetteroit l'image en arrière; dans l'un & l'autre cas, comme le produit de son foyer & des distances, divisé par leur différence; d'où elle seroit ramenée par la deuxième lentille restitutive. La construction qu'on a suivie ordinairement, a été de faire ces 3 lentilles du même foyer, & de la même ouverture, en les plaçant à la rencontre de leurs foyers; mais l'expérience a déjà fait remarquer que ces lentilles exigent une ouverture différente, & qu'elles produisent plus ou moins de couleurs & font obtenir un champ plus ou moins grand, selon qu'elles sont placées.

On

On peut regarder ces lunettes à 4 lentilles comme une lunette composée de deux lunettes astronomiques, dont la première représente l'objet renversé, & la seconde debout; les principes de leur perfectibilité se trouvent par conséquent dans les deux points de la représentation de l'image réelle. Le champ dépend des rayons extrêmes ou terminateurs; c'est l'espace qu'on découvre plus ou moins grand, selon l'angle sous lequel ils traversent le centre de l'objectif ou l'axe visionnel; ils fixent la grandeur du tableau de l'objet représenté dans les points des images réelles; & toutes les lentilles doivent concourir par leur ouverture & leur arrangement, à le faire parvenir à l'oeil sous l'angle le plus ouvert.

L'expérience a déjà fait remarquer que 4 lentilles ne faisoient obtenir que des lunettes très imparfaites, & qu'il étoit nécessaire pour les perfectionner d'employer plus de lentilles, sans démêler les principes qui faisoient obtenir les plus grands avantages.

Les deux points de l'axe de la lunette où les images sont représentées, qui sont le foyer de l'objectif & celui de la seconde lentille restitutrice, fixent d'abord la place des deux lentilles collectives, pour ramener à l'oeil, sous l'angle le plus avantageux, les rayons terminateurs, qui pourroient passer l'oculaire.

La lunette sera formée dans ce cas de 5 ou 6 lentilles; & si l'on ajoute encore une ou deux lentilles collectives à celle qui est placée dans le foyer de l'oculaire, elle le seroit de 7 ou 8.

Lorsqu'on donne à la première lentille restitutrice l'ouverture nécessaire, afin que les rayons terminateurs de l'image réelle ne puissent passer hors des limites de son ouverture, je crois qu'il est assez inutile, de placer une lentille collective dans le foyer de l'objectif; celle qu'on place dans la rencontre des foyers de la seconde lentille restitutrice & de l'oculaire, doit faire tout son effet.

Les réfractions que les rayons subissent à mesure qu'ils traversent un plus grand nombre de lentilles, doivent être dirigées & ménagées de



maniere, qu'ils coupent l'axe de la lunette sous les angles plus ouverts; & l'ouverture de toutes les lentilles doit être telle, que les raïons les rencontrent, & ne passent pas hors des limites d'une ouverture trop petite.

Dans les lunettes ordinaires, dont l'objectif simple n'admet qu'une petite ouverture, les lentilles collectives & restitutrices pourront en avoir une double & triple de celle de l'objectif, qui doit aller en augmentant pour les lentilles, à mesure qu'elles s'éloignent de l'objectif, & s'approchent de l'oculaire; le manque d'ouverture, cause la perte absolue des raïons qui passent hors de leurs limites; l'excès ne peut avoir d'autre inconvénient que celui de ramener quelques raïons errans; pour obtenir les ouvertures les plus avantageuses, on pourroit doubler de même ces lentilles, afin de ne pas allonger la lunette par des foyers éloignés.

La distance ou l'éloignement des deux lentilles restitutrices est assez arbitraire; si elle est trop petite, ou beaucoup moindre que la somme de leurs foyers, la seconde lentille recevra beaucoup des raïons errans ou de lumière étrangere; elle couvrirait l'image des couleurs, & ne convergeant pas les raïons terminateurs de l'image, sous l'angle le plus avantageux, elle pourroit diminuer même le champ. Si elles sont éloignées trop au delà de la somme de leurs foyers, on perdrait des raïons qui forment l'image réelle, parce qu'ils ne rencontreroient plus la seconde lentille restitutrice, à moins qu'on n'augmente son ouverture à proportion. La distance la plus avantageuse c'est celle qui est égale à la somme & au $\frac{1}{2}$ de la somme de leurs foyers, mais la seconde lentille doit avoir $\frac{1}{2}$ & au delà d'ouverture de plus que la première; l'expérience ne peut pas manquer d'avertir l'Artiste des écarts qu'il peut commettre.

Toutes ces lentilles aïant une place fixe & déterminée, l'oculaire seul peut & doit être mobile pour la vue longue ou courte de l'oeil de celui qui se sert de la lunette; & pour en obtenir de bonnes, il est indispensable d'abandonner la construction ordinaire, qui
raf-



rassemble dans un seul tube toutes les lentilles, qu'on comprend communément sous le nom d'oculaires.

Le problème de la construction de la lunette la plus parfaite est comme celui de la meilleure forme de gouvernement, du plus parfait navire, & d'autres problèmes très compliqués, qui admettent des solutions sans nombre, selon les vues auxquelles on veut satisfaire; la solution la plus parfaite, me paroît celle qui les met dans l'accord le plus parfait, & porte chaque partie, au plus haut degré de perfection qu'elle comporte & admet, combinée avec toutes les autres.

Dans les lunettes ordinaires, par exemple terrestres à 4 verres, sans lentilles collectives, si l'on propose une représentation très nette & distincte, il faut mettre des bornes étroites à l'ouverture de l'objectif, qu'il sera à propos de prendre plano, ou inégalement convexe, pour avoir la moindre confusion; on n'aura par conséquent que peu de clarté, ou pour en avoir il faut employer des objectifs d'un foyer éloigné; on ne pourra employer qu'un oculaire d'un foyer éloigné, & il faut renoncer au grossissement; si l'on se propose avec cela d'avoir un grand champ, il faut donner aux lentilles de grandes ouvertures, elles auront par conséquent des foyers éloignés, & la lunette deviendra très longue. Le développement d'une lunette de cette espèce le fera voir. Elle découvre un très beau champ de $2^d\ 4'$, qui paroîtra sous un angle de $41. 20.$ la représentation sera nette & distincte sans aucune confusion de l'ouverture des lentilles, avec un degré suffisant de clarté, la moindre longueur & le grossissement le plus considérable qu'elle peut admettre. Si l'on veut obtenir tous ces avantages, la lunette sera extrêmement allongée, elle aura pour longueur $1\ \&\ \frac{3}{4}$ de celle du foyer de l'objectif, qui n'admettant qu'une ouverture très bornée, sera plano ou inégalement convexe pour avoir la moindre confusion sphérique.

La première lentille restitutrice n'ayant pas besoin d'une si grande ouverture que la seconde peut être plano ou inégalement convexe par la même raison.

DÉVELOPPEMENT GÉNÉRAL
de la construction la plus avantageuse des Lunettes à 4 lentilles.

Grossissement = m	20 fois en diamètre	30 fois	50 fois
Fig. 3. 1) foyer de l'objectif PP également plano ou inégalement convexe = a	40 pouces	45 pouces	55 pouc.
Demi-diametre de son ouverture = x			
Ouverture de l'objectif PP = Qx	$\frac{2}{3}$ pouces	1 pouce	$1\frac{2}{3}$ pouc.
2) foyer de la premiere lentille réstitutrice QQ = q	0, 1321 a	0, 0853 a	0, 0500 a
ouverture en diamètre QQ	0, 311 q	0, 305 q	0, 300 q
3) foyer de la seconde lentille réstitutrice BA = r	0, 1223 a	0, 0785 a	0, 0457 a
diametre de l'ouverture RR	$\frac{1}{2} r$	$\frac{1}{2} r$	$\frac{1}{2} r$
4) foyer de l'oculaire SS = s	0, 0463 a	0, 0785 a	0, 0183 a
diametre de l'ouverture SS	$\frac{1}{2} s$	$\frac{1}{2} s$	$\frac{1}{2} s$
distance AB —	1, 1321 a	1, 0853 a	1, 0500 a
distance BC — —	0, 3723 a	0, 2322 a	0, 1325 a
distance CD —	0, 0686 a	0, 0208 a	0, 0640 a
D — distance de l'oeil de l'oculaire — —	0, 0320 a	0, 0208 a	0, 0128 a
A — longueur de la lunette	1, 7050 a	1, 4477 a	1, 2593 a
diametre du champ apparent	$124' = 2^{\circ}, 4'$	$82' = 1^{\circ}, 22'$	$0^{\circ}, 49'$
si l'on veut faire l'objectif inégalement convexe			
le rayon de la face antérieure la plus convexe sera $50x$, ou	3, 1114 a	3, 4207 a	3, 9141 a
— — de la face postérieure la moins convexe —	0, 9259 a	0, 9194 a	0, 9142 a



Le grossissement de 20 fois en diamètre étant très-propre pour l'usage ordinaire, j'en ajouterai le développement plus particulier.

Le foyer de l'objectif α inégalement convexe feroit de 50 pouces (1,0371 α ou 50 fois) qu'on pourroit réduire à 40 pouces, si les lentilles étoient bien exécutées; l'ouverture feroit de $\frac{2}{3}$ de pouces.

Le foyer q de la premiere lentille réstitutrice QQ feroit	—	—	=	51 $\frac{2}{3}$ pouces
le foyer r de la seconde lentille réstitutrice RR feroit	—	—	=	41 $\frac{2}{3}$ pouces
le foyer s de l'oculaire SS feroit	—	—	=	11 $\frac{2}{3}$ pouces
la distance AB feroit	—	—	=	451 $\frac{2}{3}$ pouces
la distance BC feroit égale à peu près à la somme & la moitié de la somme des foyers des deux lentilles réstitutrices.			=	141 $\frac{2}{3}$ pouces
la distance CD, feroit	—	—	=	61 $\frac{2}{3}$ pouces
la distance DO de l'oeil	—	—	=	11 $\frac{2}{3}$ pouces
toute la longueur de la lunette	—	—	=	68 pouces.

TABLE
de ce développement d'une lunette à 4 lentilles qui
grossit 20 fois.

	foyers des lentilles	ouvertures	distances
1) l'objectif feroit inégalement convexe pour avoir le moins qu'il est possible de confusion sphérique; & auroit le rayon de la face antérieure vers l'objet la plus convexe est de 2091 $\frac{2}{3}$ pouces, celui de la face postérieure la moins convexe vers l'oeil est de 241 $\frac{2}{3}$ pouces,	40 pouc.	$\frac{2}{3}$ pouces	

2) la



	foyers des lentilles	ouvertures	distances
2) la premiere lentille reſtitutrice placée à la rencontre de ſon foyer avec ce- lui de l'objectif ſeroit de même inéga- lement convexe; ayant la face la plus convexe tournée vers l'œil, raïſon de la face antérieure vers l'obje- ctif = $31\frac{2}{3}$ pouces, raïſon de la face poſtérieure vers l'œil = $27\frac{6}{7}$ pouces, donnent un foyer — —	$51\frac{2}{3}$ p.	$1\frac{1}{4}$ pouc.	$45\frac{2}{3}$ p.
3) la ſeconde lentille reſtitutrice ſeroit éga- lement convexe, pour avoir la plus grande ouverture avec la plus petite diſtance du foyer — — la diſtance de ces deux ſeroit égale à $1\frac{1}{2}$ ſomme de leurs foyers,	$41\frac{2}{3}$ p.	$2\frac{1}{2}$ pouc.	$141\frac{2}{3}$ p.
4) l'oculaire ſeroit également convexe, pour avoir la plus grande ouverture avec le moindre foyer; & ſeroit mobile pour les différentes vues pour obtenir l'avantage du champ par la plus grande ouverture avec le moindre foyer, on pourroit employer un double oculaire, de deux lentil- les de 3 ou 4 pouces de foyer;	$21\frac{1}{3}$ p.	1 pouce	$6\frac{1}{4}$ pouc.
5) la diſtance de l'œil ſeroit —	—	—	$1\frac{1}{4}$ pouc.
6) toute la longueur de la lunette ſeroit	68 pouc.	—	—
7) le groſſiſſement ſeroit de 20 fois en diametre, & plus grand, ſi des lentilles bien travaillées permettent l'uſage d'un oculaire double, qui réduit le foyer & ne fait pas perdre l'ouver- ture & l'avantage du champ.			

C'eſt



C'est l'Hypothèse la plus avantageuse, ou le *maximum*; dans les autres avec de moindres grossissemens, les lunettes sont presque aussi longues, par les foyers éloignés des objectifs, & par ceux des lentilles restitutrices, qui par conséquent sont à de très grandes distances, & dont les ouvertures deviennent démesurées. Et lorsqu'on veut obtenir des grossissemens plus considérables, la longueur des lunettes devient excessive.

Les avantages, que 4 lentilles font obtenir, étant si bornés, je joindrai les développemens plus avantageux de cette construction par les moien des lunettes collectives; en y joignant des objectifs formés de deux lentilles, exemts de la confusion sphérique.

On ne doit pas se promettre de succès satisfaisants, tant qu'on ne formera les lunettes qu'avec des objectifs simples, sujets à la confusion de la sphéricité.

La valeur de la quantité x' , qui dans le calcul doit être aussi petite, ou passer le moins l'unité qu'il est possible, forme plusieurs hypothèses.

PREMIERE HYPOTHESE.

Elle fait obtenir le grossissement le plus avantageux; mais elle n'est pas applicable à des grossissemens, qui vont au delà de 50 fois en diamètre, parce que la grandeur x devient trop grande.



PREMIERE HYPOTHESE,
qui fait obtenir le grossissement le plus avantageux
DÉVELOPPEMENT DES OBJECTIFS.

		Foyers	Demi-dia- mètre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon postérieur	distance entre les lentilles
Grossisse- ment 20 fois en dia- mètre.	Lentille convexe inégale- ment PAP —	5 pouces	0, 4000	3, 0723	26,2080	
	Lentille convexe inégale- ment QBQ — —	8, 8730	0, 3795	—5, 577	39,039	0,563
30 fois en diamètre.	Lentille convexe inégale- ment — —	7, 5	0,600	4, 6085	39,3120	
	Lentille ménisque — —	10,5968	0, 4881	—5, 642	76,677	2,201
40 fois en diamètre.	Lentille convexe inégale- ment — —	10,	0,800	6, 1447	52,4161	
	Lentille ménisque — —	12,1280	0, 5784	—5, 784	43,537	3,936
50 fois en diamètre.	1) Lentille convexe inéga- lement — —	12, 500	1,000	7, 6810	65,5202	
	2) Lentille ménisque —	13,5350	0, 6417	—5, 940	29,716	5,731
60 fois en diamètre.	1) Lentille convexe inéga- lement — —	15, 000	1,200	9, 2172	78,6242	
	2) Lentille ménisque —	14,8545	0, 7046	—6, 132	24,599	7,573

DÉVELOPPEMENT DES OCULAIRES,
pour le grossissement.

Collective.	2) Lentille collective dans le foyer de l'objectif. RCR cesse, étant suppo- sée d'un foyer infini; on mettra à la place un dia- phragme dont l'ouvertu- re sera de $\frac{7}{8}$ pouces & qui par conséquent sera pour le grossissement de 20 fois
Fig 5.	



Première restitutrice.		Foyers	Demidia- mètre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon postérieur	distance entre les lentilles
	3) Lentille SDS, égale- ment convexe & la mê- me pour tous les gros- sissements; placée à la rencontre du foyer de l'objectif avec le sien.	$3\frac{1}{2}$ pouc.	0,701			3,500
Seconde restitutrice.	4) Lentille TET, égale à la précédente, & la même pour tous les grossisse- ments; elles seront éloi- gnées l'une de l'autre au delà de 3 fois leur foyer: le bassin pour former ces lentilles peut être de $1\frac{5}{8}$ pouces.	$3\frac{1}{2}$ pouc.	1,015			11,802
Seconde collective.	5) Lentille VFV également convexe & la même pour tous les grossissements; placée dans le foyer de la précédente. — Elle a le foyer presque qua- druple de celui de l'ocu- laire, le bassin peut être de 1 pouce $1\frac{2}{3}$.	1,925	0,507			3,500
l'oculaire.	6) l'oculaire XGX, combi- né de deux lentilles égale- ment conv. d'1 pouce de foyer sera par conséquent d' $\frac{1}{2}$ pouce de foyer mobile pour être mise à la rencontre de son foyer avec celui de le 2 ^{de} restitutrice TET, le bassin peut être d' $1\frac{1}{5}$ pouce l'oculaire restant le même: l'emploi d'objectifs d'un foyer plus éloigné fait obtenir des grossissements plus considérables.	$\frac{1}{2}$ pouce.	$1\frac{2}{3}$			$\frac{1}{2}$ p. lieu de l'oeil 0,287



LONGUEURS DES LUNETTES

pour les grossissements précédents, en additionnant toutes les distances.

Fig. 4.

			Grossiff. 20 fois	30 fois	40 fois	50 fois	60 fois	
Distances — —	AB		0, 563	2, 201	3, 936	5, 731	7, 573	
	BC		8, 873	10, 597	12, 128	15, 535	14, 855	
	CD		3, 500	la même	la même	la même	la même	
	DE		11, 803	11, 486	11, 311	11, 197	11, 117	
	EF		3, 500	la même	la même	la même	la même	
	FG		0, 500	la même	la même	la même	la même	
Lieu de l'oeil — —	G		0, 287	la même	la même	la même	la même	
Toute la longueur en pouces — —			A	29, 287	32, 071	35, 071	38, 250	41, 332
Champ — — —			5°	3°, 20'	2°, 30'	2°,	1°, 40'	

Ces lunettes sont très avantageuses, pendant que le grossissement augmente en raison de dix, la longueur n'augmente qu'en raison de 3 pouces; & le champ est avantageux au point qu'on pousseroit le grossissement jusqu'à 180 fois, & on découvreroit encore toute la lune entière. Mais cette hypothèse n'est pas applicable à des grossissements qui vont au delà de 50 ou 60 fois; la grandeur x' devenant trop grande.

Les oculaires & leurs distances, excepté celle des deux lentilles restitutrices qui diminue un peu avec le grossissement, restent les mêmes; les deux lentilles objectives & leurs distances, AB & BC, changent.



SECONDE HIPOTHESE

d'un moindre grossissement, mais plus avantageuse pour le champ; la grandeur x étant plus petite; pour être applicable à des grossissements plus considérables;

Développement des objectifs.

		Foyers	Demi-dia- mètre de l'ouverture	Raïon antérieur	Raïon postérieur	Distances entre les lentilles
Grossisse- ments	Lentille convexe	12, 188	1, pouc.	7, 6810	65, 8202	
50 fois	— concave	— 11, 3477	0, 7367	— 9, 6657	— 17, 6162	3, 9891
	— convexe	15,	1, 2	9, 2172	78, 6242	
60 fois	— concave	— 12, 9521	0, 8387	— 10, 5964	— 21, 7360	5, 2814
	— convexe	17, 5	1, 4	10, 7334	91, 7282	
70 fois	— concave	— 14, 5259	0, 9376	— 11, 5176	— 26, 0789	6, 6056
	— convexe	20,	1, 6	12, 2895	104, 8322	
80 fois	— concave	— 16, 0768	1, 0340	— 12, 4318	— 30, 6226	7, 9424
	— convexe	22, 5	1, 8	13, 8257	177, 9363	
90 fois	— concave	— 17, 6101	1, 1289	— 13, 3780	— 35, 8671	9, 2925
	— convexe	25,	2,	15, 3619	131, 0403	
100 fois	— concave	— 19, 1295	1, 2223	— 14, 2427	— 40, 2692	10, 6530



DÉVELOPPEMENT DES OCULAIRES.

Fig. 5.		Foyers	Demi-dia- mètre de l'ouverture	Raion antérieur	Raion postérieur	Distances entre les lentilles
Collective.	2) Lentille collective RCR dans le foyer de l'objectif, celle, étant supposé d'un foyer infini; on mettra à sa place un diaphragme dont l'ouverture sera de $\frac{7}{8}$ de pouces, & la distance sera par conséquent pour le grossissement de 50 fois					34, 0431
Première restitutrice.	3) Lentille restitutrice SDS reste la même pour tous les grossissements comme dans l'hypothèse précédente	7	0, 972			7,
Seconde restitutrice.	4) Lentille restitutrice TET comme la précédente toutes les deux également convexes.	7	1, 54			22, 324
Seconde collective.	5) Lentille VFV, placée dans la rencontre des foyers de la précédente & de l'oculaire — — également convexe.	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ pouce			7,
l'oculaire.	6) L'oculaire XGX, combiné de deux lentilles également convexes de 2 pouces de foyer chacune, mobile.	1	$\frac{1}{2}$			1,
	lieu de l'oeil devant l'oculaire — —					$\frac{1}{4}$ ou 0,571



LONGUEUR DES LUNETTES

de la seconde Hypothèse.

Grossissements		50	60	70	80	90	100
Distance	AB	3, 989	5, 28	6, 606	7, 942	9, 252	10, 653
—	BC	34, 043	38, 856	43, 578	48, 230	52, 830	57, 389
—	CD	7, 000	la même	la même	la même	la même	la même
—	DE	22, 324	22, 142	22, 018	21, 915	21, 832	21, 763
—	EF	7, 000	la même	la même	la même	la même	la même
—	FG	1, 000	la même	la même	la même	la même	la même
Dist. de l'oeil	G	0, 571	la même	la même	la même	la même	la même
Toute la longueur de la lunette	A	75, 927	81, 850	87, 773	93, 658	99, 658	105, 376
Champ apparent		1°, 36'	1°, 20'	1°, 8'	1°, 1'	0°, 54'	0°, 48'

La figure est la même que celle de la première Hypothèse, aux changements des distances près.

Les Lunettes de cette Hypothèse sont très avantageuses encore; neufs pieds de longueur font obtenir un grossissement de 100 fois en diamètre; quoiqu'elles soient plus longues presque du double, que celle de la première Hypothèse à proportion du grossissement. Mais leur exécution sera plus facile, parceque les grossissements considérables supposent une grande précision dans l'exécution.

Les oculaires & leur arrangement restent les mêmes pour tous les grossissements, comme dans l'Hypothèse précédente; la distance entre les deux lentilles restitutrices diminue de même un peu avec les grossissements.



TROISIÈME HYPOTHESE

Fig. 5. d'un moindre grossissement encore, mais plus avantageuse pour le champ; dans laquelle la première lentille collective RCR placée dans le foyer de l'objectif a lieu; & plus facile encore pour l'exécution que les deux précédentes.

Je me consente de développer l'objectif pour le cas d'un grossissement de 10 fois, la lunette sera de 1½ pied, très commode pour l'usage.

		Foyer	Demi-diamètre de l'ouverture	Raion antérieur	Raion postérieur	Distances entre les lentilles
Grossissements 10 fois.	1) Lentille convexe inégalement — —	2 pouc.	0, 2000	1, 2289	10, 4832	
	Lentille ménisque —	2, 5454	0, 1909	—, 0835	+4, 7930	0, 7273

DÉVELOPPEMENT DES OCULAIRES.

Première collective.	2) Lentille collective RCR, également convexe, placée dans le foyer de l'objectif	4, 2861	0, 3500			2, 5455
Première restitutrice.	3) Lentille restitutrice SDS, également convexe, placée à la rencontre de son foyer avec celui de l'objectif	2, 8000	0, 5764			2, 8000
Seconde restitutrice.	4) Seconde lentille restitutrice TET, également convexe, du même foyer de la précédente, mais d'une plus grande ouverture; & éloignée 2 fois pres que la somme de leurs foyer — —	2, 8000	0, 8400			9, 0909



Seconde collective.	Seconde lentille collective V F V, placée dans le foyer de la précédente, également convexe. — —	Foyer	Demi-diametre de l'ouverture	Raion antérieur	Raion postérieur	Distance entre les lentilles
Oculaire.	Oculaire X G X, formé de deux lentilles également convexes dont le raion sera de 0,8800, de chacune, & le foyer de l'oculaire par conséquent la moitié. — —	1,5400	0,4200			2,8000
	Lieu de l'oeil devant l'oculaire — —	0,4200	0,2200			0,4200
	La longueur de la lunette sera de 18, $\frac{1}{2}$ pouces. — —					0,2286
	Le champ de 10°, — —					18,5923

Les bornes étroites des avantages qu'obtient par les principes de cette construction, ont donné lieu à des arrangemens des oculaires, qu'on suit depuis quelque tems en Angleterre, dans la construction des lunettes; mais il paroît dans leur examen que c'est à un heureux hazard qu'on le doit, & qu'on suit le raisonnement sans connoître & démêler absolument les principes d'une Théorie raisonnée. Ce qui me paroît le prouver, c'est qu'on a manqué de porter ces lunettes au degré de perfection qu'elles pourroient avoir.

Cette construction a pour principe la réfraction, à laquelle soumet la lentille collective placée dans le foyer de l'objectif, les rayons terminateurs de l'image; & celle d'une seconde lentille, placée dans le point, où ces rayons rompus coupent l'axe de la lunette.



La première lentille placée dans le foyer de l'objectif ou le lieu de l'image romp selon le rapport de son foyer à celui de l'objectif, en raison du produit des deux foyers divisé par leur différence, les rayons divergents terminateurs de l'image de manière, qu'ils coupent l'axe à une distance déterminée; la seconde lentille placée dans ce point rétablit cette image projetée & renversée, & la représente rétablie dans un point de l'axe déterminé à une distance égale au produit de son foyer & de celui de la lentille précédente, divisé par leur différence. L'oculaire placé à la rencontre de cette seconde image la transmet à l'œil.

La disposition de ces quatre lentilles fait obtenir non seulement des lunettes plus courtes; mais elle permet l'encore employ avantageux d'un plus grand nombre de lentilles intermédiaires collectives, qui conduisent les rayons de la manière la plus avantageuse; pour raccourcir la lunette, & pour obtenir les plus grands avantages à l'égard du champ, avec une augmentation considérable de la multiplication.

Je ferai le développement pour des objectifs simples, dont je déterminerai les foyers & l'ouverture, qu'exige le grossissement. Si l'on peut réussir dans l'exécution des objectifs formés de deux lentilles exempts de la confusion sphérique & susceptibles d'une grande ouverture, on peut se servir de ceux qui se trouvent dans le développement de l'hypothèse précédente.

On obtiendrait par l'emploi d'oculaires d'un moindre foyer des multiplications plus avantageuses; & pour ne pas perdre les avantages du champ par des oculaires d'une trop petite ouverture, on pourroit se servir d'un double; qui avec un foyer réduit à la moitié, jouit d'une double ouverture, de celui d'un oculaire simple du même foyer.



1) DÉVELOPPEMENT

d'un nouvel arrangement des oculaires fondé sur une lentille collective placée dans le foyer de l'objectif, & la lentille *d D d* placée en deçà à la double distance du foyer de l'oculaire ou du lieu de l'image rétablie, sur une seule lentille restituatrice placée dans le point de l'axe, où tombe l'image de l'objectif projetée.

Fig. 6.

Gros- sisse- ment	L'objectif <i>a A a</i>			Lentille <i>l B b</i> , placée au foyer de l'ob- jectif			Lentille restituatrice <i>e C e</i>			Lentille coll. <i>d D d</i> de la même ouverture & de la même foyer pour tous les grossissemens; placée à 7 pouces de la lent. <i>e C e</i> & à la double distance du foyer de l'oculaire				Demi- diam. du champ	Lon- gueur de la lunette	
	foyer	demi- diam. ou- verr.	dist.	foyer	demi- diam. ou- verr.	dist. foyer d: l'ob- jectif	foyer	demi- diam. ou- verr.	distance BC	foyer	ou- verr. demi- diam.	dist. CD	dist. DE			
5	8,0	1	celle.	4,00	0,67	celle.	4,18	0,1	8,00	2,33	0,58	7	2	4°, 46'	25	
10	18,0	2		6,00	0,75		4,44	0,1	9,00	2,33	0,58	7	2	2°, 23'	36	
15	30,0	3		7,50	0,83		4,66	0,1	10,00					1°, 35'	49	
20	42,0	4		8,40	0,87		4,77	0,1	10,50					1, 11'	61, 5	
25	56,0	5		9,33	0,93		4,91	0,1	11,20			toujours les mêmes			0, 57	76, 2
30	70,0	6		10,00	0,97		5,00	0,1	11,67						0, 47	90,67
35	85,0	7		10,62	1,01		5,09	0,1	12,14						0, 41	106,14
40	100,0	8		11,11	1,04		5,15	0,1	12,50						0, 36	121,50
45	120,0	9		12,00	1,11		5,22	0,1	13,33						0, 32	142,33
50	140,0	1, 0		12,73	1,17		5,38	0,1	14,00						0, 28	163
60	180,0	1, 2	13,85	1,25	5,53	0,1	15,00						0, 24	204		

L'oculaire *e C e* est le même pour tous les grossissemens de 1 pouce de foyer de $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture & la distance de l'oeil est de $\frac{2}{3}$ de pouces, & le champ sera triple de celui d'une lunette ordinaire astronomique du même grossissement.

2) DÉVELOPPEMENT DE CETTE CONSTRUCTION

avec une lentille oculaire de plus placée dans le foyer de l'oculaire, ou 3 oculaires; mais que je ne crois pas propre pour l'exécution.

1) La lentille objective *a A a* reste la même pour les différens grossissemens comme dans le cas précédent.

D 2

2) La

- 2) La seconde lentille bBb placée dans le foyer de l'objectif conserve les foyers comme dans le cas précédent & la distance BC est la même; mais l'ouverture augmente de $\frac{1}{3}$.
- 3) la troisième lentille cCc change; son foyer est moindre de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{18}$; le demi-diamètre de l'ouverture est de $\frac{1}{18}$ de pouce pour tous les grossissemens; & la distance CD la même pour tous les grossissemens de 6 pouces; moindre d'un pouce que dans le cas précédent, ou elle étoit de 7 pouces.
- 4) La quatrième lentille dDd ; a 3 pouces de foyer; le demi-diamètre de l'ouverture est de $\frac{3}{4}$ de pouce, & la distance CD est de 6 pouces; & au double foyer de l'oculaire comme auparavant; & par conséquent à 1 pouce de la lentille suivante eEe .
- 5) La cinquième lentille eEe , a $2\frac{1}{2}$ pouce de foyer; le demi-diamètre de l'ouverture est de $\frac{5}{8}$ de pouce; & placée dans le foyer de l'oculaire à 1 pouce de distance.
- 6) La lentille oculaire est la même de 1 pouce de foyer; l'ouverture de $\frac{1}{2}$ pouce, & la distance de l'œil $\frac{2}{3}$ pouces.

Fig. 7.

Gros- sif- fient	l'ob- jectif com- me au- para- vant	lentille b B b foyer le mē- me, mais l'ou- vertu- re plus grande	Lentille reſtitutrice c C c			Lentille collective d D d			Lentille collective e E e			Demi- diametre du champ	Longueur de la lunet- te moindre d'un pouce
			foyer	demi-diametre ouverture	diſtance B C	foyer.	demi- diam. ouvert.	diſt. C D	foyer	demi- diam. ou- vert.	diſt. D E		
5		1,00	3,87	$\frac{1}{18}$ pouc.	8,00	3 pouc.	$\frac{3}{4}$ pouc.	6 p.	$2\frac{1}{2}$ p.	$\frac{5}{8}$ p.	1 p.	7°, 10'	24,00
10		1,14	4,09		9,00							3, 35'	35,00
15		1,25	4,38		10,00							2, 23	48,00
20		1,31	4,37		10,50							1, 47'	60,50
25		1,40	4,44		11,20							1, 26	75,20
30		1,46	4,57		11,67							1, 11	89,67
35		1,51	4,64		12,14							1, 1	105,14
40		1,56	4,69		12,50							0, 54	120,50
45		1,67	4,80		13,33							0, 48	141,67
50		1,76	4,88		14,00							0, 43	162,00



3) DÉVELOPPEMENT DE CETTE CONSTRUCTION

Fig. 8.

avec 4 oculaires; le dernier dDd à la double distance du foyer de l'oculaire comme auparavant.

- 1) La lentille objective aAa , reste la même.
- 2) La seconde lentille bBb placée dans le foyer de l'objectif, conserve les mêmes foyers comme dans les cas précédens, & la distance BC par conséquent reste la même, mais l'ouverture augmente encore de $\frac{1}{2}$.
- 3) La troisième lentille cCc change; son foyer est moindre encore de $\frac{1}{8}$; le demi-diamètre de l'ouverture est $\frac{1}{8}$ pouce, pour tous les grossissemens; & la distance CD de 5 pouces; moindre d'un pouce que dans le cas précédent.
- 4) La quatrième lentille dDd a $3\frac{1}{2}$ pouces de foyer; ou le diamètre de l'ouverture de $1\frac{3}{4}$ pouces, le demi-diamètre est de $\frac{3}{4}$ pouces, & la distance DE $0,75$ pouces, & au double foyer de l'oculaire comme auparavant.
- 5) La cinquième lentille eEe a $3,125$ pouces de foyer; ou le diamètre de l'ouverture de $1\frac{1}{2}$ pouces, le demi-diamètre est $0,76$ pouces, & la distance EF $0,125$ pouces.
- 6) La sixième lentille fFf a $2,125$ pouces de foyer; le demi-diamètre est $0,55$ pouces & la distance FG $0,125$ pouces.
- 7) La lentille oculaire gGg a $1,125$ pouces de foyer; le demi-diamètre est $0,26$ pouces, & la distance de l'œil Go , $0,125$ pouces.
- 8) La distance de l'œil est de $\frac{3}{8}$ pouce.

Gros- siffe- ment	L'ob- jectif com- me aupar- avant.	Lentille <i>bBb</i> foyer le même, mais l'ou- verture plus gran- de d' $\frac{1}{2}$ est la sui- vante.			Lentille restitutrice <i>cCc</i>			Les quatre lentilles oculaires font les mêmes pour tous les grossissemens			Demi- diametre du champ	Lon- gueur de la lunette est moin- dre de $\frac{1}{2}$ de pou- ces
		foyer	deuxi- diam. de l'ouvert. le même.	disten- ce BC	foyer	demi- diam. ouvert.	dist.					
5		1, 33	3,63	$\frac{1}{8}$ pouce.	8,00						9°, 32'	23,33
10		1, 50	3,83		9,00						4°, 46'	34,33
15		1, 66	4,00		10,00						3°, 10'	47,33
20		1, 74	4,08		10,50						2°, 22'	59,80
25		1, 86	4,18		11,20						1°, 54'	74,53
30		1, 94	4,24		11,67						1°, 34'	89,00
35		2, 02	4,30		12,14						1°, 22'	104,47
40		2, 08	4,35		12,50						1°, 12'	119,83
45		2, 22	4,44		13,33						1, 4	140,67
50		2, 34	4,51		14,00						0, 56	161,33

REGLES GÉNÉRALES.

- 1) L'objectif reste le même, quelque soit le nombre des oculaires; il ne change qu'avec le grossissement; la distance AB est celle de son foyer.
- 2) la seconde lentille *bBb* placée dans le foyer de l'objectif; reste du même foyer, est fixe la distance BC à laquelle se place la troisième lentille *cCc* $= \frac{AB \cdot BC}{AB - BC}$, qui reste par conséquent la même; mais l'ouverture augmente avec l'augmentation des oculaires, qui procurent un plus grand champ en admettant l'angle *ABa* plus ouvert.
- 3) La troisième lentille *cCc* diminue de foyer avec l'augmentation des oculaires; & donne la distance CD par conséquent moindre; avec deux oculaires $= 7$ pouces; avec 3 oculaires $=$



6 pouces; avec 4 oculaires $\equiv$ 5 pouces; le demi-diametre de l'ouverture est le même $\frac{1}{8}$ pouce. Cette lentille placée dans le point où tous les rayons coupent l'axe; peut avoir une très petite ouverture, & fait obtenir l'avantage dans cette construction d'intercepter tous les rayons vagues & errants.

- 4) La quatrième lentille dDd , augmente de foyer & d'ouverture avec l'augmentation des oculaires, pour recevoir & rendre plus convergent le rayon uB plus divergent, & admis sous un angle plus ouvert pour obtenir un plus grand champ; mais elle est placée toujours à la double distance du foyer de l'oculaire.
- 5) La cinquième lentille eEe ajoutée dans le second cas, est pour tous les grossissemens de $2\frac{1}{2}$ pouces de foyer & le demi-diametre de l'ouverture Ee de $\frac{3}{8}$ de pouces; & placée toujours dans le foyer de l'oculaire à 1 pouce.
- 6) En ajoutant une sixième lentille fFf ; qui pour tous les grossissemens est 2, 21 pouces de foyer & le demi-diametre de l'ouverture Ff de 0,55 pouces; la lentille précédente eEe , augmente de foyer $\equiv$ 3,04 pouces & d'ouverture, le demi-diametre $\equiv$ 0,76 pouces, & elle n'est plus placée dans le foyer de l'oculaire; mais ces deux lentilles se placent alors à distance égale du foyer qui tombe entre ces deux lentilles à $\frac{1}{2}$ pouce. Si la multiplicité de lentilles ne faisoit craindre une trop grande partie de rayon, une huitième lentille placée dans le foyer de l'oculaire augmenteroit encore les avantages du champ.
- 7) L'oculaire est le même quelque soit le grossissement & le nombre des oculaires d'un pouce de foyer; ayant pour le diametre de son ouverture la moitié de son foyer; mais l'œil approche avec l'augmentation des oculaires, & l'angle de la vision du champ par conséquent devient plus ouvert & plus avantageux, avec 2 oculaires la distance de l'œil est de $\frac{2}{3}$ de pouces; avec 3, de $\frac{1}{2}$ pouces; avec 4, de $\frac{1}{3}$ pouces. L'augmentation des oculaires, procure des grands avantages par rapport au champ; avec 3 il est presque



que le double de celui qu'on obtient avec deux; & avec 4, au delà du double. La longueur des lunettes est à peu près la même; l'augmentation des oculaires les rend un peu plus courtes.

- 8) On pourroit pousser les avantages du champ apparent plus loin encore par une huitième lentille placée dans le foyer de l'oculaire; si la multiplicité des lentilles le permet.
- 9) L'application de ces principes fait entrevoir des moyens pour porter les Microscopes & les Télescopes à réflexion au degré de perfection qui leur manque.

Les Microscopes n'étant que des lunettes avec lesquelles on regarde les objets, qu'on envisage de fort près; leur image n'est pas représentée dans le foyer de l'objectif, mais au delà, en raison du produit de la distance de l'objet & du foyer de l'objectif divisé par leur différence; si la distance de l'objet est $= a$, le foyer de l'objectif $= b$; la distance de l'image est $= \frac{ab}{a - b}$; représentée en avant si la distance de l'objet est plus grande que le foyer de l'objectif; & en arrière, si cette distance est moindre.

Tels qu'ils sont aujourd'hui avec une lentille simple sujette à la confusion de la figure & de la diverse réfrangibilité; ils manquent de clarté par la petite ouverture qu'admet l'objectif; le grossissement par conséquent ne peut être que borné comme de même, le champ par l'arrangement ordinaire des oculaires. Un objectif formé de deux lentilles, exempt de la confusion sphérique & de la diverse réfrangibilité, admettant une grande ouverture, procureroit le degré de clarté nécessaire & feroit obtenir des multiplications beaucoup plus considérables par l'emploi de lentilles d'oculaires d'un moindre foyer, & leur arrangement suivant la construction précédente feroient obtenir les avantages d'un champ bien plus considérable.

L'arrangement des oculaires selon les principes des deux constructions proposées pour les lunettes, feroient obtenir les avantages du champ.



Les Télescopes à réflexion peuvent être considérés comme des lunettes à réfraction, dont le nombre & la distance des lentilles sont déterminés par le nombre & la distance des miroirs & des oculaires qu'on emploie. Les miroirs concaves répondent aux lentilles convexes, qui rendent les rayons convergens dans un point; & les miroirs convexes aux lentilles concaves, qui divergent les rayons selon un rapport déterminé par leur foyer. Le Télescope Newtonien n'est qu'une lunette astronomique, qui représente les objets renversés; il s'agit d'appliquer les oculaires de la manière la plus avantageuse, pour obtenir le champ le plus avantageux. Le Télescope Grégorien, avec les deux miroirs concaves, est une lunette dans la construction ordinaire, avec 4 lentilles pour représenter les objets debout; il s'agit de lui appliquer les principes de cette construction pour obtenir un champ plus avantageux qu'il n'a eu jusqu'à présent.

Pour obtenir les avantages de la nouvelle ou seconde Méthode d'arranger les oculaires; il faudroit employer, au lieu du second miroir concave, un petit miroir convexe, qui projette l'image du grand miroir à la distance nécessaire, jusqu'à l'ouverture du grand miroir; dans lequel on placeroit la petite lentille, qui redresse & transmet l'image, pour être conduite à l'oeil de la manière la plus avantageuse, selon le nombre des oculaires qu'on veut employer.

Je dois me contenter ici du développement général de ces principes; en joignant celui d'un devis de Microscope & de Télescope Grégorien, selon les deux genres différens de construction.

DEVIS DUN TÉLESCOPE

à reflexion de 6 pouces de longueur; qui grossit 16 fois & découvre un champ de 3 soleils.

- 1) Le grand miroir concave PP a 8 pouces de rayon, & par conséquent 4 pouces de foyer; le diamètre de l'ouverture PP est d' $1\frac{1}{2}$ pouces; & le trou circulaire du milieu RR a $\frac{1}{2}$ pouce de diamètre; il transmet l'image renversée au petit miroir convexe.

Fig. 9.



- 2) A' la distance CB égale a 3 pouces, est placé le petit miroir Q B Q.
Il est convexe, a 3 pouces de rayon, & le diametre de l'ouverture Q Q est d' $\frac{1}{2}$ pouce; il projette l'image renversée jusqu'en c.
- 3) Dans le trou circulaire R R du grand miroir, dans le foyer, est placée une lentille également convexe R R, qui rétablit l'image; elle a $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture & $1\frac{1}{8}$ de pouce de foyer; son bassin doit être d' $1\frac{1}{8}\frac{7}{8}$ pouces.
- 4) A' la distance A D de cette lentille $\equiv 1\frac{1}{2}$ pouces, est placée la lentille S S également convexe qui a $\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture & $\frac{3}{4}$ de pouce de foyer.
- 5) A' la distance D E $\equiv \frac{3}{4}$ pouce, est placée la lentille T T également convexe, qui a $\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture & $\frac{1}{2}$ pouce de foyer.
- 6) A' la distance E F $\equiv \frac{3}{4}$ pouce, est placé l'oculaire V V également convexe, qui a $\frac{2}{8}$ de pouce d'ouverture & $\frac{3}{8}$ pouce de foyer; il doit être mobile pour la vuë de l'observateur.
- 7) L'oeil est à la distance d' $\frac{1}{2}$ de pouce de l'oculaire.

Ce Télescope peut grossir 20 fois, & être rendu plus commode.

- 1) Le grand miroir reste le même, mais le trou circulaire qui donne passage à l'image n'est que de $\frac{1}{8}$ de pouce.
- 2) Le petit miroir Q B Q est plus éloigné, la distance C B est $\equiv 3\frac{1}{2}$ pouce, il est convexe, & le bassin pour la forme doit avoir $2\frac{1}{8}\frac{4}{8}$ pouces; l'ouverture est de $\frac{1}{8}$ de pouces.
- 3) La lentille R R, également convexe, a $\frac{3}{4}$ de pouce de foyer & $\frac{1}{8}$ de pouce d'ouverture.
- 4) A' la distance A D $\equiv \frac{1}{2}$ pouce, est placée la lentille S S, qui a $\frac{1}{4}$ pouce de foyer & $\frac{1}{8}\frac{1}{8}$ pouce d'ouverture.



- 5) A la distance $DE = \frac{4}{3}$ pouce est placée la lentille TT , qui a $\frac{4}{3}$ pouce de foyer & $\frac{1}{15}$ pouce d'ouverture.
- 6) A la distance $ET = 1\frac{1}{3}$ pouce est placé l'oculaire VV , qui a $\frac{4}{3}$ pouce de foyer & $\frac{1}{15}$ pouce d'ouverture.
- 7) L'oeil est à la distance de $\frac{4}{3}$ pouce de l'oculaire.

*Un troisieme arrangement par lequel il grossit 15 fois
qui réussiroit peut-être le mieux.*

- 1) Le grand miroir PP est absolument comme dans le premier arrangement.
- 2) Le petit miroir QQ également.
- 3) La lentille RR a 1 pouce de foyer & $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture.
- 4) A la distance $AD = 1\frac{1}{3}$ pouce est placée la lentille SS_1 qui a $\frac{4}{3}$ pouce de foyer & $\frac{1}{3}$ pouce d'ouverture.
- 5) A la distance $DE = 1\frac{1}{3}$ pouce est placée la lentille TT qui a $\frac{4}{3}$ pouce de foyer & $\frac{1}{3}$ pouce d'ouverture.
- 6) A la distance $ET = 1\frac{1}{3}$ pouce est placé l'oculaire VV qui a $\frac{4}{3}$ pouce de foyer & $\frac{1}{3}$ pouce d'ouverture.
- 7) L'oeil est à la distance de $\frac{4}{3}$ pouce de l'oculaire.

*L'arrangement ordinaire des Télescopes avec le petit miroir concave & 2
oculaires pourroit être perfectionné de la maniere suivante.*

- 1) Le grand miroir PP ayant 4 pouces de foyer, $1\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture; le trou circulaire auroit $\frac{1}{2}$ de pouce: il forme l'image renversée dans son foyer o .
- 2) A la distance $AB = 5$ pouces, 1 pouce au delà du foyer, est placé le petit miroir QQ concave, qui a 1 pouce de foyer & $\frac{1}{12}$ pouce d'ouverture; il transmet l'image droite, à travers l'ouverture du grand miroir.

Fig. 19.



- 3) Immédiatement derrière le trou circulaire du grand miroir, est placée la lentille RR, également convexe, qui a $3\frac{3}{4}$ pouces de foyer & $\frac{1}{2}$ pouce d'ouverture; elle rompt les rayons & les réunit dans un foyer plus court.
- 4) A la distance CD = 5 pouces, est placé l'oculaire EE, qui a $1\frac{1}{4}$ pouce de foyer & $\frac{1}{2}$ d'ouverture; elle transmet l'image à l'oeil.
- 5) L'oeil est à la distance de $1\frac{1}{4}$ pouces de l'oculaire.

DEVIS D'UN MICROSCOPE

qui grossit extrêmement & découvre une très grande partie de l'objet distinctement & avec clarté.

Planche IV.
Fig. 11.

- 1) L'objectif Aa est formé de deux lentilles;
l'antérieure est un ménisque dont
le rayon de la face antérieure est de $20\frac{5}{8}$ pouces,
— — — — postérieure — $12\frac{5}{8}$ pouces,
la postérieure est inégalement convexe dont
le rayon de la face antér. vers le ménisque est de $14\frac{5}{8}$ pouces,
— — — — postér. vers les oculaires — $42\frac{5}{8}$ pouces,
le diamètre de leur ouverture est de $\frac{1}{2}$ ou de $\frac{5}{8}$ pouce.
Ces deux lentilles doivent être enchassées de manière qu'on puisse les éloigner & les rapprocher, jusqu'à ce qu'on aperçoive la vision la plus distincte.
- 2) L'objet en est à $\frac{1}{4}$ de pouce.
- 3) L'étui MN doit être fait de manière qu'on puisse le raccourcir & l'allonger jusqu'à 12 pouces; sa moindre longueur est de 6 pouces.
- 4) En B, est placée la lentille également convexe NN; de $\frac{1}{8}$ de pouce d'ouverture; & de $1\frac{1}{2}$ de pouce de foyer; le bassin peut être d' $1\frac{1}{8}$ pouce.



5) A' la distance $C = \frac{1}{2}$ pouce, est placée la lentille OO, également convexe; de $\frac{7}{16}$ de pouce d'ouverture; & de $1\frac{1}{2}$ pouce de foyer; le bassin peut être $1\frac{5}{16}$ pouce.

6) A' la distance $D = \frac{1}{2}$ pouce, est placé l'oculaire PP, également convexe, d' $\frac{1}{4}$ de pouce d'ouverture, & d' $\frac{1}{2}$ pouce de foyer; le bassin peut être de $\frac{5}{16}$ pouce.

L'oculaire doit être mobile pour la vue de l'observateur.

L'oeil est à la distance d' $\frac{1}{8}$ pouce.

a) Si l'on vouloit se servir d'un objectif ordinaire simple, il faudroit rétrécir l'ouverture de plus de 10 fois; & la représentation par conséquent seroit sombre & peu éclairée.

b) L'objectif peut être formé sur des mesures moindres ou plus grandes que les présentes, pour obtenir plus ou moins de grossissement; s'il étoit fait sur la moitié des mesures présentes, il grossiroit deux fois davantage.

Dans tout le reste il n'y a pas de changement.

On pourroit obtenir avec le même objectif beaucoup plus de grossissement, en allongeant le tube, & avec un peu de changement dans les deux lentilles intermédiaires NN, OO,

1) L'étui MN peut être fait de la longueur de 12 pouces, & de manière qu'il puisse être allongé jusqu'à 24 pouces.

2) La lentille NN aura 1 pouce d'ouverture, & $1\frac{9}{16}$ pouce de foyer; le bassin peut être de $2\frac{5}{16}$ pouces de rayon.

3) A' la distance précédente $C = \frac{1}{2}$ pouce, est placée la lentille OO, qui aura $\frac{7}{16}$ pouce d'ouverture; & $1\frac{4}{5}$ pouce de foyer; le bassin peut être de $1\frac{5}{16}$ pouce de rayon.

4) L'oculaire PP est le même & placé à la même distance $= \frac{1}{2}$ pouce; & l'oeil est à la distance d' $\frac{1}{8}$ pouce.



Je finirai par remarquer en général que les lentilles placées dans les lieux des images, ou foyers des autres lentilles, deviennent objets elles-mêmes; le moindre atome de poussière, & les plus légers défauts dans le verre deviennent des monstres qui troublent la vision.

C'est par cette raison que le second & troisième développement, qui n'ont pas de lentille dans le foyer de l'oculaire, conviendront le mieux pour l'exécution & la pratique. Pour éviter cet inconvénient, il sera peut-être nécessaire encore de déplacer un peu la première lentille collective, placée dans le foyer de l'objectif; l'expérience sera le meilleur guide qu'on pourra consulter, & décidera de même du changement léger qui pourra s'ensuivre pour la place & la distance des lentilles suivantes, dont l'arrangement ne sera jamais absolument conforme aux préceptes de la Théorie; parce que l'Artiste donnera rarement, ou peut-être jamais, le foyer réel aux lentilles qu'elle prescrit.

C'est l'effet le plus avantageux qu'il remarque dans leur assemblage qui arrête les distances; & la lunette est plus ou moins parfaite, selon que l'ouvrier a réussi à donner aux lentilles les figures prescrites; dont dépend la netteté d'une représentation distincte, & le trouble des couleurs qui peut résulter de la grande ouverture des oculaires.

Newton conseille, dans la septième proposition de son Traité d'optique, de polir les lentilles en mettant la potée lavée & épurée autant qu'il est possible, avec de la poix versée sur le bassin, pour ne pas creuser & sillonner le verre; il insiste beaucoup de les travailler avec le mouvement le plus doux, pour ne pas forcer & altérer leur figure; peut-être seroit-il à propos de le faire le bassin en repos; & il croit sur une expérience qu'il a faite lui-même, qu'il seroit possible de former de cette manière les miroirs des Télescopes à refraction, préférables de beaucoup à ceux de métal.

L'avis de ce grand homme, qui descendoit des méditations les plus sublimes aux détails de l'exécution, est un arrêt, dont l'Artiste doit bien se garder de s'écarter; mais l'art de former & de polir les lentilles devient alors l'ouvrage pénible du tems & d'un grand nombre



bre d'ouvriers qu'il faut faire travailler ; au lieu que l'ouvrier cherche ordinairement les moiens les plus prompts pour finir son ouvrage.

J'ajouterai quelques observations dues à l'expérience & aux mauvais succès qu'on a eu jusqu'à présent dans l'exécution des objectifs formé de deux lentilles. Les rayons, en traversant une lentille sphérique, subissent une réfraction différente selon qu'ils passent plus près ou plus loin du centre, suivant une loi fondée sur la sphéricité de chacune de ses faces ; ceux qui sont transmis par les bords de la lentille, forment un foyer différent de celui que forment ceux qui passent par le centre.

Cette loi fixée avec précision fonde la combinaison de deux lentilles, l'une convexe avec une autre concave ou ménisque d'un foyer négatif dont le changement des foyers des rayons du centre & de la circonférence suit une loi directement contraire, & réunit tous les rayons dans un même foyer.

L'exécution n'ayant pas répondu jusqu'à présent à l'attente de la théorie ; j'observe d'abord qu'on suppose une sphéricité parfaite. L'inégalité du mouvement des bassins peut, malgré la sphéricité parfaite, donner aux lentilles une autre courbure vers les bords que vers le milieu ; & la variation dans les foyers suivroit alors une autre loi que celle qu'on suppose dans la théorie. Si la courbure étoit moindre vers les bords, ce seroit un défaut heureux, qui rendroit la lentille parfaite par elle-même, & dispenseroit de la combinaison avec une seconde lentille d'un foyer négatif. Si la courbure étoit plus forte vers les bords que celle de la sphere qui forme le centre, la réfraction des rayons seroit plus forte, & la seconde lentille ne pourroit plus les rompre au point de correction nécessaire ; il en faudroit une plus concave : mais elle devoit toujours produire une diminution de la confusion, en ramenant les foyers dispersés plus près les uns des autres.

Mais, comme on n'a pas apperçu le moindre effet dans la combinaison de deux lentilles, il paroît qu'il doit se trouver un autre défaut dans l'exécution.

Les



Les expériences, en couvrant les bords & ensuite le centre de la lentille, doivent donner la différence entre leurs foyers que la Théorie suppose.

Dans la combinaison des deux lentilles, ces mêmes expériences doivent constater si le foyer des rayons de la circonférence & du centre sont les mêmes.

Si les foyers sont les mêmes; que la représentation soit encore confuse, & que l'objectif soit représenté comme couvert de couleurs mêlées & embrouillées; cette confusion ne peut résulter que d'une difformité ou irrégularité dans la surface même de la lentille, formée de petites cavités & éminences, qui rompent les rayons irrégulièrement & les dispersent en tout sens.

Comme cette inégalité dans la surface paroît tenir à la matière du verre même, il faudroit, après avoir donné la figure sphérique à la lentille, ne donner le poli qu'aux éminences de la surface, & laisser les cavités dont la figure est informe, brutes afin de ne pas donner des passages aux rayons.

L'Artiste, dans le premier cas, doit ne pas trop polir le verre; il doit savoir s'arrêter à un certain point, qui polit la partie élevée de la surface & laisse brute les parties creuses, ou pousser la politure au point que la superficie soit parfaitement unie & polie.

2) Le mouvement de la lentille en la polissant doit être très léger, & le bassin en repos; d'abord pour ne pas altérer sa figure, & pour que la matière qui fait la politure n'attaque pas les cavités.

3) Il paroît que c'est le cas de la potée, ou du caput mortuum de la distillation du vitriol dont se sert; la terre argilleuse dans laquelle la terre vitrée très fine est mêlée avec une terre douce alcaline, paroît convenir mieux.

Mais, dans l'un & l'autre cas 4) la matière dont il se sert ne peut pas être d'un grain assez pur & doux, pour ne pas trop attaquer le verre.



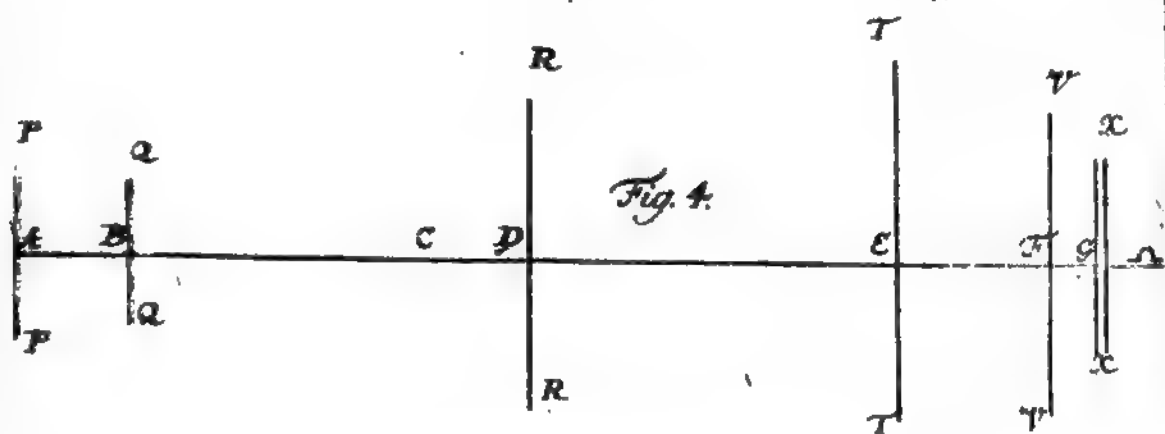
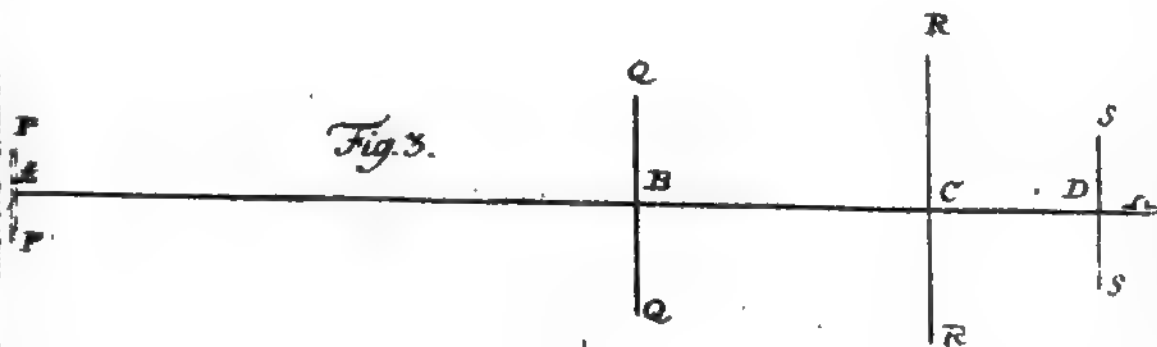
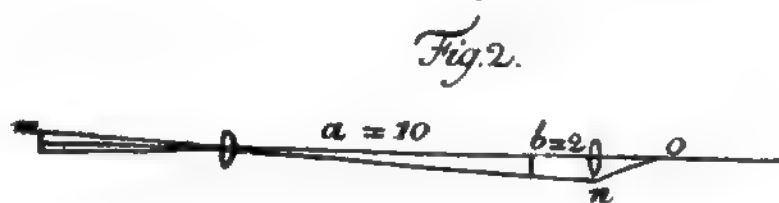
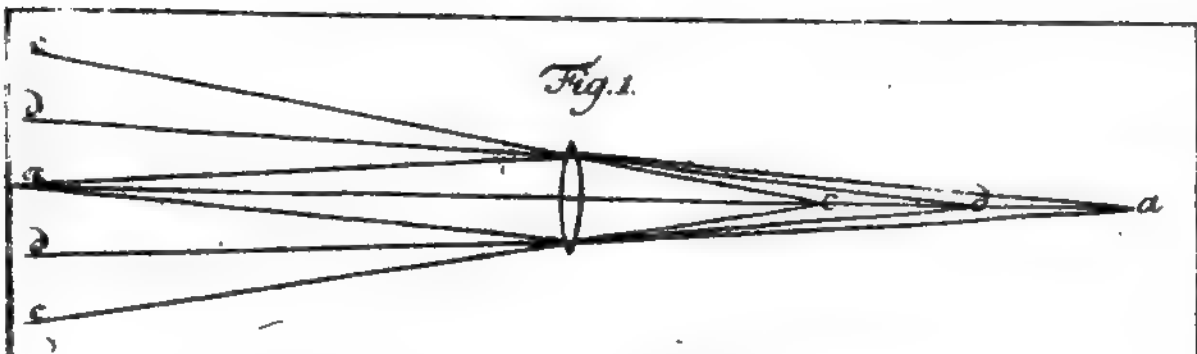


Fig. 5.

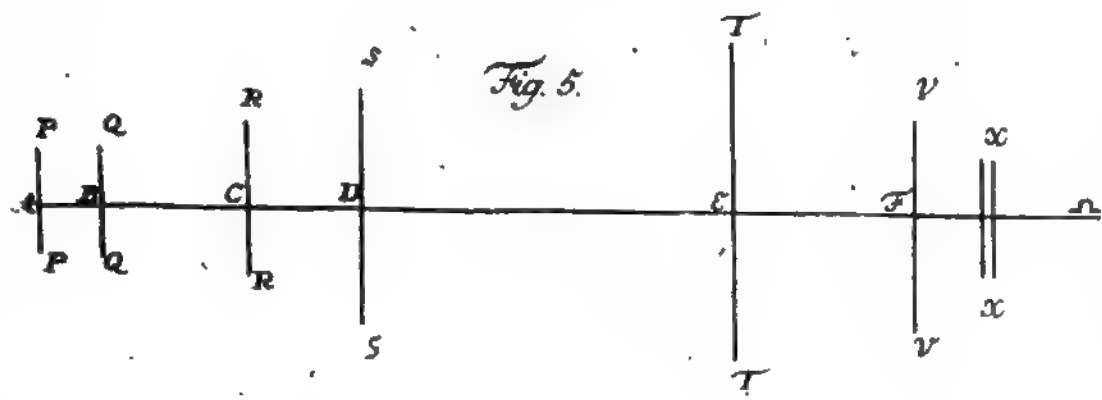


Fig. 6.

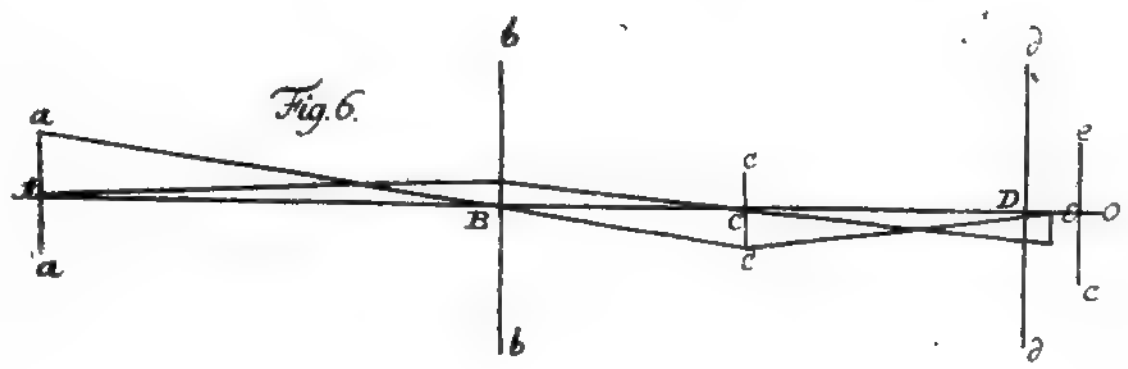
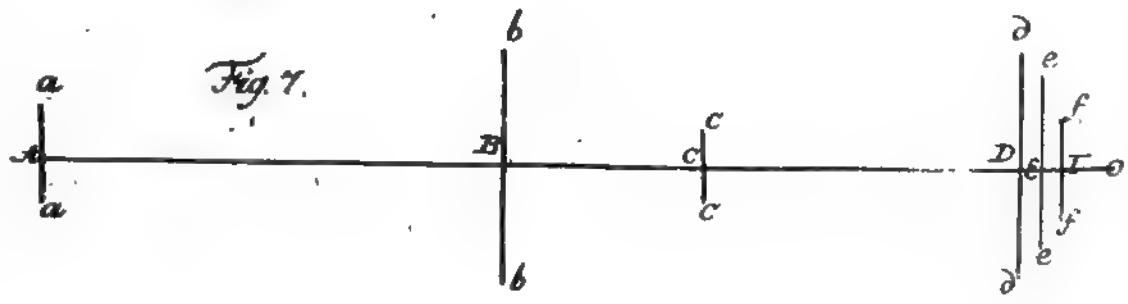
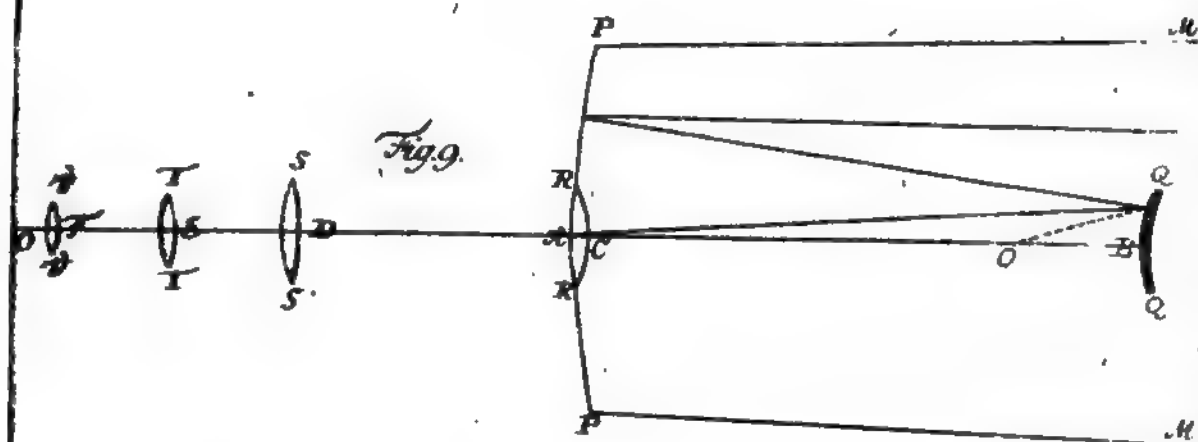
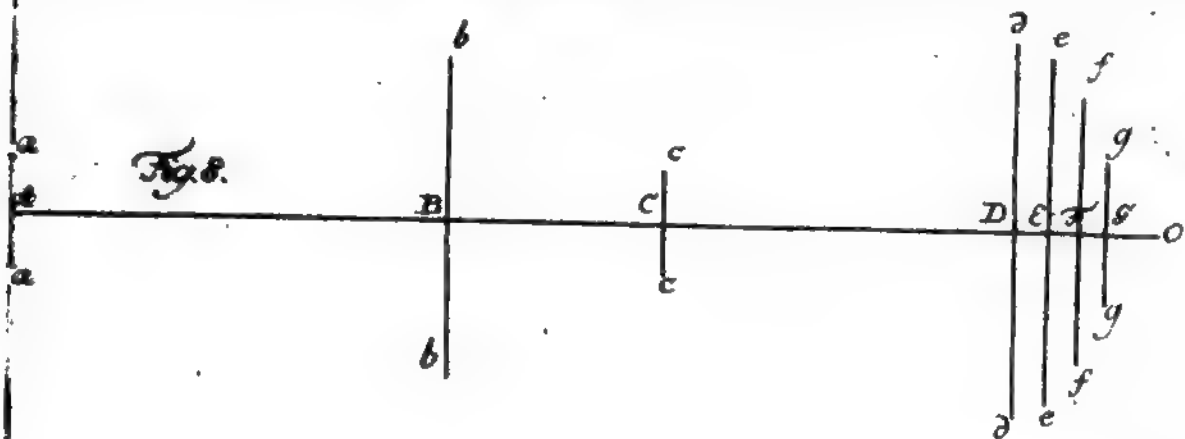


Fig. 7.







S U R
LA RÉSISTANCE DES FLUIDES.
P A R M. S U L Z E R.

La résistance des fluides est un de ces phénomènes de la Nature, qui, dans plusieurs cas, semblent se refuser au calcul des Géomètres. La loi de la résistance, proposée par *Newton*, & adoptée par tous les Géomètres, donne des résultats qui, dans certains cas, se trouvent conformes à l'expérience, & qui s'en éloignent très considérablement dans d'autres. Elle paroît surtout insuffisante pour calculer la résistance de l'air ; & nous avons vu ici ^{*)}, que les calculs de *M. Euler* sur l'effet des moulins à vent, fondés sur la loi de *Newton*, donnoient des résultats qui sont au dessous de la moitié de ceux que l'expérience a fournis à *Mr. Lulofs*.

Ayant réfléchi sur cette matière, j'ai crû voir la raison de l'insuffisance de la loi reçue des résistances. Je me suis aperçu que la même loi ne pouvoit avoir également lieu pour des fluides aussi différens dans leur nature que le sont l'air & l'eau, l'un étant compressible, & l'autre se refusant à toute compression, quelque grande que soit la force comprimante. Il m'a donc semblé qu'il falloit chercher la loi des résistances pour chacun de ces fluides à part, & qu'il étoit nécessaire d'avoir égard dans cette recherche à la nature spécifique de chaque fluide. Ayant entrepris cette recherche, j'ai vu très clairement que la loi connue n'avoit lieu que pour les fluides qui sont de la nature de l'eau, & que les fluides qui sont de la nature de l'air suivent nécessairement une loi très différente de celle-là. C'est - ce que je tâcherai de faire voir dans ce Mémoire.

Com-

^{*)} Voy. Mém. de l'Acad. A. MDCCLVI. p. 169.

Commençons par considérer la nature des deux fluides dont il s'agit. Je leur suppose d'abord à l'un & à l'autre une fluidité parfaite. J'entends par fluidité parfaite, le manque de cohésion entre les parties du fluide, chaque partie cédant au mouvement comme si elle étoit isolée, & n'opposant au mouvement que son inertie. Cette supposition n'est peut-être pas vraie à la rigueur, mais cela ne trouble point la loi des résistances, comme nous le verrons plus bas. Cette fluidité parfaite est la seule qualité commune que je suppose dans l'un & l'autre des deux fluides; ce qui que les distingue est la compressibilité, qui manque absolument à l'un, & qui est fort grande dans l'autre.

Pour concevoir la différence que cela produit dans les résistances, je considère le mouvement d'un corps solide dans un canal rempli d'un fluide de la manière suivante.

Planche IV.
Fig. 1.

Soit AB (fig. 1.) un canal cylindrique dans lequel se meuve un corps cylindrique C , qui bouche exactement la cavité: je suppose que le canal est rempli de D en E , soit d'eau, soit d'air, & que le corps C se meuve dans la direction AB . Si le canal est rempli d'eau, on conçoit que, dès le premier instant du mouvement du corps C , il doit s'écouler une portion d'eau par l'embouchure B . Car l'eau n'étant point compressible, le corps C ne peut avancer, sans que l'eau s'écoule. De quelle longueur que soit l'espace DE , le mouvement du corps CD se fera sentir à l'embouchure B au moment même qu'il commence.

Si à l'idée de l'incompressibilité nous joignons celle de la fluidité parfaite, nous comprendrons encore, que, si le corps C vient heurter contre la colonne d'eau, quelque petite que soit la force qui pousse le corps C , elle suffira toujours pour faire couler l'eau par l'embouchure E ; au lieu, que si la matière dont le canal DE est rempli étoit solide, il faudroit, pour produire du mouvement, une force capable de vaincre l'inertie de tout le cylindre DE . Le cas où le cylindre est rempli d'eau, a beaucoup de ressemblance avec celui où un corps dur heurte contre une file de corps durs & élastiques, rangés en ligne droite. Car le mouvement se communique à l'autre extrémité de



de la file en imprimant un mouvement progressif au dernier corps, quoique la file même ne reçoive aucun mouvement progressif. Lors donc que le corps C avance dans le canal, il n'imprime dans chaque élément du tems du mouvement progressif qu'à une portion de matiere fluide proportionnée à l'espace parcouru pendant cet élément du tems; au lieu que, si le cylindre DE étoit un corps solide, le cylindre entier recevrait le mouvement progressif.

Supposons maintenant que la longueur du canal DE soit infinie, ou ce qui revient au même, qu'elle reste toujours égale pendant que le corps C avance: on comprendra que la force motrice qui agit sur le corps C, produit à chaque instant du tems un double effet dont l'un est l'accélération du corps C même, & l'autre le mouvement d'une particule d'eau, proportionnée à l'espace parcouru par le corps. C'est dans ces deux choses que consiste l'effet complet de la force motrice. Nous verrons plus bas comment on peut tirer de là la vraie loi de la résistance de l'eau.

Examinons maintenant le cas où l'espace DE est rempli d'air, tel qu'il est dans l'atmosphère. Cet air étant compressible par des forces fort peu considérables, on voit d'abord qu'il n'est pas absolument nécessaire qu'une portion d'eau s'écoule par l'embouchure E dès le premier moment que le corps C avance; car la partie qu'il écarte nécessairement, pourroit se glisser entre les autres parties en condensant la masse. On trouvera même, en réfléchissant plus particulièrement sur ce cas, que, si le mouvement du corps C est d'une certaine rapidité, l'air se condensera nécessairement avant qu'aucune partie s'échappe par l'embouchure B: & c'est justement de ce cas que dépend la loi de la résistance de l'air.

La compressibilité de l'air suppose nécessairement que les particules de cet élément soient séparées les unes des autres, vû que sans cette condition il seroit impossible de les rapprocher les unes des autres. Cela nous autorise à nous représenter un fil d'air comme une suite de globules placés à une certaine distance les uns des autres, pen-



dant qu'un fil d'eau doit être représenté par une suite de globules qui se touchent. L'élasticité de l'air nous autorise de plus à supposer les espaces entre les globules remplis de ressorts; en un mot nous pouvons nous représenter un fil d'air comme une suite de globules avec des ressorts, tels qu'ils sont représentés dans la 2 figure. Il faut encore ajouter, que ces ressorts sont si peu tendus, que la moindre force suffit pour les tendre d'avantage.

Considérons maintenant ce qui doit arriver à cette file de globules AB (fig. 2.) si le premier en A commence à se mouvoir dans la direction AB. Il est d'abord visible qu'il tendra ou comprimera le ressort qui est entre lui & le second globule: de plus, le mouvement du premier globule ne peut se communiquer au second que moyennant le ressort qui les joint, de façon que ce second globule ne reçoit son mouvement que par le mouvement de la particule du ressort x , qui le touche immédiatement. Maintenant on conçoit que comprimer le ressort n'est autre chose que rapprocher ses parties. Lors donc que le ressort qui est entre deux globules commence à être comprimé, la première particule s'approche de la seconde, celle-ci de la troisième, & ainsi de suite. Ces mouvements étant progressifs, ne se font point dans un instant, mais dans des tems réciproquement proportionnés à leur vitesses. On conçoit par là qu'il faut du tems avant que le mouvement du premier globule se communique au second, & ainsi de suite; ce qui (pour le dire en passant) est la raison physique de la propagation successive du son.

Le premier globule avancera donc vers le second avant que celui-ci commence à se mouvoir; par conséquent il se fera une compression entre ces deux globules. Cette compression parvenue à un certain point, produira du mouvement dans le second globule, qui, à son tour, comprimera le second ressort. Cette seconde compression ne commençant qu'au moment que la première est à son plus haut degré, ou conçoit que, tant que le mouvement dure, la compression du premier ressort sera toujours plus grande que celle du second. Enfin,



en continuant ce raisonnement, on comprendra; 1) Que le mouvement imprimé au premier globule, ne se communique que successivement aux globules suivans, & que si la distance entre les globules A & B est finie, il faut un tems fini pour faire parvenir le mouvement de A en B. 2) Qu'aussi loin que le mouvement s'étend, il y aura une compression dans les ressorts. 3) Que cette compression est la plus grande au commencement de la file, & va en diminuant continuellement. 4) Que, plus le mouvement des globules est rapide, plus les compressions seront considérables.

Appliquons maintenant ces principes au cas où le corps C (fig. 1.) se meut dans le canal AB, ayant une colonne infinie d'air DE devant soi. Il est visible qu'il se fera une compression dans cet air, qui ira en diminuant dans la direction DE, de sorte qu'elle peut être représentée par la ligne courbe GH, dont chaque appliquée FG, représente la compression de l'air dans la section du canal qui répond au point F, produite par le mouvement du corps C. Il est de plus évident, que tant que la vitesse du corps C est la même, la ligne des compressions GH reste la même.

Cela nous met en état de déterminer les élémens qui doivent entrer dans le calcul des résistances de l'air. Car nous voyons qu'à chaque élément du tems la force motrice qui agit sur le corps C, produit les effets suivans. 1) Le mouvement du corps C même. 2) Le mouvement d'une particule d'air naturel ou non comprimé, proportionnée à l'espace parcouru. 3) Le mouvement d'une particule d'air dont la densité est représentée par la ligne FG. 4) La même force doit encore vaincre le degré d'élasticité produit par la condensation de l'air, lequel s'oppose au mouvement. Voilà quatre élémens qui entrent nécessairement dans le calcul de la résistance de l'air. De ces quatre élémens il n'y a que les deux premiers qui affectent le calcul de la résistance de l'eau. Il est évident par là, que la même loi ne peut déterminer la résistance de l'un & de l'autre de ces deux fluides.



Après avoir établi le fondement du calcul des résistances, il ne sera pas difficile de donner le calcul même. Supposons donc que AB (fig. 3.) marque la ligne verticale, par laquelle un cylindre solide tombe verticalement dans l'eau, ayant son axe dans la ligne AB, & sa base perpendiculaire à cette ligne. Que les appliquées BC de la courbe AC marquent les vitesses du cylindre à chaque point de l'axe B, & les appliquées BD de la courbe AD les hauteurs auxquelles le cylindre pourroit remonter dans le vuide, moyennant la vitesse acquise en B.

$$\begin{array}{ll} \text{Soit maintenant} & AB = x \\ & BC = \sqrt{v} \\ & BD = v. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Soit de plus} & \\ \text{la pesanteur du cylindre dans l'eau} & = P. \\ \text{sa masse} & = M. \\ \text{sa base} & = a^2 \end{array}$$

Je suppose que ce cylindre n'a pas encore acquis sa plus grande vitesse, de sorte qu'en continuant à descendre par un espace infiniment petit $Bb = dx$, l'appliquée BD $= v$ devienne $v + dv$. Cela posé, il est clair, que la force motrice produit un double effet dans le tems qu'elle fait parcourir au cylindre l'espace dx . Car la masse M acquiert un accroissement de vitesse, & par conséquent une augmentation de force vive $= Mdv$, & le cylindre écarte une portion d'eau $= a^2 dx$ avec la vitesse $\sqrt{v}$. Par conséquent la force motrice produit dans l'eau une force vive $= a^2 v dx$. C'est dans ces deux effets que consiste tout ce que produit la force accélératrice, & cela nous donne cette équation

$$\begin{array}{l} Pdx = Mdv + a^2 v dx, \\ \text{ou bien} \quad dx = \frac{Mdv}{P - a^2 v}; \end{array}$$

équation



équation qui contient la vraie loi de la résistance de l'eau, & qui est la même que celle que *Newton* a proposée. Cette loi consiste en ce que la résistance de l'eau est égale à la pression d'une colonne d'eau dont la base est $\equiv a^2$, & la hauteur $\equiv v$.

Il est visible que cette loi ne change pas, si le fluide n'est point parfait, comme nous l'avons supposé, pourvu qu'il soit incompressible. Car, s'il avoit une tenacité sensible, de sorte qu'il fallut une certaine force pour séparer la masse $a^2 dx$, cette ténacité ne feroit que diminuer d'une quantité constante la force motrice *P*. Dans ce cas donc on auroit

$$dx = \frac{M dv}{P - p - a^2 v^2}$$

équation qui renferme la même loi que la précédente.

Cherchons maintenant la loi de la résistance d'un fluide compressible. Nous avons vu qu'un corps qui se meut rapidement dans un tel fluide, produit une compression dans la partie du fluide qui est devant lui. La force comprimante est égale à une colonne de ce fluide, dont la hauteur est $\equiv v$.

Cela étant, le cylindre écarte en avançant ce fluide condensé : soit la densité du fluide dans l'état naturel $\equiv 1$, celle qui est causée par cette compression $\equiv n$, il est visible que nous appliquerons au cas présent l'équation que nous venons de trouver en substituant le terme $na^2 v$ à celui de $a^2 v$.

Mais il faut encore avoir égard à l'augmentation d'élasticité causée par cette condensation. Car, le fluide étant comprimé devant le cylindre son élasticité, y est plus grande qu'elle n'est derrière le cylindre, & l'excès de l'élasticité, qui a lieu avant le cylindre sur celle qui a lieu derrière, s'oppose directement à la force accélératrice. Supposons donc l'élasticité naturelle du fluide $\equiv e$, celle qui est devant le cylindre sera $\equiv ne$, supposé que les élasticités soient comme les den-

densités; par conséquent l'excès de celle-ci sur celle-la $\equiv ne - e$. Il y a donc une pression du fluide $\equiv ne - e$ qui diminue la force motrice P . Nous aurons donc cette équation pour la résistance des fluides compressibles & élastiques

$$(P - ne + e) dx \equiv Mdv + na^2 v dx$$

ou bien

$$dx \equiv \frac{Mdv}{P - ne + e - na^2 v}.$$

Pour mieux voir combien cette équation diffère de la première, je vais déterminer les valeurs de n & e pour l'air.

Soit, pour cet effet, la hauteur du mercure dans le barometre $\equiv p$ pieds, & la pesanteur spécifique du mercure à celle de l'air comme $1 : m$. La hauteur d'une colonne d'air naturel aussi pesante que cette colonne de mercure sera $\equiv \frac{p}{m}$. Maintenant, les densités

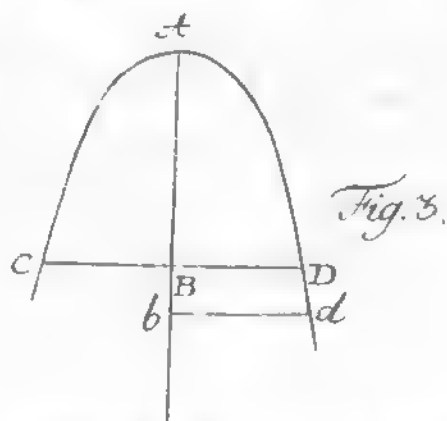
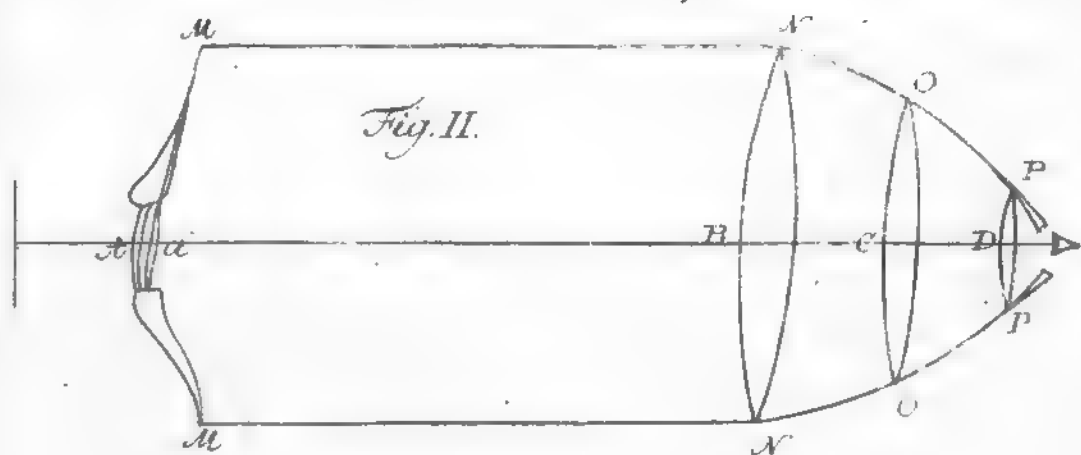
de l'air étant proportionnelles aux colonnes comprimantes, la densité de l'air naturel sera à celle de l'air qui est devant le cylindre comme $\frac{p}{m} : \frac{p}{m} + v$. Nous avons donc $1 : n \equiv \frac{p}{m} : \frac{p + mv}{m}$

$$\& \quad n \equiv 1 + \frac{mv}{p}.$$

Pour déterminer la valeur de la lettre e , il faut considérer que l'élasticité de l'air naturel est égale à la pression d'une colonne d'air dont la hauteur est $\equiv \frac{p}{m}$; par conséquent cette élasticité dans le cas présent est égale à une colonne d'air naturel dont la base est $\equiv a^2$, & la hauteur $\equiv \frac{p}{m}$; par conséquent $e \equiv \frac{a^2 p}{m}$.

Substituons ces valeurs dans notre équation, & nous aurons

dx



$$dx = \frac{M dv}{P - 2a^2 v - \frac{m}{p} a^2 v^2}$$

Cette équation comparée à celle que nous avons trouvée pour la résistance de l'eau nous fait voir, que quand il s'agit de l'air, la résistance est plus que double de celle qui résulte de la première loi. Car ici le terme $a^2 v$ se trouve doublé, & outre cela, il faut encore ajouter à la résistance une quantité qui est proportionnée au biquarré de la vitesse. Ce terme à la vérité n'est d'aucune considération, tant que la vitesse du corps mû n'est pas excessivement grande. Pour nous convaincre de cela nous n'avons qu'à substituer à la place des lettres m & p leurs valeurs uniques. La hauteur moyenne du barometre étant supposée de 28 pouces, nous aurons $p = 2\frac{1}{2}$, & le mercure étant à peu près 14000 fois plus pesant que l'air $m = 14000$; par conséquent $\frac{m}{p} = 5600$ à peu près, ce qui fait voir, que le terme $\frac{m}{p} a^2 v^2$ n'est d'aucune conséquence, si la vitesse n'est très grande.

Je ne m'arrête pas à donner les intégrales de ces équations: il suffit d'avoir fait voir très clairement, que la théorie ordinaire ne suffit pas pour calculer la résistance de l'air, surtout dans les cas où la vitesse est considérable.





SUR UNE ESPECE
DE PROLIFIGATION TRÈS RARE,
ARRIVÉE AU CENTRE DU PISTILLE, DANS
UNE *IRIS* MONSTRUEUSE, ET SUR UNE AUTRE SINGULIERE
DANS UN *LIS BLANC*.
PAR M. GLÉDITSCH.

Traduit du Latin.

La Plante monstrueuse que je vais décrire, par un cas très rare, & même le premier qui me soit connu, tire son origine d'une espece d'Iris tout à fait connue. Il arrive souvent que les especes monopérales de l'ordre liliacé des végétaux bulbeux & rubéaux offrent des jeux de la nature dans la multiplication ou dans la plénitude de leurs corolles, qui deviennent quelquefois fort monstrueuses: mais pour une espece de prolifigation, telle qu'est celle dont il s'agit ici, qui ne consiste qu'en une élargition du centre même du simple pistille, ou elle n'a jamais eu lieu, ou (soit dit avec la permission des Experts en Botanique,) la plupart des observateurs n'y ont pas fait attention. Aussi, également frappé de la nouveauté & de la beauté d'un phénomène aussi extraordinaire, arrivé dans une espece assez remarquable de nos belles-Iris communes, je l'ai cru digne d'être attentivement observé.

Cette Plante naturelle, assez commune dans les jardins de Berlin, est appelée par le célèbre de Linné dans ses *Spec. Plant.* Ed. I. p. 29. *IRIS corol lis imberbi-us, germinibus trigonis, caule teretri, foliis linearibus.* Le savant Bauhin, dans son *Theatr. Botan.* Ch. X. p. 597-98, la nomme *IRIS pratensis, angustifolia, altior.* En Alle-



Allemand: *der groſſe ſtaudige und ſmall Wiefen-Swendel, mit blauen Blumen.*

Thalius a déjà connu de ſon tems la Plante en queſtion, & l'a cueillie dans les lieux humides au pied des montagnes de la forêt Hercynie, où j'en ai rencontré auſſi par-ci par-là au mois de Juin. Elle s'eſt auſſi préſentée depuis à moi, avec le *Peucedanum Germanicum*, dans ces prairies inondées de Leipſig, qui s'étendent le long des rivières de l'Elſter & de la Pleiſſe, vers les villages de *Lentſch*, *Lindenau*, *Plagwitz*, *Gros & Klein-Zſchocher*, & dans d'autres endroits interjaccents du territoire de Leipſig. Celui de Berlin offre rarement cette plante, & elle n'y vient point d'elle-même, ſi ce n'eſt au mois de Juillet, ſur les bords de ces marécages d'où l'on tire les tourbes, & qui ſéparent la grande forêt de Coepenick des prairies des villages de *Caulsdorff* & *Friederichsfelde*. Je me rappelle auſſi d'en avoir vu en petite quantité dans diverſes prairies qui dépendent de Francfort ſur l'Oder. Hors des Provinces d'Allemagne qui viennent d'être nommées, notre *Iris* abonde, non ſeulement autour de *Bâle*, ſur les confins de *Strasbourg*, & dans d'autres lieux ſitués en deçà ou en delà du Rhin, mais encore presque par toute la baſſe *Autriche*, & une grande partie de la Hongrie, entre le *Danube*, la *Murra*, la *Draue* & la *Litha*.

A l'égard de cette plante vicieuſe & péchant par excès, dont il va être queſtion, nous en ſommes redevables à la culture & à la collection du Sr. *Findelmann*, Jardinier du Roi à Charlottenbourg; elle eſt chargée de fleurs monſtrueuſes & pour la plupart ſtériles; & dans les Jardins de Hollande les mieux fournis d'où elle vient, elle tire ſans doute ſon origine d'une quantité ſurabondante d'aliment que lui procurent exprès ceux qui en trafiquent. Tous les ans elle porte des fleurs tout à fait agréables à la vue, tant parce qu'elles ont en partie la forme naturelle, en partie une forme étrangère, que par le plus gracieux mélange de couleurs.



Je parlerai ici principalement des organes qui dans notre plante constituent en partie l'essence de la fleur, & en partie contribuent le plus à la fécondation, le reste n'offrant rien d'intéressant à remarquer. Car, à l'exception de la fleur, on n'y remarque aucun désordre; & en la décrivant, je ne pourrois que répéter des choses déjà cent fois dites. Mais, pour suivre quelque ordre, je ferai mention en commençant d'une certaine difformité qui est hors de la fleur, vers le sommet de la tige. C'est que le péduncule redoublé, forme au haut de la tige une sorte de double branche, entre laquelle il en existe quelquefois une troisième. Les fleurs du péduncule double sont couronnées de petits faisceaux de fleurs, mais le péduncule solitaire ne porte qu'une fleur, plus grande & plus difforme que les autres.

Dans d'autres tiges, au lieu de cette section en deux, il s'élève trois péduncules distincts, revêtus à la base d'une manière vague de deux ou trois étuis, dont deux qui embrassent le dedans sont directement opposés l'un à l'autre, & le troisième se réunit au péduncule du milieu. Ainsi les petits faisceaux monstrueux des fleurs offrent une *triple différence*, dont la première indique les fleurs entièrement détruites d'ovaires, & beaucoup plus grandes que les autres, ayant des corolles fort remplies, ou monstrueusement multipliées, ou en partie mutilées, & dont la prolifération se fait en même tems du centre du pistille dilaté. Nous serions assez fondés à dire que ces fleurs sont les vraies matrices de toute cette prolifération surabondante.

L'autre différence des fleurs consiste dans ces corolles qui naissent sur les proliférations mêmes, sortant monstrueusement par de petites branches particulières du centre du pistille de la grande fleur précédente, & étant deux ou trois fois plus petites.

La troisième différence concerne les petits faisceaux des fleurs, nés dans la tige au dessous des premiers, & beaucoup plus tardifs qu'eux. Dans chaque fleur de cette sorte, la corolle, dont les découpures sont médiocrement augmentées, se multiplie de façon que les étamines avec le pistille s'écartent à peine de l'état naturel, à moins
que



que quelquefois le défaut du suc nourricier ne les rende mutilées. Ainsi donc, puisque des trois étamines il y en a au moins une parfaite avec le pistille dans son intégrité, la fécondation réussit; & il se trouve dans quelqueune des loges de l'ovaire des semences convenables à la propagation.

Ce qui a été dit jusqu'ici, ne laisse aucun doute sur la triple différence des fleurs dans notre plante luxuriante; mais, pour mettre dans un plus grand jour les raisons par lesquelles on peut expliquer cette prolifération, nous considérerons d'abord la fleur monstrueuse la plus grande, ou primitive, comme étant la matrice commune de toute la prolifération.

Dans la fleur d'*Iris* naturelle, les étuis vagues & consistans ont proprement l'apparence d'un calyce commun; on en trouve deux ou trois dans chacun des petits faisceaux monstrueux des fleurs, où ils embrassent la base des péduncules.

La corolle naturelle de l'*Iris* est monopétale, égale & partagée en six; elle n'existe presque pas dans la plante monstrueuse, si ce n'est dans les fleurs les plus tardives, qui sortent au dessous des autres fleurs monstrueuses. Et quoique, dans plusieurs fleurs, en n'y jettant, qu'un coup d'oeil superficiel, il semble y avoir trois découpures intérieures & droites, & trois autres extérieures réfléchiées: dans la réalité cependant elles ne s'y trouvent presque jamais quant au nombre, à la figure, à la situation & à la proportion; & il est tout à fait rare que ces rudimens de corolle mutilés se réunissent pour former un véritable tuyau de corolle. La forme extérieure disparoit plutôt toute entière; & le recepracle de la fleur avec la corolle même se transforme confusément en un seul corps. Mais, si le tube de la corolle existe, rempli d'une matière mielleuse, les rudimens des filamens revêtent l'apparence de pétales.

Suivant donc le différent degré de difformité, les choses se passent ainsi dans la grande fleur d'*Iris* stérile, vraie matrice de la prolifération; elle paroît bien avoir une corolle naturelle, mais ce n'est



jamais sans quelque irrégularité par rapport au nombre des parties. Or, plus elle augmente, plus l'abondance superflue qui y regne va en augmentant, & plus aussi la difformité des fleurs s'accroît; & cela va, par l'augmentation de la cause de la plénitude, au point que toutes & chacune des parties du stigmate foliacé même, avec les filamens & les péduncules garnis des faisceaux monstrueux de cette prolifération passagère, se tortillent & se réunissent en diverses manières. Il seroit difficile de trouver des termes propres à bien expliquer cette étonnante difformité des parties florales.

Mais, comme le défaut des étamines fécondantes est assez certain dans presque toutes les fleurs de cette espèce, c'est à dire, dans celles où la *prolifération contraire à l'ordre de la Nature se fait du centre du pistille*, avec une totale destruction du stigma ou de l'ovaire; de même on auroit tort de révoquer en doute, que la présence des étamines parfaites ne sert à rien. La place des filamens est occupée par les rudimens des feuilles découpées, qui doivent leur origine tant aux découpures surabondantes de la corolle qu'aux divisions du stigma.

Mais ce qui mérite le plus d'attention, & fait le principal objet de ce Mémoire, c'est le pistille, que cette espèce singulière de prolifération détruit si parfaitement qu'il ne reste pas le moindre vestige de fécondation. En effet l'ovaire, que les Botanistes modernes nomment germe, & qui, dans les autres fleurs parfaites, se trouve sous le réceptacle de chaque corolle, de forme triangulaire & dans trois loges, manque entièrement dans toutes ces fleurs de la prolifération vicieuse; & à sa place il sort aussi-tôt un péduncule thalamique, qui, entrant dans la cavité du tuyau de la grande corolle, passe au travers, & dans son passage, ou le remplit, ou prend la forme d'un style.

La partie de l'ovaire, que les Botanistes nomment vulgairement le style, naît du péduncule thalamique styloïde même, au dedans du tube de la corolle; & il vient d'en être fait mention dans le paragraphe précédent. Le style n'est presque pas plus court qu'il n'a coutume d'être naturellement dans les autres pistilles; mais il paroît en quelque

que sorte avoir plus d'épaisseur, & à cause de l'entière destruction de l'ovaire, il est tout à fait inutile.

Dans la grande fleur vicieuse de notre Iris, le stigma, que nous avons déjà nommé quelquefois la matrice de la prolifération, subsiste à la vérité entièrement; mais imparfait & sans la moindre probabilité de fécondation. Outre cela, les découpures du stigma dans quelques fleurs sont, tantôt inégales, monstrueuses, mutilées ou flétries, tantôt extrêmement multipliées: elles prennent aussi une cohérence monstrueuse avec les découpures même de la corolle & leurs interstices; tandis qu'au centre il demeure un rudiment foliaceo-filamenteux informe, ou même le plus souvent il ne reste rien.

Néanmoins, dans toutes les fleurs monstrueuses de cette sorte, la prolifération du centre du pistille ne manque jamais de réussir, soit que ce pistille soit monstrueux, ou qu'il paroisse parfait. Le défaut d'un vrai pistille est suppléé par le centre du thalamus de la fleur, duquel, suivant ce qui arrive dans quantité d'autres fleurs, qui portent plusieurs pistilles, il sort en petits faisceaux une prolifération nombreuse.

Ayant ainsi donné dans ce qui précède l'idée du pistille détruit & prolifère, qui se trouve toujours dans la principale fleur de l'Iris monstrueuse, il faut y faire succéder une description abrégée de la prolifération même. Il sort donc, comme il a déjà été souvent dit, dans le péduncule commun, du centre du pistille une abondance de fleurs, dont la base commune est enveloppée par le pistille même en manière d'écorce. Ensuite, lorsque ce péduncule est à peine sorti du pistille, & s'est subdivisé en d'autres moindres, il produit un faisceau monstrueux de prolifération, dont tous les ovaires apparens pris ensemble méritent à peine de porter ce nom. Chaque découpure du stigma, un peu concave au centre du passage du stile, est tellement cohérente à chaque petit péduncule, qu'il semble constituer sa base propre.

En observant les petites corolles de ces fleurs, qui forment proprement la prolifération, je les ai trouvées mutilées dans presque
 tou-

toutes leurs parties, & en même tems plus petites qu'elles n'ont coutume d'être dans la plante naturelle d'Iris. Les découpures intérieures & droites de la corolle avoient bien une proportion & une situation fort approchantes de l'état naturel; mais les découpures extérieures réfléchies, si petites qu'elles n'ont guères que l'épaisseur d'une ligne, étoient fort augmentées en nombre. Je n'ai pu observer presque aucuns vestiges d'étamines ou de pistilles au centre. Dans d'autres fleurs de ce genre se présentoit un état tout à fait contraire au précédent, la corolle monopétale ayant dégénéré en tripétale ou hexapétale, & les découpures intérieures manquant quelquefois presque tout à fait.

Enfin la plus grande partie des fleurs qui constituent la prolifcation susdite, ne portent ni étamines, ni pistilles parfaits propres à la propagation: cependant on apperçoit le plus souvent une étamine unique ou une anthere stérile, avec un petit ovaire desséché. Toutes les autres parties sont mal formées, on mal disposées.

Le récit de ces circonstances met entierement hors de doute que toutes les fleurs de notre Iris monstrueuse sont stériles à cause que les parties de la fructification y sont détruites, à l'exception d'un petit nombre que nous avons déjà dit être plus tardives que les autres. Ceci suffira présentement pour une courte explication de l'*Iris prolifere monstrueuse*; mais, à cause de la ressemblance du sujet, je vais y ajouter un autre exemple très rare de prolifcation.

Il y a quelques années que, dans le dessein de perfectionner la physiologie des plantes, j'avois entrepris des expériences relatives à la fécondation naturelle dans des fleurs de *Lis blanc*, & j'examinois attentivement avec la loupe la sortie tranquille de cette substance extrêmement active, spiritueuse & oléuse, de la poussière des anthers; quand tout à coup, contre mon attente & mon espérance, j'apperçus dans une grande fleur de *Lis blanc* un pistille d'un grandeur & épaisseur extraordinaires dans toutes ses parties. La fleur entière, à l'exception de la grandeur, ne me parut d'abord offrir rien d'inaccoutumé; mais les dimensions du pistille faisoient un phénomène des plus singu-



singuliers. En effet ce qu'on appelle ordinairement le style, à la vue & à l'attouchement, me sembla fournir des indices d'une cavité plus grande que de coutume. Ayant ensuite coupé ce style suivant sa longueur, non seulement la cavité se manifesta, mais aussi un nouveau phénomène, encore plus extraordinaire. C'étoit un autre pistille plus court, caché dans la cavité du plus grand, qui se montra garni d'un ovaire & d'un stigma.

La comparaison des animaux & des plantes met aisément à portée de saisir l'importance incontestable de ce phénomène. Car, quoiqu'il soit constant qu'une semblable superfluité soit très rare dans les organes des animaux destinés à la génération, cependant les observations des Anatomistes modernes témoignent qu'on a trouvé dans un même sujet deux uterus distincts l'un de l'autre; mais aucun Auteur digne de foi n'a fait mention d'un double uterus dans des animaux, disposés de façon que l'un plus petit fût dans l'autre plus grand.

Au contraire, dans le regne végétal, il y a des exemples de pistilles renfermés dans d'autres pistilles, ou du moins de parties de ces pistilles qui étoient comme enceintes d'autres moindres parties. Nous en avons le cas assez clair dans ce *Lis blanc*, dont le pistille en contient un autre plus petit, aussi bien que dans une Orange grosse d'une plus petite, & dans d'autres plantes de l'espèce siliquée, où une plus petite gouffe est quelquefois contenue dans une plus grande, comme le témoigne le célèbre M. Schreber, Botaniste consommé de Leipsig.

Cependant toute superfluité dans un corps naturel & vivant, cause dans ses organes un vice, duquel résulte en même tems une lésion des fonctions, tantôt plus grande & manifeste, tantôt plus petite & moins sensible. En effet, les parties surabondantes se multiplient quelquefois de façon, que non seulement leur figure & leur nombre naturel en souffre, mais aussi leur proportion, leur situation & leur liaison. Plus la monstruosité va en augmentant, par exemple, dans les parties des végétaux qui servent à la génération; plus s'altère la di-

rection des fibres & des processus médullaires dans l'extension & la formation végétative; d'où s'ensuit une distorsion tout à fait énorme des autres fibres & canaux.

Mais, quoique toute superfluité ne soit pas nuisible, ou selon la différence des degrés, ne paroît pas l'être; cependant lorsque, dans certaines parties des fleurs, cete superfluité est poussée trop loin, & parvient à la plénitude, ou qu'à cause de l'accroissement de plénitude, les plantes portent des fleurs remplies de feuillage, nues & en même tems prolifères; cela doit être regardé comme véritablement dommageable.

Quoiqu'il en soit, je n'ai plus qu'un mot à dire en finissant sur le plus grand nombre des monstres végétaux; c'est que, pour m'exprimer franchement, il seroit tems de bannir de la Boranique cette multitude immense & indigeste de variétés monstrueuses, qui ne servent qu'à offusquer depuis longtems cette noble science, & qu'on peut regarder comme une vraie *anthomanie*. On doit se borner à un très petit nombre de plantes monstrueuses, dont l'usage & l'importance, par rapport à la Physique & à l'Oeconomie, nous sont connus avec certitude.





OBSERVATIONS

SUR

LE SQUIRE ET LES ABSCÈS DU CERVEAU,
AVEC L'EXPLICATION PHYSIOLOGIQUE ET
PATHOLOGIQUE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

§. I.

Introduction.

Il arrive assez souvent que des lésions causées à la structure des viscères, mettent à portée de découvrir leur nature & leur véritable disposition. De là vient l'extrême utilité des dissections des cadavres; qui, outre la cause de la maladie dont elles donnent la connoissance, découvrent encore la composition intime des viscères, requise pour leurs fonctions naturelles. Le cerveau principalement, à cause de la subtilité de ses petits canaux, a fait naître des disputes entre les Physiologues & les autres scrutateurs de la machine du corps humain; & elles durent encore, les uns soutenant la solidité des fibres médullaires, & les autres leur attribuant une structure tubuleuse. C'est pourquoi les changemens qui arrivent dans cette partie, méritent une attention toute particulière, & ne peuvent que contribuer beaucoup à étendre les connoissances humaines sur la nature du corps.

§. II.

Histoire.

La femme d'un foulon, âgée de 50 ans, étant morte d'une fièvre aigüe, je trouvai dans son cerveau les changemens contre nature qui



suivent. Elle avoit bû trop de brandevin pendant sa vie; & à ce sujet son mari, qui étoit un homme de la lie du peuple, l'avoit souvent battue à outrance: ensuite de quoi elle s'étoit plaint de maux de tête, ou bien elle passoit des journées entières à dormir, surtout après avoir bû; hors du sommeil elle étoit stupide: les emportemens & les coups de son mari lui avoient fréquemment causé des mouvemens épileptiques & des convulsions.

§. III.

Description anatomique.

Après que les intégrumens du crane eurent été enlevés, il se présenta d'abord dans vne parfaite intégrité & sans aucune altération contre nature. Quand le crane & la dure mere furent ôtés, on vit la substance corticale du cerveau, d'un gris tout à fait pâle, à la surface de laquelle il n'y avoit presque aucuns sillons, mais qui présentoit une convexité presque égale, outre cela d'une extreme sécheresse, sans être parsemée de veines gonflées de sang, mais au contraire les veines étant tout à fait vuides, comprimées, & affaissées, d'une blancheur transparente. L'hémisphere droit du cerveau, à l'attouchement, avoit la surface extérieure plus dure qu'elle ne doit l'être naturellement, résistante & montrant de l'élasticité après la pression; l'hémisphere gauche étoit de la même nature à son extrémité antérieure, mais au lobe postérieur, depuis le milieu de l'os squameux, cette substance étoit plus molle; enfin la partie postérieure de cet hémisphere gauche, qui repose sur l'extrémité postérieure de l'os du bregma & de l'os de l'occiput, au dessus du *tentorium* du cervelet, étoit calleuse au toucher, couverte de la pie-mere épaisse, calleuse & opaque, & de l'arachnoïde, par laquelle elle avoit une adhérence contre nature à la dure-mere. La substance du cerveau ayant été séparée horizontalement des parties supérieures, se trouva, depuis l'extrémité postérieure du corps strié, dans cet hémisphere gauche, molle, diffuente, & arrosée d'une sérosité un peu fétide; mais dans la partie postérieure de la substance médullaire de l'hémisphere gauche, derriere la corne postérieure d'Am-



d'Ammon, ou derriere la corne postérieure du ventricule tricorné du cerveau, qui contient cette corne d'Ammon ou le processus digital, il y avoit un squirre du cerveau, dur, dont la grandeur égaloit le volume de trois noix, composé de trois globes, & du poids de deux onces & deux dragmes. La substance du cerveau autour de ce squirre étoit très molle & diffuente; mais, pour le squirre même, il occupoit toute la substance du cerveau, depuis l'os de l'occiput, ou l'extrémité postérieure de l'hémisphère gauche du cerveau jusqu'à l'extrémité postérieure de la corne du grand ventricule postérieur, de façon cependant que le processus digital étoit demeuré en son entier dans la corne postérieure du ventricule. Mais, le squirre ayant été détaché, quoiqu'avec beaucoup de précaution, il sortit par l'ouverture de cette corne une lympe hydropique très abondante du ventricule tricorne.

Cet hémisphère gauche du cerveau étoit tellement dilaté, qu'il avoit courbé vers la droite la faux de la dure mere, ce qui avoit rendu sa surface vers la gauche concave, & d'une convexité si considérable vers la droite qu'elle s'avançoit beaucoup dans l'hémisphère droit.

Mais, sous le bord inférieur de la faux du cerveau, cet hémisphère gauche comprimé dans le côté droit, surpassoit tellement dans sa partie du milieu la largeur naturelle, aussi bien que celle de l'hémisphère droit qui y étoit appuyé, que, depuis le milieu de l'os squameux gauche jusqu'au bord gauche du corps calleux, la distance de cet hémisphère étant mesurée faisoit une largeur de trois pouces & deux dixiemes de pouces du pied rhinlandique; tandis que le diametre transversal de l'hémisphère droit égaloit à peine l'espace de deux pouces & une ligne: la substance médullaire de cet hémisphère étant comprimée, & beaucoup plus solide & plus dure qu'elle ne doit l'être naturellement. De cette façon le bord intérieur de l'hémisphère gauche coïncidoit avec l'angle interne de l'oeil droit, ayant acquis une expansion contre nature, surtout dans la partie qui est sous la faux au delà du corps calleux.

Le corps calleux du cerveau, tout à fait comprimé au côté droit, n'étoit point situé, comme il doit l'être naturellement, sous la faux,



en allant d'avant en arriere dans la partie mitoyenne entre les hémispheres du cerveau; mais, en se portant d'arriere en avant, il étoit recourbé vers le côté droit, & dans sa partie du milieu à une grande distance de la faux.

Le corps calleux même étoit étroit, n'ayant à son milieu que la largeur de trois lignes; mais il s'écartoit tellement de l'axe longitudinal du crane, qu'en tirant une ligne depuis la protubérance occipitale interne jusqu'à la crête de coq, le bord gauche du corps calleux étoit éloigné de cette ligne de l'axe, à son milieu, de quatre lignes vers la droite, de trois à l'extrémité antérieure du corps calleux jusqu'aux lobes antérieurs du cerveau, & de deux seulement à l'extrémité postérieure près de l'angle de la faux, avec les pavillons du cervelet, là où se trouve le pressoir d'Herophile; de façon que tout le corps calleux étoit placé au côté droit sous la faux.

Après l'ouverture des grands ventricules du cerveau, le droit & le gauche se trouverent gonflés d'une fort grande quantité d'eau limpide, qui en jaillit dès qu'on les eût ouvert. La substance du cerveau autour du ventricule tricorne gauche étoit molle & diffuente; mais elle étoit surtout telle à son lobe postérieur & à sa base; au lieu que celle qui entourait le ventricule tricorne droit, se montra dure & dense. La hauteur de la cloison transparente comprimée vers le côté droit, à son milieu, vers l'extrémité antérieure des couches des nerfs optiques, étoit de quatre lignes; près de la partie la plus large des corps striés, là où ces corps descendent profondément dans les ventricules tricornes, devant les couches des nerfs optiques, la hauteur de la cloison étoit de sept lignes; dans l'endroit où les corps striés se terminent, par leur sommet obtus, en avant dans les cornes antérieures des ventricules tricornes, la hauteur de la cloison à son extrémité antérieure étoit de quatre lignes, au milieu de la convexité des deux couches; & enfin, à la partie postérieure, savoir à la fin de la cloison, vers l'extrémité postérieure du corps calleux, elle avoit une étendue
de



de trois lignes, de sorte que la hauteur de la cloison alloit en décroissant des régions antérieures vers les postérieures.

Sous le corps calleux, la couche gauche des nerfs optiques, étendue à son milieu de cinq lignes, de droite à gauche, au delà de l'axe longitudinal du cerveau, s'élevoit à droite contre nature; & dans le même endroit, la voûte avançoit autant dans le côté droit que la couche se gonfloit dans ce côté-là.

La couche gauche des nerfs optiques étoit tellement comprimée contre la droite, que la cavité du troisieme ventricule étoit presque tout à fait effacée; & la même compression avoit aussi applati les jambes de la glande pinéale. Cette glande, adhérente à la commissure postérieure du cerveau par le moyen de la lame médullaire, & aux couches des nerfs optiques par ses péduncules, située du côté droit, sous la grande veine du cerveau, dite de Galien, étoit comprimée, petite, mais d'une substance tout à fait molle, & sans aucun gravier.

Dans le troisieme ventricule du cerveau, on voyoit deux ouvertures, sous la commissure antérieure du cerveau, l'une de figure circulaire, du diametre d'une ligne, ou de la dixieme partie d'un pouce, immédiatement sous la commissure antérieure du cerveau, descendant par une petite issue dans l'entonnoir vers la glande pituitaire; mais, derriere celle-ci, il y avoit une autre ouverture ovale plus large, entre les corps ou protubérances mammillaires dans la base du cerveau, derriere les *processus* clinoides postérieurs de l'os sphénoïde, laquelle s'étoit ménagé une issue là où le troisieme ventricule, entre ces corps mammillaires, vers le corps de l'os sphénoïde, n'est renfermé que par une lame mince de la substance corticale.

§. IV.

Usage physiologique.

De pareilles observations ne seroient pas d'une grande importance, si elles ne servoient à répandre plus de jour sur la connoissance tant physiologique que pathologique du cerveau. En effet, on a long-

tems disputé, & l'on dispute encore aujourd'hui en Physiologie, si la substance du cerveau est solide, ou si elle est partout un tissu formé de la continuation des vaisseaux qui portent le sang & la lymphe, & qui donnent passage aux humeurs du corps humain? Les autres parties du corps croissent suivant que les vaisseaux s'allongent & se dilatent; & quand il y a de la résistance en quelque endroit, & que l'abord des fluides dans les vaisseaux est augmenté par l'irritation du viscere, cela cause des dimensions contre nature. C'est de cette maniere que nous voyons la celluleuse & les membranes se former partout par l'allongement des vaisseaux, quand les fluides versés dans ces interstices vuides, causent une cohésion de parties contre nature dans la pleure, dans le péricarde, ou dans le péritoine; l'injection anatomique démontre évidemment que ces vaisseaux se sont allongés, comme cela arrive dans l'uterus d'une femme enceinte vers le placenta; de même le foye, quand un de ses côtés est entierement obstrué par un squirre, grossit de l'autre, les humeurs affluant par les vaisseaux dans la partie non obstruée, avec d'autant plus d'abondance; de même encore, le rein d'un côté devenant squirreux & desséché, celui de l'autre acquiert une grandeur double de la naturelle, par l'allongement & la dilatation des vaisseaux qui lui procurent insensiblement ce volume. Les choses se passent de même dans le cerveau.

La partie postérieure de son hémisphere gauche occupée par le squirre, a refusé le passage aux humeurs dans cette partie; mais la matiere acre irritante, née de la stagnation des humeurs a donné lieu à un picotement, au moyen duquel une plus grande quantité d'humeurs apportée au cerveau par les vaisseaux, a produit la dilatation contre nature de cet hémisphere du cerveau. Or, le passage par cette partie squirreuse du cerveau étant bouché, toute la véhémence des humeurs se déployant par l'artere carotide gauche & la vertébrale, les a portées dans les vaisseaux de l'hémisphere gauche exempts d'obstruction; & de cette maniere tout le volume de cet hémisphere s'est accru contre nature. Mais, ce qui mérite d'être bien remarqué, ce n'est pas seulement la substance corticale du cerveau qui s'est ainsi accrue,

crue, c'est aussi la substance médullaire, & même davantage; d'où l'on peut conclurre avec assez de certitude, que ces mêmes vaisseaux, en s'allongeant & se dilatant, ont donné l'origine à cet accroissement contre nature. Or il n'y a dans la substance médullaire que de petits tuyaux médullaires, destinés au cours du liquide nerveux; car les vaisseaux tant artériels que veineux qui y pénètrent, se trouvoient tout à fait vuides, pâles & dans un état de contraction. D'où l'on est encore en droit de conclurre, que la moëlle du cerveau consiste dans les petits tuyaux des vaisseaux dans lesquels le liquide est conduit; & la trop grande affluence de ce liquide peut augmenter ces vaisseaux ou petits tuyaux au delà de leurs limites naturelles; de façon que toute cette partie de la moëlle du cerveau se gonfle d'une manière égale, après avoir souffert la trop grande affluence des humeurs dans les petits tuyaux, & la dilatation contre nature qui en résulte. C'est ce qu'enseigne la dilatation contre nature & égale de tout cet hémisphère gauche dans la substance blanche médullaire; d'où s'ensuit que cette observation de la dilatation des petits tuyaux & de l'accroissement contre nature qui en est né dans la substance médullaire du cerveau, prouve manifestement que cette substance est tubuleuse & accessible à un fluide qui la parcourt, en suivant les mêmes loix de circulation qui ont lieu dans les autres parties du corps.

§. V.

Usage des trous dans les ventricules du cerveau.

Plusieurs de ceux qui ont écrit sur l'Anatomie, principalement parmi les Anciens, ont déterminé les trous qui s'ouvrent dans le cerveau, de ses ventricules aux parties voisines, & les ont regardés comme destinés surtout à la dérivation du liquide muqueux & excrémentiel dans le cerveau. Entr'autres, ils ont jugé qu'une des ouvertures les plus importantes est celle à laquelle ils ont donné le nom de *vuïve*, & qu'ils ont cru servir de voye ou d'issue à la mucofiré pour passer du troisieme ventricule du cerveau par l'entonnoir à la glande pituitaire. Je ne nie pas qu'il y ait par l'entonnoir de l'extrémité antérieure du troisieme ventricule vers la glande pituitaire, une continuation du



cerveau intérieurement creusé; en effet dans ce cerveau, on apperçut le tuyau circulaire cortical de la substance de l'entonnoir, qui ne se réunissoit pas vers sa fin jusqu'à la glandule, mais qui étoit en quelque sorte percé; cependant il n'y a absolument aucune raison de regarder à cause de cela l'entonnoir comme la voye de la mucofité hors de ce ventricule, ou comme le cloaque du cerveau, puisque la glandule pituitaire même, qui est une partie un peu plus dure de la substance du cerveau que les autres, y tient par l'entonnoir, & au lieu d'être une partie inutile, elle est peut-être très utile: & c'est pour cela principalement que cette particule du cerveau se trouve plongée dans le sang des sinus caverneux & spénoïdaux, afin que la chaleur du sang contribue à faire circuler les humeurs plus librement par cette glandule. L'autre ouverture ovale que ce cerveau a présentée derrière la précédente, n'existe pas toujours dans l'état naturel. Ce n'est autre chose que la séparation parfaite des corps mammillaires; & le cerveau n'est ouvert en cet endroit, ni vers la base du crane, ni vers le corps de l'os sphénoïde, étant au contraire fermé par une lame de la substance corticale; de façon que toutes ces ouvertures sont plutôt des séparations, jusqu'à une certaine distance, de parties du cerveau contigues les unes aux autres, que des issues ou canaux par où le liquide excrémentitiel puisse comme découler dans la cavité du crane. Il n'étoit pas d'ailleurs besoin de cloaques pour un viscere aussi noble & destiné à la sécrétion du liquide le plus limpide & le plus spiritueux, puisqu'il ne reste aucunes impuretés de cette sécrétion, comme dans les intestins: & pour le liquide qui exhale par les petits vaisseaux de la pie-mere dans les ventricules, & qui sert à rendre plus glissante la surface des parties internes du cerveau, il trouve dans les vénules résorbentes une voye pour rentrer dans le sang. C'est en confondant ce liquide avec celui dont le cerveau fait la sécrétion, que les Anciens sont tombés dans l'erreur de supposer des humeurs excrémentitielles du cerveau, & des cloaques destinés à cet usage.

§. VI.

Doctrine pathologique des maladies qui viennent de ce vice du cerveau.

Il ne sera pas inutile de développer d'après cette observation les effets des changemens contre nature qui arrivent dans le cerveau, & de montrer quelles en sont les influences sur les facultés de l'ame. J'ai déjà fait voir amplement, dans mes observations sur les cerveaux des fous, que la cause de la stupidité varie, & qu'elle procede le plus souvent de la trop grande dureté & legereté du cerveau. J'ai rapporté aussi parmi ces observations un exemple tiré du squirre du cerveau. Mais, dans le cas qui vient de faire le sujet de ce Mémoire, il y a une différence à mettre entre le squirre du cerveau, & cette expansion d'un hémisphère du cerveau d'un côté, sa compression de l'autre, & la liqueur séreuse acre qui l'irritoit. En effet, il faut chercher la raison de la stupidité & de l'assoupissement dont cette femme avoit été attaquée pendant sa vie, dans la circulation empêchée par le squirre, aussi bien que par l'état des petits tuyaux de chaque hémisphère du cerveau, tant du gauche où la dilatation les avoit relâchés, que du droit dont la compression mettoit obstacle à la circulation par les petits tuyaux médullaires. La stupidité venoit donc de ce que le fluide étoit arrêté dans les nerfs; & l'assoupissement du reflux du sang par les vaisseaux causé par la compression du cerveau: & l'excès du brandevin avec la dilatation des vaisseaux qui en avoit résulté, augmentoit beaucoup cet assoupissement. Les mouvemens convulsifs étoient excités par une matiere séreuse, acre, qu'on a trouvée autour du squirre dans le cerveau, qu'elle irritoit & où elle picotoit les nerfs. Ainsi il n'est pas surprenant que les forces du corps & de l'esprit ayent été si considérablement endommagées. Le simple abcès du cerveau, quand même il seroit plus grand, ne produit pas les mêmes effets: il peut subsister plusieurs années dans le cerveau, sans que les forces de l'esprit en souffrent aucune atteinte, & devenir ensuite mortel dans un instant. J'ai vu un semblable exemple dans un François sexagénaire, homme de beaucoup d'esprit, qui, trois

jours avant la mort, ayant été chargé de mettre en ordre une affaire de grande importance, mit lui-même en partie par écrit, ou dicta en partie à d'autres, le plan qu'il falloit suivre, & qu'il n'avoit pû rédiger sans bien des calculs & des difficultés. Le lendemain du troisieme jour, au matin, après avoir bien dormi, il alloit se remettre gayement à son travail, lorsqu'il fut frappé d'un coup subit, sentit que ses membres défailloient, tomba, fut porté sur un lit, où l'assoupissement avec ronflement s'empara de lui, ayant perdu tout sentiment & toute connoissance; une copieuse saignée ne servit de rien, & il en fut de même des remedes irritans & nervins, & des évacuans, jusqu'à ce que le troisieme jour après cette violente attaque il mourut en léthargie. Jugeant que la cause d'un mal aussi atroce venoit de la rupture de quelque grand vaisseau dans le cerveau, je tâchai d'en procurer la conviction aux autres par la dissection du cadavre. Ayant donc ouvert le crane & disséqué le cerveau, je trouvai une très grande quantité de sang caillé, allant à huit onces, répandue dans tout le cerveau, tant dans ses ventricules que dans les sillons du cerveau, jusqu'à la base du crane. Mais, dans le lobe postérieur de l'hémisphère gauche du cerveau, il y avoit un abcès qui avoit rongé tout ce lobe depuis l'occiput jusqu'aux grands ventricules, au point que la cavité de l'ulcere étoit pleine de pus & de sang coagulé, mêlés ensemble, occupant tout ce lobe postérieur. Dans cet endroit, un grand vaisseau sanguin que le pus acre avoit rompu en le rongé, avoit donné lieu à l'effusion du sang dans le cerveau. De là les cruels symptômes rapportés ci-dessus, qui s'augmenterent insensiblement jusqu'à la mort, & qui furent d'autant plus véhémens, que la compression du cerveau jusqu'à la base devint plus grande par l'accroissement de la masse du sang qui distilloit peu à peu du vaisseau rompu. C'est ce qui causa l'assoupissement, le ronflement & la léthargie, qui durèrent jusqu'au troisieme jour, tant qu'enfin mort s'ensuivit par la force de cette compression. Cela paroitra peut-être surprenant à ceux qui croient qu'il ne sauroit y avoir d'autre effet de la rupture d'un vaisseau dans le cerveau qu'une mort subite; mais ils verront aisément par notre Observation sur le squir-



squirre du cerveau, qu'une grande compression du cerveau peut durer plusieurs années sans causer la mort. Au reste, cet abcès du cerveau avoit pris sa source dans une malheureuse chute hors d'une voiture, sur la tête, arrivée quelques années auparavant. Ce qu'il y a de remarquable dans cet homme, c'est qu'il avoit une obstruction avec squirre dans le foye, & qu'en même tems que le vaisseau rompu dans le cerveau a répandu du sang dans la cavité du crâne, les veines des intestins en ont poussé une si grande abondance dans le canal du ventricule & des intestins, qu'il est sorti à force tant par le vomissement que par les selles, les intestins s'en étant encore trouvés tout farcis après la mort.

Nous apprenons par cette Observation, qu'une partie du cerveau peut renfermer pendant plusieurs années un abcès, sans aucune lésion des facultés de l'ame, ni des fonctions du cerveau & des nerfs; mais la compression du cerveau, soit par un squirre, soit par l'extravasation du sang, altere promptement ces facultés ou fonctions, & cause la stupidité ou la mort.

Il s'est offert à moi un autre exemple semblable dans une Dame de qualité, ici à Berlin. Deux ans avant sa mort, elle avoit eu une inflammation de cerveau qu'elle avoit négligée dans les commencemens, ne la prenant que pour un mal de tête; ensuite, par l'usage des remèdes, la plus grande partie de l'inflammation fut résolue, & cet endroit du cerveau revint à l'état de la circulation naturelle; mais quelque particule qui avoit souffert la suppuration, engendra un abcès, qui en s'accroissant ne produisit cependant d'autre incommodité qu'une douleur comprimente de la tête, que la malade ressentait par intervalles. S'étant mariée, elle devint enceinte, & accoucha heureusement, sans que les suites de la couche fussent accompagnées d'aucuns symptômes suspects, de sorte qu'elle se leva le neuvième jour en bonne santé. Trois semaines après l'accouchement, ayant dîné avec appétit, & attendant la visite de quelques amies, elle étoit devant son miroir pour mettre quelque ajustement sur sa tête, lorsque tout à coup



elle s'écria qu'elle sentoit que quelque chose s'étoit rompu dans sa tête, & aussitôt elle perdit toutes ses forces, & avant qu'on eût pu la porter sur un lit prochain, elle avoit expiré. Effectivement, par la rupture de l'abcès, il s'étoit répandu quantité de pus & de sang; ce qui, dans le plus court espace de tems, avoit comprimé le cerveau jusqu'à sa base: & l'action des nerfs sur les viscères vitaux ayant été arrêtée par là, la mort s'ensuivit d'abord.

Voici un cas de stupidité causée par un squirre, que j'ai observé dans un enfant de quatre ans. Il étoit d'extraction noble, & devoit le jour à des parens parfaitement sains; seulement sa mere, vers la fin de sa grossesse, avoit été pénétrée de la plus vive douleur par la mort de son mari. Cet enfant, dès l'âge le plus tendre, où l'on commence à acquérir les premières idées par la voye des sens, à les rappeler par l'imagination, à les conserver dans la mémoire, & ensuite à parler, n'avoit jamais pu, de quelque maniere qu'on s'y prit, apprendre à prononcer des mots, quoique les organes de la parole ne fussent défectueux ni viciés en rien. Il demouroit toujours tranquille à la même place, pourvu qu'on eût soin de lui bien donner à boire & à manger. On ne put l'accoutumer non plus à ne pas se salir, ni à se tenir sur ses pieds proportionnellement à son âge; mais il falloit toujours le porter, ou bien il demouroit assis au même endroit, jusqu'à ce qu'on vint à son secours. Il se rétablit parfaitement de la petite vérole & de la rougeole, sans que dailleurs il arrivât aucun changement aux forces de son esprit. Parvenu à l'âge de quatre ans, en bonne santé par rapport aux actions vitales du corps, il fut frappé d'un coup d'apoplexie qui le jeta dans un sommeil ronflant; & le lendemain il survint des convulsions qui continuèrent jusqu'à ce qu'il rendit l'ame. En faisant la dissection, le corps se trouva dans une parfaite intégrité par rapport aux viscères du thorax & de l'abdomen; mais, après l'ouverture du crane, il parut une assez grande quantité de sang extravasé à la surface du lobe postérieur de l'hémisphère gauche du cerveau, dans les sinuosités duquel ce sang pénéroit de toutes parts. Ayant poussé plus loin l'examen de la substance intérieure du cerveau, je trouvai un
squir-

squirre de la grosseur d'une noix dans la substance médullaire du lobe postérieur de l'hémisphère gauche du cerveau : il avoit pénétré jusqu'à la substance du ventricule tricorne vers l'extrémité postérieure du corps calleux ; il étoit dur & calleux : la substance médullaire & corticale du cerveau autour de ce squirre étoit plus molle ; les ventricules étoient remplis de lymphe ; quelque partie du cerveau étoit pleine de veines gonflées de sang, & il n'y avoit point d'altération dans la figure des parties internes.

L'état de ce malade diffère de celui des précédens, tant par rapport à l'état contre nature du cerveau, que relativement aux effets. En effet, il n'y avoit aucun changement contre nature dans les parties de tout le corps, à l'exception de ce squirre du cerveau. Et cependant, de cette seule cause avoit procédé une si grande diminution de la raison & de l'entendement, qu'il n'étoit resté à cet enfant que l'instinct naturel pour sa propre conservation, sans aucun usage des facultés de l'ame pour la représentation distincte des idées. Peut-être qu'il n'y a pas beaucoup de différence entre cette stupidité causée par le squirre du cerveau, & l'état d'un jeune homme qui existe encore ici. Ses parens l'avoient élevé avec le plus grand soin, & il donnoit les plus belles espérances, lorsqu'il y a trois ans, allant à cheval, il fut surpris par une forte tempête, & s'étant mis à galoper pour gagner le logis, il donna avec force de la tête contre une branche d'arbre dure. Il sentit à la vérité de la douleur, mais il la négligea. Peu de jours après cette contusion, étant de nouveau à cheval dans un fauxbourg, travaillé sans doute par une violente douleur de tête, il dirigea sa course vers un village prochain. Déjà tout dérangé en chemin, il descend de cheval, arrive au cabaret du village tout angoissé, frappe de la tête contre les murs, parle tout de travers, & demande pourtant qu'on le ramene chez son pere en ville. De retour, il est taciturne & foible d'esprit ; après quoi sa mémoire & son jugement ont insensiblement souffert une si grande diminution, qu'il passe sa vie dans la stupidité & dans le délire, mangeant, buvant, & disant des choses qui n'ont ni raison ni suite d'un bout de la journée à l'autre. Il se plaint quelquefois d'une

d'une douleur au sommet de la tête; mais il ne veut ou ne peut pas indiquer l'endroit précis que cette douleur occupe.

Je croirois que c'est un squirre causé par la contusion du cerveau, qui est l'origine de ce mal plutôt qu'un abcès; puisque, suivans ce qui a été dit ci-dessus, il peut y avoir un abcès dans le cerveau sans lésion des forces de l'ame; au lieu qu'elles sont altérées par le squirre, né de la contusion & de la concussion du cerveau.

§. VII.

Précautions pratiques, concernant les contusions de la tête.

Personne ne niera, pour peu que l'on connoisse la nature très subtile du cerveau, renfermé dans un crane dur, à peine pénétrable aux remedes, que les maladies du cerveau ne soient, entre toutes les autres, les plus difficiles à guérir. Mais les observations qu'on vient de lire, nous avertissent surtout qu'il ne faut jamais négliger les contusions de la tête. Car, soit que le crane heurte contre quelque corps dur, ou que la tête soit frappée d'un coup, le tremblement des os, & la forte concussion du cerveau & de la pie-mere, causent aisément, ou le déchirement des vaisseaux & l'extravasation des humeurs, ou leur trop forte impulsion dans les plus petits vaisseaux, d'où s'ensuivent des obstructions qui sont la cause la plus fréquente des squirres & des abcès. Le remede le plus efficace consiste donc à s'opposer aux commencemens du mal, & à en prévenir les suites par la saignée & les évacuans, qui rendent les vaisseaux plus propres à la résorption, & qui modèrent l'impulsion dans la partie lésée du cerveau. Car, quand l'obstruction squirreuse est une fois formée, ou que la liqueur acre qui s'est répandue se change en pus, il est trop tard de venir au secours; & le malade ne manque pas de porter la peine de sa lenteur & de sa négligence, ou par l'affoiblissement des forces de l'ame, ou par une mort subite.



COURTE DESCRIPTION D'UN MONSTRE HUMAIN.

PAR M. ROLOFF *).

Traduit du Latin.

Ayant eu occasion de voir, il n'y a que peu de jours, un monstre humain d'une structure singulière, j'ai cru devoir mettre sous les yeux de cette illustre Académie les choses les plus remarquables qui se rencontrent dans ce monstre; & je le fais d'autant plus volontiers qu'on n'a pas fréquemment de semblables écarts de la Nature à considérer.

L'enfant dont il s'agit avoit presque atteint le terme de l'accroissement de neuf mois dans le sein de sa mère: au bout de ce tems il vint au monde par une couche assez heureuse, à laquelle il survécût quatre à cinq heures.

C'est principalement la tête qui est monstrueuse. Considérée dans toute sa circonférence, elle a la grandeur naturelle de la tête d'un enfant nouveau-né; & l'on n'y apperçoit rien qui dénote l'hydrocéphale, ou aucune autre tumeur semblable contre nature.

Quant à ce qui regarde les os du crâne, cette tête monstrueuse est dépourvue de la plupart de ces os. Celui du front manque presque tout à fait: il n'en reste que cette partie du côté droit qui forme l'orbite droite; & au dessus de cette orbite, subsiste encore une autre partie qui monte vers la grande aile de l'os sphénoïde & vers l'os du sommet. L'orbite gauche est à la vérité formée par ce qui reste de l'os du front;

*) Lu le 19 de Novembre 1761.



front; cependant cette orbite gauche n'est pas osseuse, mais membraneuse & cartilagineuse; de sorte qu'il y a beaucoup moins de l'os du front dans le côté droit que dans le gauche. Tout le reste de l'os du front manque entièrement, sans qu'on trouve le moindre vestige des protubérances mammillaires & des autres parties de cet os.

Il n'existe de l'os droit du sommet que la partie qui constitue ordinairement l'angle postérieur & inférieur de cet os; & encore cette partie est-elle réunie à l'os de l'occiput & à la partie mammillaire des os des tempes, pour ne former qu'un tout avec eux.

La partie de l'os gauche du sommet qui reste, est moindre encore que celle du droit: car d'abord on croiroit que cette partie de l'os du sommet, qui dans l'état naturel est jointe à l'os de l'occiput, subsiste; mais, en y regardant avec plus d'attention, on trouve que cette partie appartient plutôt à l'os de l'occiput, & qu'elle s'est parfaitement réunie à cet os.

Entre les quatre os susdits du crane, l'os de l'occiput est celui qui a conservé le plus de perfection dans sa structure; néanmoins il s'écarte de l'état naturel en ce qu'il monte au delà du terme ordinaire vers le sommet, & en ce qu'il est uni d'une manière contraire à la nature avec les restes des os du sommet.

A la place de ces os du crane qui manquent, le dessus de la tête est couvert d'une peau, sous laquelle le cerveau se présente immédiatement. Cette peau qui supplée à l'absence des os du crane, n'est pas étendue partout de la même manière: car du côté gauche son expansion est telle qu'elle pend comme un grand sac, se portant d'arrière en avant, & couvrant presque tout à fait l'oeil gauche. Ce sac, qui contient une grande partie de l'hémisphère gauche du cerveau, commence d'abord au dessus de l'oeil gauche, d'où il continue par dessus l'oreille gauche jusqu'à l'os de l'occiput, & occupe la même place qu'a coutume de remplir dans l'état naturel la partie gauche de l'os du front avec l'os gauche du sommet. La peau même dont ce sac est formé, n'est autre chose que la peau externe de la tête, de façon cependant que cette
peau

peau est plus forte & garnie de poils par derriere vers l'occiput, au lieu qu'en haut & par devant elle est plus subtile & plus unie. Dans ce grand sac on en découvre encore un plus petit qui est comme posé contre lui, d'une figure presque ronde & semblable à celle d'un oeil qui sort de la tête, qui a sa place au dessus de l'oeil gauche, mais encore plus à gauche; ce petit sac semble être né du plus grand à peu près comme un sac hernieux, & une partie du cerveau s'y trouve contenue.

La peau de la tête qui tient lieu de front, a plus de subtilité que celle du côté droit déjà décrite, & forme un autre sac qui ne pend pas autant que celui du côté gauche. A travers cette peau subtile & transparente, on découvre de la maniere la plus manifeste les tours & les sinuosités de la substance corticale de l'hémisphère droit du cerveau, & l'on voit que le processus falciforme existe entre ces deux hémisphères du cerveau, puisqu'ils ne sauroient être réunis en un.

Dans la partie inférieure de cette membrane il y a un sac particulier, d'une substance charnue & d'une couleur rouge; sa longueur va au delà d'un pouce & demi, & sa largeur n'est gueres moindre; là où il commence, il est déjà fort large; cependant il le devient davantage au milieu, se rétrécissant de nouveau vers la fin, de façon néanmoins que le fonds est plus large & plus rond que la racine. Il est joint, non seulement par enhaut, mais aussi de côté avec l'os maxillaire; il pend depuis l'os du front jusqu'à la bouche, de sorte qu'il la couvre toute entiere lorsqu'elle est fermée; & sa figure peut être comparée à celle d'une bourse, ou d'un petit scrotum.

Les deux yeux sont plus éloignés l'un de l'autre que dans l'état naturel; car il y a presque deux pouces entre l'angle interne de l'oeil droit & l'angle interne de l'oeil gauche. L'oeil droit est fort difforme, étant placée plus haut que le gauche; la paupiere tant supérieure qu'inférieure de cet oeil, a une grande fente vers le coin intérieur, de



forte que de telles paupieres ne seroient nullement propres à fermer les yeux. Par cette fente avance une partie assez considérable de la tunique albugineuse, qui est attachée par un ligament particulier à l'angle interne de l'orbite, de sorte qu'au moyen de ce ligament, tout le globe de l'oeil est rendu immobile. Il n'y a rien, ou presque rien, à voir de la prunelle.

Les paupieres aussi bien que le globe de l'oeil gauche ont leur construction naturelle, à l'exception de ce que l'oeil gauche est placé beaucoup plus bas que le droit; ce dont il faut attribuer la cause à la compression de ce sac rempli du cerveau, qui a déjà été décrit.

Les os du nés, le processus nasal de l'os maxillaire, les os spongieux tant supérieurs qu'inférieurs, l'os cribiforme, les os de l'ongle & le vomer, ont entièrement disparu, aussi bien que le nés même, dont la bourse charnue sus-mentionnée tient la place.

La levre supérieure de ce monstre est fendue en bec-de-lievre: cette fente n'est pas au milieu, mais vers le côté droit, & monte au nés: la partie droite de la levre fendue a un bord épais & bleu, & plus de longueur que la gauche: & la partie gauche de la levre supérieure fendue n'est pas à la vérité aussi épaisse, cependant elle est plus courte, de façon qu'elle ne sauroit couvrir l'os de la machoire supérieure.

Non seulement la levre supérieure est fendue en deux endroits, mais il en est de même de l'os de la machoire: la premiere fente de l'os maxillaire répond à la fente de la levre supérieure; car elle est au milieu de l'os maxillaire, mais un peu plus à droite, dans l'endroit qu'occupe ordinairement la dent canine; par embas cette fente est plus large & par en haut plus étroite, en sorte que du bord alvéolaire de l'os maxillaire se forme une espece de piece triangulaire. L'autre fente se montre dans le palais osseux même de l'os maxillaire; elle est beaucoup plus
plus



plus grande & plus large que la précédente, & monte davantage vers le haut.

Au dessus de la premiere fente de l'os maxillaire, non seulement dans la peau, mais dans l'os même, on observe un sillon large & oblong, qui continue près de la racine de la bourse ci-dessus décrite, & désigne le lieu où le nés doit se trouver dans l'état naturel. La lèvre inférieure & l'oreille droite est plus grande, & l'oreille plus longue.

Dans le bras droit rien ne répugnoit à la nature; mais le gauche, plus étroitement attaché au corps, n'étoit pas aussi mobile, & avoit un peu moins de longueur que le bras droit; l'humérus aussi bien que le cubitus avec le raion de ce bras gauche étoient à la vérité plus courts, mais droits & sans aucune courbure: le carpe & les doigts de la main gauche étoient un peu courbés; & tout le bras gauche sembloit tenir au corps.

Le pied droit en général étoit plus court que le gauche, dans lequel on ne remarquoit rien de contraire à la nature. L'os droit du femur, quoiqu'il ne fut pas recourbé, étoit plus court que le gauche. Le tibia avec la cheville du pied droit étoit fort courbe, & replié en dedans: cette courbure étoit le plus sensible à l'extrémité inférieure de ces os. L'extrémité du pied, & surtout le talon, avec les autres os du tarse, étoient tout à fait repliés en dedans; car le talon & la plante du pied se tournoient en dedans.

A' la partie postérieure du lombe droit, pas loin de l'os sacrum, se trouvoit attachée une piece particuliere, qui avoit l'air d'une petite queue, & pendoit de l'os sacrum, de la longueur d'un pouce & au delà. Cette queue étoit située à la surface extérieure de l'os des iles, mais plus vers l'os sacrum; elle ne tenoit pas à l'os des iles, mais seu-



lement à la peau extérieure qui le couvre, d'où elle pendoit d'une manière lâche; sa largeur étoit égale partout, quoiqu'un peu plus grande par enhaut, & moindre par embas, mais de façon qu'elle se terminoit en un angle plutôt obtus qu'aigu. D'ailleurs cette petite queue étoit de pure chair, sans rien d'osseux ni de cartilagineux ou de musculueux.

J'ai consacré toute l'application dont je suis capable à découvrir les causes qui ont donné lieu à la formation de ce monstre. La mere n'a pu me fournir aucune information certaine. Elle assuroit qu'elle ne pouvoit rien conjecturer qui eût causé cette sinistre conformation, n'ayant eu pendant toute sa grossesse, ni maladie, ni frayeur, ni aucune autre émotion véhémence de l'ame.

Cependant elle soutenoit de toutes ses forces que le désordre de son imagination étoit le principe de ce fait; mais, en supposant que ce désordre ait eu effectivement lieu, on n'en sauroit rien conclurre, puisqu'il est impossible que l'imagination de la mere produise des changemens aussi extraordinaires dans la structure du corps du foetus; comme, entr'autres auteurs, le célèbre Blondel l'a établi il y a déjà longtemps sur les raisons les plus solides. Dès-là donc que cette cause ne sauroit être mise en ligne de compte, il faut en chercher d'autres.

C'est à la mauvaise & vicieuse situation du foetus même dans le sein de la mere, qu'on doit attribuer la plus grande partie de sa difformité. Peut-être que, dès les premiers jours de la formation, l'uterus n'a pas été dans une exacte proportion avec le foetus, s'étant trouvé trop court; ou de quelque autre manière trop étroit. Dans un semblable domicile resserré ou mal construit, le foetus alors fort subtil a pu aisément souffrir quelque lésion des os du crane; ce qui a empêché l'accroissement de ces os, au point qu'ils ont presque entièrement disparu. De cette manière, les os supérieurs du crane manquant
pres-



presque entierement, & le crane n'étant fermé par en haut d'aucuns os; le cerveau qui ne rencontroit point de résistance de la part du crane, a pu monter, pendre au dessus de l'orbite, & prendre la figure d'un sac difforme. Les os du nés, avec ceux qui constituent la cavité des narines, n'ont par conséquent pas pu être engendrés, parce que la partie inférieure de l'os du front manquoit, laquelle dans l'état naturel sert de soutien à ces os: & dès-là qu'il n'y avoit point d'os du nés, le nés lui même ne pouvoit se former, puisqu'il n'existoit rien où il pût en quelque sorte planter ses racines.

L'origine de cette bourse charnue, qui tenoit lieu de nés à notre monstre, s'explique aisément: comme cette bourse n'offre rien d'organique, mais qu'on doit la considérer comme un corps destitué d'organisation, il a été aisé que quelques vaisseaux sanguins du cerveau pénétrèrent la région du front, & forment avec la peau voisine une semblable bourse.

Il est aussi manifeste par les circonstances qui ont été rapportées, que la compression du cerveau ne rend pas toujours la mort inévitable. En effet, dans ce monstre les principaux os du crane manquoient entierement, & toute la partie supérieure du cerveau n'étoit couverte que d'une peau subtile; or, comme il est incontestable qu'il a vécu pendant près de neuf mois dans le sein de sa mere, où il a eu pendant tout ce tems-là le mouvement le plus libre, & que par une suite de ce mouvement il a du plusieurs fois se heurter le haut de la tête contre les parois de l'uterus, d'où doit s'être ensuivie une assez forte compression du cerveau; il résulte de tout cela qu'une telle compression n'a point été nuisible au foetus, puisque pendant tout ce tems-là il a non seulement vécu sain & sauf, mais que toutes les autres parties de son corps ont eu leur juste accroissement.

Que



Que la mauvaise situation du foetus dans l'utérus ait été la principale cause de la difformité de sa structure, c'est ce qui paroît encore par la courbure de ses extrémités, & surtout par celle du pied droit qui étoit fort considérable; car ce pied, dans un utérus trop étroit, n'a pas pu s'étendre ni s'accroître en droite ligne.

Enfin, à l'égard de cette queue que portoit le foetus à la région de l'os sacrum, on ne doit la regarder que comme une simple production de la peau externe. En effet, les fibres de la peau, plus relâchée dans cet endroit, n'ont pu assez résister à l'action des vaisseaux & à l'impulsion du sang: de sorte que cette action faisant effort contre les fibres de la peau relâchées, les a insensiblement poussées en avant, & a occasionné la génération d'une semblable petite queue.



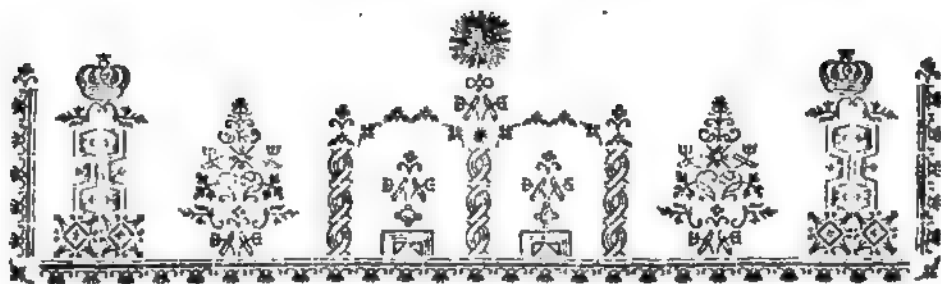


J.M.W. Turner, 1899, Rain, Steam, and Great Central Railway

M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*C L A S S E D E M A T H É M A -
T I Q U E.*





REMARQUES

SUR UN BEAU RAPPORT ENTRE LES SÉ-
RIES DES PUISSANCES TANT DIRECTES QUE
RÉCIPROQUES.

PAR M. L. EULER *).

L I.
e rapport, que je me propose de développer ici, regarde les
sommes de ces deux séries infinies générales :

$$\odot - 1^m - 2^m + 3^m - 4^m + 5^m - 6^m + 7^m - 8^m + \&c.$$

$$\gg - \frac{1}{1^n} - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{6^n} + \frac{1}{7^n} - \frac{1}{8^n} + \&c.$$

dont la première contient toutes les puissances positives ou directes des
nombres naturels, d'un exposant quelconque m , & l'autre les puissan-
ces négatives ou réciproques des mêmes nombres naturels, d'un ex-
posant aussi quelconque n , en faisant varier alternativement les signes
des termes de l'une & de l'autre série. Mon but principal est donc de
faire voir, que, quoique ces deux séries soient d'une nature tout à fait
différente, leurs sommes se trouvent pourtant dans un très beau rapport
entr'elles; de sorte que, si l'on étoit en état d'assigner en général la
somme de l'une de ces deux espèces, on en pourroit déduire la somme

*) Lu en 1749.



de l'autre espece. Ou bien je ferai voir, qu'en connoissant la somme de la première série pour un exposant quelconque m , on en peut toujours déterminer la somme de l'autre série pour l'exposant $n = m + 1$. Cette remarque me paroît d'autant plus importante, qu'elle n'est encore fondée que sur une induction, mais que je porterai à un tel degré de certitude, qu'on la pourra regarder comme très rigoureusement démontrée.

2. Pour les séries de la première espece, puisque leurs termes deviennent de plus en plus grands, il est bien vrai qu'on ne sauroit se former une juste idée de leur somme, tandisqu'on entend par somme une telle valeur, de laquelle on approche d'autant plus, plus on rassemble de termes de la série actuellement. Ainsi, quand on dit que la somme de cette série $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6$ &c. est $\frac{1}{4}$, cela doit paroître bien paradoxe, puisqu'en rassemblant 100 termes de cette série, on trouve -50 : or la somme de 101 termes donne $+51$, lesquelles valeurs sont bien différentes de $\frac{1}{4}$, & le devient encore beaucoup plus, quand on multiplie le nombre des termes. Mais j'ai déjà remarqué dans une autre occasion, qu'il faut donner au mot de *somme* une signification plus étendue, & entendre par là une fraction, ou autre expression analytique, laquelle étant développée selon les principes de l'analyse produise la même série dont on cherche la somme. Après avoir établi cette signification, il n'est plus douteux que la somme de cette série $1 - 2 + 3 - 4 +$ &c. soit $= \frac{1}{4}$, puisqu'elle naît de l'évolution de cette formule $\frac{1}{(1+x)^2}$, dont la valeur est incontestablement $\frac{1}{4}$. La chose deviendra plus claire en considérant cette série plus générale:

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5 + \&c.$$

qui résulte en développant cette formule $\frac{1}{(1+x)^2}$, à laquelle donc cette série est effectivement égale, & partant aussi dans le cas où $x = 1$.

3. On



3. On comprend aisément que le calcul différentiel nous fournit un moyen fort aisé de trouver les sommes de ces sortes de séries; & on en tire les formations suivantes:

$$1 - x + x^2 - x^3 + \&c. = \frac{1}{1+x},$$

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \&c. = \frac{1}{(1+x)^2},$$

$$1 - 2^2x + 3^2x^2 - 4^2x^3 + \&c. = \frac{1-x}{(1+x)^3},$$

$$1 - 2^3x + 3^3x^2 - 4^3x^3 + \&c. = \frac{1-4x+xx}{(1+x)^4},$$

$$1 - 2^4x + 3^4x^2 - 4^4x^3 + \&c. = \frac{1-11x+11xx-x^3}{(1+x)^5},$$

$$1 - 2^5x + 3^5x^2 - 4^5x^3 + \&c. = \frac{1-26x+66xx-26x^3+x^4}{(1+x)^6},$$

$$1 - 2^6x + 3^6x^2 - 4^6x^3 + \&c. = \frac{1-57x+302xx-302x^3+57x^4-x^5}{(1+x)^7},$$

d'où l'on tire pour les séries de notre première espèce, en prenant $x = 1$, les sommes suivantes:

$$1 - 2^0 + 3^0 - 4^0 + 5^0 - 6^0 + \&c. = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c. = \frac{1}{4}$$

$$1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \&c. = 0$$

$$1 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 - 6^3 + \&c. = -\frac{1}{15}$$

$$1 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + 5^4 - 6^4 + \&c. = 0$$

$$1 - 2^5 + 3^5 - 4^5 + 5^5 - 6^5 + \&c. = +\frac{1}{64}$$

$$1 - 2^6 + 3^6 - 4^6 + 5^6 - 6^6 + \&c. = 0$$

$$1 - 2^7 + 3^7 - 4^7 + 5^7 - 6^7 + \&c. = -\frac{2}{315}$$

$$1 - 2^8 + 3^8 - 4^8 + 5^8 - 6^8 + \&c. = 0$$

$$1 - 2^9 + 3^9 - 4^9 + 5^9 - 6^9 + \&c. = +\frac{1}{2048} \&c.$$



4. Des séries de l'autre espece > on n'a connu autrefois que celle du cas $n = 1$, ou de celle-ci

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \&c.$$

dont la somme est $1/2$, jusques à ce que j'ai trouvé la somme de la série réciproque des quarrés, & ensuite de toutes les autres puissances paires: ayant démontré que les sommes de toutes ces séries dépendent du rapport de la circonférence d'un cercle π à son diametre 1.

Car supposant les sommes de ces séries

j'ai trouvé

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \&c. = A\pi^2 \quad A = \frac{1}{6},$$

$$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \&c. = B\pi^4 \quad B = \frac{1}{90}A^2,$$

$$1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \&c. = C\pi^6 \quad C = \frac{1}{945}AB,$$

$$1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \&c. = D\pi^8 \quad D = \frac{1}{945}AC + \frac{1}{945}B^2,$$

$$1 + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} + \frac{1}{4^{10}} + \&c. = E\pi^{10} \quad E = \frac{1}{945}AD + \frac{1}{945}BC,$$

&c.

&c.

d'où je conclus pour les séries de notre seconde espece, en faisant varier alternativement les signes

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \&c. = \frac{2^1 - 1}{2^1} A\pi^2$$

$$1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \&c. = \frac{2^3 - 1}{2^3} B\pi^4$$

$$1 - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} - \frac{1}{4^6} + \frac{1}{5^6} - \frac{1}{6^6} + \&c. = \frac{2^5 - 1}{2^5} C\pi^6$$



$$1 - \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} - \frac{1}{4^8} + \frac{1}{5^8} - \frac{1}{6^8} + \&c. = \frac{2^7 - 1}{2^7} D \pi^8$$

$$1 - \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} - \frac{1}{4^{10}} + \frac{1}{5^{10}} - \frac{1}{6^{10}} + \&c. = \frac{2^9 - 1}{2^9} E \pi^{10}$$

$$1 - \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{3^{12}} - \frac{1}{4^{12}} + \frac{1}{5^{12}} - \frac{1}{6^{12}} + \&c. = \frac{2^{11} - 1}{2^{11}} F \pi^{12},$$

&c.

Or, pour les cas où n est un nombre impair, toutes mes recherches pour en trouver les sommes, ont été inutiles jusques ici. Cependant il est certain qu'elles ne dépendent point d'une manière semblable des puissances pareilles du nombre π . Peut-être que les réflexions suivantes y répandront quelque jour.

5. Puisque les nombres A, B, C, D, &c. sont de la dernière importance dans ce sujet, je les mettrai ici aussi loin, que je les ai calculés.

$$A = \frac{2^0. 1}{1. 2. 3},$$

$$B = \frac{2^2. 1}{1. 2 \dots 5. 3},$$

$$C = \frac{2^4. 1}{1. 2 \dots 7. 3},$$

$$D = \frac{2^6. 3}{1. 2 \dots 9. 5},$$

$$E = \frac{2^8. 5}{1. 2 \dots 11. 3},$$

$$F = \frac{2^{10}. 691}{1. 2 \dots 13. 105},$$

$$G = \frac{2^{12}. 35}{1. 2 \dots 15. 1},$$

$$H =$$

$$H = \frac{2^{14}. 3617}{1.2 \dots 17.15'}$$

$$I = \frac{2^{16}. 43867}{1.2 \dots 19.21'}$$

$$K = \frac{2^{18}. 1222277}{1.2 \dots 21.55'}$$

$$L = \frac{2^{20}. 854513}{1.2 \dots 23.3'}$$

$$M = \frac{2^{22}. 1181820455}{1.2 \dots 25.273'}$$

$$N = \frac{2^{24}. 76977927}{1.2 \dots 27.1'}$$

$$O = \frac{2^{26}. 23749461029}{1.2 \dots 29.15'}$$

$$P = \frac{2^{28}. 8615841276005}{1.2 \dots 31.231'}$$

$$Q = \frac{2^{30}. 84802531453387}{1.2 \dots 33.85'}$$

$$R = \frac{2^{32}. 90219075042845}{1.2 \dots 35.3'}$$

6. Or c'est aussi de ces mêmes nombres A, B, C, D, &c. que dépend la sommation des séries de la première espèce $\odot$ dans les cas, où l'exposant m est un nombre impair, ayant déjà vu que, lorsque cet exposant est un nombre pair, la somme devient égale à zéro. Mais il faut employer une méthode toute particulière pour démontrer cette harmonie. Pour cet effet, il faut recourir à la méthode générale que j'ai donnée autrefois pour déterminer les sommes des séries



séries par leurs termes généraux. Soit donc X une fonction quelconque de x , représentée en sorte $X = f: x$, & considérons cette série continuée à l'infini

$$f: x + f: (x + \alpha) + f: (x + 2\alpha) + f: (x + 3\alpha) + f: (x + 4\alpha) + \&c.$$

dont les termes suivans soyent de semblables fonctions de $x + \alpha$, $x + 2\alpha$, $x + 3\alpha$, &c. & posons la somme de cette série $= S$, qui étant aussi une fonction de x , si l'on y met $x + \alpha$ au lieu de x , d'où elle devient

$$S + \frac{\alpha dS}{1 dx} + \frac{\alpha^2 d^2 S}{1.2 dx^2} + \frac{\alpha^3 d^3 S}{1.2.3 dx^3} + \frac{\alpha^4 d^4 S}{1.2.3.4 dx^4} + \&c.$$

cette expression sera la somme de la série

$$f: (x + \alpha) + f: (x + 2\alpha) + f: (x + 3\alpha) + f: (x + 4\alpha) + \&c.$$

& partant égale à $S - f: x = S - X$, de sorte que

$$-X = \frac{\alpha dS}{1 dx} + \frac{\alpha^2 d^2 S}{1.2 dx^2} + \frac{\alpha^3 d^3 S}{1.2.3 dx^3} + \frac{\alpha^4 d^4 S}{1.2.3.4 dx^4} + \&c.$$

Or de cette équation on trouve par la méthode que j'ai exposée ailleurs

$$S = -\frac{1}{\alpha} \int X dx + \frac{1}{2} X - \frac{\alpha A dX}{2 dx} + \frac{\alpha^3 B d^3 X}{2^3 dx^3} - \frac{\alpha^5 C d^5 X}{2^5 dx^5} + \&c.$$

où A , B , C , &c. marquent les mêmes nombres que je viens de développer: de sorte que par ce moyen on parvient à la somme cherchée S , tant par la formule intégrale $\int X dx$, que par les différentiels de tout ordre de la fonction X .

7. Maintenant, pour obtenir la variation des signes, au lieu de α écrivons 2α pour avoir cette sommation:

$$f: x + f: (x + 2\alpha) + f: (x + 4\alpha) + \&c. = -\frac{1}{2\alpha} \int X dx + \frac{1}{2} X - \frac{\alpha A dx}{dx} + \frac{\alpha^3 B d^3 X}{dx^3} - \frac{\alpha^5 C d^5 X}{dx^5} + \&c.$$

du double de laquelle ôtons la série précédente, & nous aurons

$$f: x - f: (x + a) + f: (x + 2a) - f: (x + 3a) + f: (x + 4a) - \&c. \\ = \frac{1}{2} X - \frac{(2^2 - 1) a A d X}{2 dx} + \frac{(2^4 - 1) a^3 B d^3 X}{2^3 dx^3} - \frac{(2^6 - 1) a^5 C d^5 X}{2^5 dx^5} + \&c.$$

où le membre, qui renfermoit l'intégrale $\int X dx$, est disparu. Posons maintenant, pour approcher d'avantage de notre but $f: x = X = x^m$; & nous aurons la somme de la série suivante:

$$x^m - (x + a)^m + (x + 2a)^m - (x + 3a)^m + (x + 4a)^m - \&c. = \\ \frac{1}{2} x^m - \frac{(2^2 - 1) m a A x^{m-1}}{2} + \frac{(2^4 - 1) m (m-1) (m-2) a^3 B x^{m-3}}{2^3} \\ - \frac{(2^6 - 1) m (m-1) (m-2) (m-3) (m-4) a^5 C x^{m-5}}{2^5} \\ + \frac{(2^8 - 1) m (m-1) (m-2) (m-3) (m-4) (m-5) (m-6) a^7 D x^{m-7}}{2^7}, \\ \&c.$$

qui ne renfermera qu'un nombre déterminé de termes, toutes les fois que l'exposant m est un nombre entier positif. Donc, posant $a = 1$, nous aurons pour nos séries de la première espèce $\odot$.

$$x^m - (x + 1)^m + (x + 2)^m - (x + 3)^m + (x + 4)^m - (x + 5)^m + \&c. = \\ \frac{1}{2} x^m - \frac{m}{2} (2^2 - 1) A x^{m-1} + \frac{m(m-1)(m-2)}{2 \cdot 2 \cdot 2} (2^4 - 1) B x^{m-3} \\ - \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} (2^6 - 1) C x^{m-5} \\ + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)(m-5)(m-6)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} (2^8 - 1) D x^{m-7}, \\ \&c.$$



8. A présent nous n'avons qu'à supposer $x = 1$, pour avoir en général la somme de toutes nos séries de la première espèce $\odot$: mais nous la trouverons encore plus aisément en supposant $x = 0$, d'où nous tirerons la somme de cette série

$$0^m - 1^m + 2^m - 3^m + 4^m - 5^m + 6^m - 7^m + \&c.$$

qui n'est que la négative de celle que nous cherchons. Or, posant $x = 0$, tous les nombres qui composent la somme évanouissent à l'exception d'un seul; où l'exposant de x zéro, ce qui n'arrive que dans les cas où m est un nombre impair; car, quand il est pair, tous les membres $\&c$ partant aussi la somme de la série se réduit à rien. Donc, prenant négativement ces sommes, nous trouverons comme il suit.

$$\begin{array}{l|l} m=0 & 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \&c. = \frac{1}{2} \\ m=1 & 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c. = + 1 \frac{(2^2-1)}{2} A, \\ m=2 & 1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \&c. = 0, \\ m=3 & 1 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 - 6^3 + \&c. = - 1.2.3 \frac{(2^4-1)}{2^3} B, \\ m=4 & 1 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + 5^4 - 6^4 + \&c. = 0, \\ m=5 & 1 - 2^5 + 3^5 - 4^5 + 5^5 - 6^5 + \&c. = + 1.2 \dots 5 \frac{(2^6-1)}{2^5} C, \\ m=6 & 1 - 2^6 + 3^6 - 4^6 + 5^6 - 6^6 + \&c. = 0, \\ m=7 & 1 - 2^7 + 3^7 - 4^7 + 5^7 - 6^7 + \&c. = - 1.2 \dots 7 \frac{(2^8-1)}{2^7} D, \\ m=8 & 1 - 2^8 + 3^8 - 4^8 + 5^8 - 6^8 + \&c. = 0, \\ m=9 & 1 - 2^9 + 3^9 - 4^9 + 5^9 - 6^9 + \&c. = + 1.2 \dots 9 \frac{(2^{10}-1)}{2^9} E, \\ m=10 & 1 - 2^{10} + 3^{10} - 4^{10} + 5^{10} - 6^{10} + \&c. = 0, \\ & \&c. \end{array}$$



Quand on développe ces sommes, on les trouve les mêmes que celles que j'ai rapportées ci-dessus §. 3. mais à présent on voit leur liaison avec les lettres A, B, C, &c.

9. Divisons ces séries de la première espèce $\odot$ chacune par celle de la seconde espèce $\oslash$, qui renferme le même nombre de la progression A, B, C, D, &c. pour en tirer les équations suivantes.

$$\frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \&c.} = + \frac{1(2^2 - 1)}{(2^2 - 1)\pi^2},$$

$$\frac{1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{6^3} + \&c.} = 0,$$

$$\frac{1 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 - 6^3 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \&c.} = - \frac{1.2.3(2^4 - 1)}{(2^4 - 1)\pi^4},$$

$$\frac{1 - 2^4 + 3^4 - 4^4 + 5^4 - 6^4 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} - \frac{1}{4^5} + \frac{1}{5^5} - \frac{1}{6^5} + \&c.} = 0,$$

$$\frac{1 - 2^5 + 3^5 - 4^5 + 5^5 - 6^5 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} - \frac{1}{4^6} + \frac{1}{5^6} - \frac{1}{6^6} + \&c.} = + \frac{1.2 \dots 5(2^6 - 1)}{(2^6 - 1)\pi^6},$$

$$\frac{1 - 2^6 + 3^6 - 4^6 + 5^6 - 6^6 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^7} + \frac{1}{3^7} - \frac{1}{4^7} + \frac{1}{5^7} - \frac{1}{6^7} + \&c.} = 0,$$

$$\frac{1 - 2^7 + 3^7 - 4^7 + 5^7 - 6^7 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} - \frac{1}{4^8} + \frac{1}{5^8} - \frac{1}{6^8} + \&c.} = - \frac{1.2 \dots 7(2^8 - 1)}{(2^8 - 1)\pi^8},$$

$$\frac{1 - 2^8 + 3^8 - 4^8 + 5^8 - 6^8 + \&c.}{1 - \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} - \frac{1}{4^8} + \frac{1}{5^8} - \frac{1}{6^8} + \&c.} = 0,$$

$$1 - \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} - \frac{1}{4^8} + \frac{1}{5^8} - \frac{1}{6^8} + \&c.$$

$$\frac{1 - 2^{10} + 3^{10} - 4^{10} + 5^{10} - 6^{10} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{3^{10}} - \frac{1}{4^{10}} + \frac{1}{5^{10}} - \frac{1}{6^{10}} + \&c.} = + \frac{1.2 \dots 9(2^{10}-1)}{(2^{10}-1) \pi^{10}},$$

&c.

Or l'équation qui précède celles-ci, fera

$$\frac{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \&c.} = \frac{1}{2/2},$$

dont la liaison avec les suivantes est entièrement cachée.

10. Or la considération de ces équations me conduit à cette formule générale :

$$\frac{1 - 2^{n-1} + 3^{n-1} - 4^{n-1} + 5^{n-1} - 6^{n-1} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{6^n} + \&c.} =$$

$$1 - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{6^n} + \&c.$$

$$N. \frac{1.2.3 \dots (n-1) (2^n - 1)}{(2^{n-1} - 1) \pi^n},$$

où tout revient à déterminer justement le coefficient N à l'égard de l'exposant n . Pour cet effet considérons les valeurs de ce coefficient N, qui répondent à chacun des exposans n , que je viens d'examiner :

$$\begin{array}{c|cccccccccc} n & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8, & 9, & 10 & \&c. \\ N & +1, & 0, & -1, & 0, & +1, & 0, & -1, & 0, & +1 & \&c. \end{array}$$

& puisque toutes les fois que n est un nombre impair, la lettre N doit évanouir, & que pour les cas $n = 4i + 2$, il faut qu'il soit $N = +1$, mais pour les cas $n = 4i$, il devient $N = -1$, il est évident qu'on satisfait à ces conditions en supposant $N =$



cof. $\frac{n\pi}{2}$. Par cette raison je hazarderai la *conjecture suivante*, que quelque soit l'exposant n , cette équation ait toujours lieu :

$$\frac{1 - 2^{n-1} + 3^{n-1} - 4^{n-1} + 5^{n-1} - 6^{n-1} + \&c.}{1 - 2^n + 3^n - 4^n + 5^n - 6^n + \&c.} = \frac{1.2.3 \dots (n-1)(2^n-1)}{(2^{n-1}-1)\pi^n} \text{ cof. } \frac{n\pi}{2}.$$

Cette conjecture paroîtra sans doute fort hardie, mais puisqu'elle est d'accord avec les cas, où n est un nombre entier positif plus grand que l'unité, je prouverai son accord avec la vérité premièrement pour le cas $n = 1$, & ensuite $n = 0$. Après cela je ferai voir, que si cette conjecture est fondée pour les cas où n est un nombre positif, elle le sera aussi, quand n est un nombre négatif; & enfin je développerai aussi quelques cas, où l'on donne à n une valeur rompue.

II. Soit donc d'abord $n = 1$, pour avoir cette forme

$$\frac{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \&c.}, \text{ dont nous savons}$$

que la valeur est $= \frac{1}{2/2}$; or notre expression donne pour ce cas

$$1.2 \dots (n-1) = 1, 2^n - 1 = 1, \pi^n = \pi, \text{ mais les}$$

deux autres parties cof. $\frac{n\pi}{2}$ & $2^{n-1} - 1$, évanouissent l'une &

l'autre. C'est pourquoi je représente enforte la valeur, que notre conjecture fournit pour ce cas:

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\text{cof. } \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1},$$

où



où il s'agit de déterminer la valeur de la fraction $\frac{\cos. \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1}$, dans le cas $n = 1$, où le numérateur & le dénominateur évanouissent. Considérons donc la lettre n comme variable, & puisque le différentiel du numérateur est $-\frac{\pi dn}{2} \sin \frac{n\pi}{2}$, & celui du dénominateur $= 2^{n-1} dn / 2$, notre fraction pour ce cas fera la même que celle-cy $-\frac{\frac{\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} / 2}$, qui posant $n = 1$ se réduit à celle-cy $-\frac{\pi}{2/2}$, de sorte que la valeur que nous cherchons sera :

$$-\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\cos. \frac{n\pi}{2}}{2^{n-1} - 1} = + \frac{1}{2/2},$$

tout comme il est clair de soi-même. Notre conjecture ayant donc aussi lieu pour le cas $n = 1$, qui paroïssoit d'abord s'écarter entièrement de la loi des cas suivans, c'est déjà une preuve très forte pour la vérité de cette conjecture; & puisqu'il semble impossible qu'une fautive supposition ait pu soutenir cette épreuve, on pourroit déjà regarder notre conjecture comme très solidement établie: mais je m'en vai apporter encore d'autres preuves également convaincantes.

12. Soit à présent $n = 0$, pour avoir cette forme

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \&c.}{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \&c.},$$

dont la valeur est évidemment $= 2/2$. Or notre conjecture, à cause de $\cos. \frac{n\pi}{2} = 1$, $2^{n-1} - 1 = -1$ & $\pi^n = 1$, fournit pour ce cas $+ 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n - 1) (2^n - 1)$, dont le



le facteur $1. 2. 3. \dots (n - 1)$ étant infini, & l'autre $2^n - 1$ évanouissant, on voit déjà que notre conjecture n'est pas contredite par ce cas: mais, pour en prouver aussi le parfait accord, je remarque que puisqu'il y a généralement:

$$1. 2. 3. \dots (n - 1) = \frac{1}{n}. 1. 2. 3. \dots n$$

& que dans le cas $n = 0$, on a $1. 2. 3. \dots n = 1$, nous aurons

pour ce même cas $1. 2. 3. \dots (n - 1) = \frac{1}{n}$, & partant la va-

leur tirée de notre conjecture sera $= \frac{2(2^n - 1)}{n}$, où puisque le

numérateur & le dénominateur évanouissent en posant $n = 0$, on n'a qu'à substituer à leur place leurs différentiels en regardant n comme

une quantité variable, pour avoir une autre fraction $\frac{2 \cdot 2^n \frac{dn}{dn} 1}{dn} =$

$2 \cdot 2^n / 2$, équivalente à celle-là pour le cas $n = 0$: or celle-cy nous donne ouvertement la même valeur $2/2$, que la nature des séries exige. Voilà donc une nouvelle preuve, qui étant jointe à la précédente pourra bien tenir lieu d'une démonstration complète de notre conjecture. Cependant on n'est que trop autorisé d'en exiger encore une démonstration directe, qui renferme à la fois tous les cas possibles.

13. Notre conjecture étant donc juste pour tous les cas où n est un nombre entier positif, je m'en vai prouver à présent qu'elle est également d'accord avec la vérité, lorsqu'on prend pour n un nombre entier négatif quelconque. Or dans ces cas la valeur de la formule $1. 2. 3. \dots (n - 1)$, devient infinie, ce qui semble troubler la démonstration que j'ai en vue: mais une observation, que j'ai prouvée ailleurs levera cet obstacle. Prenant ce signe $[\lambda]$, pour marquer ce produit: $1. 2. 3. \dots \lambda$, j'ai démontré qu'il y a toujours $\begin{matrix} [\lambda] \\ [-\lambda] \end{matrix}$.

$[-\lambda] = \frac{\lambda \pi}{\sin \lambda \pi}$: donc posant $\pi = 1 = -m$ ou $\pi = -m + 1$, pour avoir cete expression:

$$\frac{1 - 2^m + 3^m - 4^m + 5^m - 6^m + \&c.}{1 - 2^{m+1} + 3^{m+1} - 4^{m+1} + 5^{m+1} - 6^{m+1} + \&c.} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (-m) (2^{m+1} - 1)}{(2^m - 1) \pi^{m+1}} \operatorname{cof.} \frac{(1-m)\pi}{2},$$

où puisque $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (-m) = [-m] \& [m] [-m] = \frac{m\pi}{\sin m\pi}$, nous aurons $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (-m) = \frac{m\pi}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m \sin m\pi} =$

$$\frac{\pi}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1) \sin m\pi}. \text{ Ensuite on fait que } \operatorname{cof.} \frac{(1-m)\pi}{2} =$$

$\sin \frac{m\pi}{2}$, & par ces substitutions l'expression trouvée prendra cette

$$\text{forme: } \frac{2 (2^{m-1} - 1) \pi^m}{(2^m - 1) 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1) \sin m\pi} \sin \frac{m\pi}{2} = \frac{(2^{m-1} - 1) \pi^m}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1) (2^m - 1) \operatorname{cof.} \frac{m\pi}{2}},$$

à cause de $\sin m\pi = 2 \sin \frac{m\pi}{2} \operatorname{cof.} \frac{m\pi}{2}$. Maintenant, nous n'a-

avons qu'à renverser l'équation trouvée en mettant en haut les dénominateurs & en bas les numérateurs, & nous obtiendrons cette équation

$$\frac{1 - 2^{m-1} + 3^{m-1} - 4^{m-1} + 5^{m-1} - 6^{m-1} + \&c.}{1 - 2^m + 3^m - 4^m + 5^m - 6^m + \&c.} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1) (2^m - 1)}{(2^{m-1} - 1) \pi^m} \operatorname{cof.} \frac{m\pi}{2},$$

qui étant la même que la supposée, on voit clairement que si la supposée



posée est vraie pour les cas où n est un nombre positif, elle le sera aussi, quand n est un nombre négatif, à cause de $m = -n + 1$.

14. Il se présente encore un cas bien remarquable en posant $n = \frac{1}{2}$, qui conduit à cette fraction

$$\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \&c.}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \&c.}$$

dont le numérateur & le dénominateur étant égaux, & partant la valeur $= 1$, il faut prouver que l'expression, qui en vertu de la conjecture lui est égale, savoir:

$$- \frac{1.2.3....(-\frac{1}{2})(\sqrt{2}-1)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-1\right)\sqrt{\pi}} \cos. \frac{\pi}{4} = + \frac{[-\frac{1}{2}]\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{[-\frac{1}{2}]}{\sqrt{\pi}}$$

Or j'ai démontré autrefois, en examinant la progression hypergéométrique 1, 1.2, 1.2.3, 1.2.3.4, &c. dont le terme général est 1.2.3.... $n = [n]$, que posant $n = \frac{1}{2}$, on a $[\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, & puisque $[\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}[-\frac{1}{2}]$, il est évident que $[-\frac{1}{2}] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$, & partant notre expression devient effectivement $= 1$. Ce qui ne sauroit plus laisser aucun doute sur la vérité de notre conjecture, l'ayant démontrée non seulement pour tous les cas où l'exposant n est un nombre entier quelconque, soit négatif, soit positif, mais aussi pour le cas $n = \frac{1}{2}$. Pour les autres cas des nombres rompus, qu'on voudroit mettre au lieu de n , on ne sauroit prétendre une démonstration particulière, attendu que qu'on n'a encore découvert aucune méthode propre pour déterminer la somme d'une telle série $1 - 2^n + 3^n - 4^n + 5^n - \&c.$ lorsque l'exposant n est une fraction. Dans ces cas il faut se contenter d'approximations: or on verra aussi alors, que notre conjecture est d'accord avec la vérité.



15. Pour en faire un essai, soit $n = \frac{1}{2}$, & cette fraction

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \&c.}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} - \frac{1}{6\sqrt{6}} + \&c.}, \text{ à cause de}$$

$$1. 2. 3. \dots (n-1) = \left[\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}, \text{ \& cos. } \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ doit}$$

$$\text{\&tre égale à cette quantité } \frac{2\sqrt{2} - 1}{2(2 - \sqrt{2})\pi} = \frac{3 + \sqrt{2}}{2\pi\sqrt{2}} = 0,4967738.$$

Mais la série supérieure, en ajoutant les 9 premiers termes, donne

$$1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{8} + \sqrt{9} =$$

$$1,9217396662,$$

d'où il faut retrancher la somme de tous les termes suivans à l'infini $\sqrt{10} - \sqrt{11} + \sqrt{12} - \sqrt{13} + \sqrt{14} - \&c.$ laquelle par le §. 7. est

$$\frac{1}{2}\sqrt{10} - \frac{1(2^2-1)}{4} \cdot \frac{A}{\sqrt{10}} + \frac{1.1.3(2^4-1)}{4^3} \cdot \frac{B}{10^2\sqrt{10}} -$$

$$\frac{1.1.3.5.7}{4^5}(2^6-1) \cdot \frac{C}{10^4\sqrt{10}} + \frac{1.1.3.5.7.9.11}{4^7}(2^8-1) \frac{D}{10^6\sqrt{10}} \&c.$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{2} \left(1 - \frac{1.3}{2} \cdot \frac{A}{10} + \frac{1.1.3.15}{2^3} \cdot \frac{B}{10^3} - \frac{1.1.3.5.7.63}{2^5} \cdot \frac{C}{10^5} + \right.$$

$$\left. + \frac{1.1.3.5.7.9.11.255}{2^{13}} \cdot \frac{D}{10^7} - \&c. \right)$$

Or ayant $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{1}{20}$, $C = \frac{1}{24}$, $D = \frac{1}{240}$, $E = \frac{1}{240}$, la valeur de cette expression résulte $= 0,48750774577 \cdot \sqrt{10}$, qui est à peu près $= 1,541610$, & partant la série supérieure $1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \&c. = 0,380129$.

Ensuite, pour la série inférieure, les 9 premiers termes donnent $0,7821470744$, d'où il faut retrancher la somme de tous les suivans,



qui est $= \frac{1}{20\sqrt{10}} \left(1 + \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{A}{10} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 15}{2^5} \cdot \frac{B}{10^3} + \right.$
 $\left. \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 63}{2^9} \cdot \frac{C}{10^5} - \&c. \right)$, & à peu près $= 0,01698880$,

d'où la somme de cette série infinie sera $= 0,765158$. Voyons donc si la première série divisée par celle-cy, ou bien cette fraction $\frac{0,380129}{0,765158}$, est égale à la valeur $0,4967738$; or la différence est si petite, ne montant qu'à deux cent-millièmes parties de l'unité, que l'on ne sauroit douter, que la chose ne soit vraie à la dernière rigueur.

16. Puisque donc notre conjecture est portée au plus haut degré de certitude, qu'il ne reste plus même aucun doute sur les cas où l'on met pour l'exposant n des fractions, mettons devant les yeux les cas, où n est une fraction de cette espèce $\frac{2i+1}{2}$, qui sont

$$\begin{aligned} \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \&c.} &= + \frac{1(2\sqrt{2} - 1)}{2^1(2 - \sqrt{2})\pi^2}, \\ \frac{1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^2\sqrt{2}} + \frac{1}{3^2\sqrt{3}} - \frac{1}{4^2\sqrt{4}} + \&c.} &= + \frac{1 \cdot 3(4\sqrt{2} - 1)}{2^2(4 - \sqrt{2})\pi^2}, \\ \frac{1 - 2^3\sqrt{2} + 3^2\sqrt{3} - 4^2\sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^3\sqrt{2}} + \frac{1}{3^3\sqrt{3}} - \frac{1}{4^3\sqrt{4}} + \&c.} &= - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5(8\sqrt{2} - 1)}{2^3(8 - \sqrt{2})\pi^3}, \\ \frac{1 - 2^3\sqrt{2} + 3^3\sqrt{3} - 4^3\sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^4\sqrt{2}} + \frac{1}{3^4\sqrt{3}} - \frac{1}{4^4\sqrt{4}} + \&c.} &= - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7(16\sqrt{2} - 1)}{2^4(16 - \sqrt{2})\pi^4}, \end{aligned}$$



$$\frac{1 - 2^4 \sqrt{2} + 3^4 \sqrt{3} - 4^4 \sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^5 \sqrt{2}} + \frac{1}{3^5 \sqrt{3}} - \frac{1}{4^5 \sqrt{4}} + \&c.} = + \frac{1.3.5.7.9 (32 \sqrt{2} - 1)}{2^5 (32 - \sqrt{2}) \pi^5},$$

$$\frac{1 - 2^5 \sqrt{2} + 3^5 \sqrt{3} - 4^5 \sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^6 \sqrt{2}} + \frac{1}{3^6 \sqrt{3}} - \frac{1}{4^6 \sqrt{4}} + \&c.} = + \frac{1.3.5.7.9.11 (64 \sqrt{2} - 1)}{2^6 (64 - \sqrt{2}) \pi^6},$$

$$\frac{1 - 2^6 \sqrt{2} + 3^6 \sqrt{3} - 4^6 \sqrt{4} + \&c.}{1 - \frac{1}{2^7 \sqrt{2}} + \frac{1}{3^7 \sqrt{3}} - \frac{1}{4^7 \sqrt{4}} + \&c.} = - \frac{1.3.5.7.9.11.13 (128 \sqrt{2} - 1)}{2^7 (128 - \sqrt{2}) \pi^7},$$

$$\&c.$$

où il faut remarquer que la fraction générale $\frac{2^{\lambda} \sqrt{2} - 1}{2^{\lambda} - \sqrt{2}}$, se réduit à

celle-cy $\frac{(2^{2\lambda} - 1) \sqrt{2} + 2^{\lambda}}{2^{2\lambda} - 2}$. Donc, de chaque paire de ces sé-

ries, dès qu'on a trouvé la somme de l'une, on en trouvera celle de l'autre par le moyen de la quadrature du cercle.

17. A l'égard des séries réciproques des puissances

$$1 - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{6^n} + \&c.$$

j'ai déjà observé, que leurs sommes ne sauroient être assignées que lorsque l'exposant n est un nombre entier pair, & que pour les cas où n est un nombre entier impair, tous mes soins ont été jusqu'ici inutiles. Maintenant, ayant réduit la somme de ces séries réciproques à celle des directes, savoir à celle-cy en général

$$1 - 2^{n-1} + 3^{n-1} - 4^{n-1} + 5^{n-1} - 6^{n-1} + \&c.$$

on auroit pu s'attendre, que de là on trouveroit quelque route pour parvenir à ce but; mais il arrive malheureusement, que dans les cas



où n est un nombre impair, la somme de cette série directe évanouit, en sorte qu'on n'en sauroit rien conclure: or sans cet accident la formation desdites séries n'auroit aucune difficulté: car, posant $n = 2\lambda + 1$, en vertu de notre heureuse conjecture nous aurons:

$$1 - \frac{1}{2^{2\lambda+1}} + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} - \frac{1}{4^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} - \dots =$$

$$= \frac{(2^{2\lambda} - 1) \pi^{2\lambda+1}}{1.2.3....2\lambda(2^{2\lambda+1} - 1)} \cdot \frac{1 - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + 5^{2\lambda} - \dots}{\cos \frac{2\lambda+1}{2} \pi}.$$

Or, dans le dernier membre de cette expression, tant le numérateur $1^{2\lambda} - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + 5^{2\lambda} \dots$ que le dénominateur $\cos \frac{2\lambda+1}{2} \pi = -\sin \lambda\pi$, évanouit, en supposant λ un nombre entier. Il est bien vrai qu'on peut découvrir aisément la valeur d'une telle fraction, en substituant au lieu du numérateur & du dénominateur leurs différentiels, mais par ce moyen on ne gagnera pas grand' chose, comme je m'en vai faire voir.

18. Donc, conformément à cette méthode, le différentiel du numérateur étant

$$2d\lambda(1^{2\lambda}/1 - 2^{2\lambda}/2 + 3^{2\lambda}/3 - 4^{2\lambda}/4 + \dots)$$

& celui du dénominateur $= -\pi d\lambda \cos \lambda\pi$, nous aurons pour notre cas la forme exprimée en sorte

$$1 - \frac{1}{2^{2\lambda+1}} + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} - \frac{1}{4^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} - \dots =$$

$$\frac{2(2^{2\lambda} - 1) \pi^{2\lambda}}{1.2.3....2\lambda(2^{2\lambda+1} - 1) \cos \lambda\pi} \cdot (1^{2\lambda}/1 - 2^{2\lambda}/2 + 3^{2\lambda}/3 - 4^{2\lambda}/4 + \dots)$$

d'où



d'où nous tirons, en substituant pour λ les nombres 1. 2. 3 &c. les formations suivantes :

$$1 - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^3} + \&c. = - \frac{2.3.\pi^2(1/1 - 2^2/2 + 3^2/3 - 4^2/4 + \&c.)}{1.2.7}$$

$$1 - \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} - \frac{1}{4^5} + \&c. = + \frac{2.15.\pi^4(1/1 - 2^4/2 + 3^4/3 - 4^4/4 + \&c.)}{1.2.3.4.31}$$

$$1 - \frac{1}{2^7} + \frac{1}{3^7} - \frac{1}{4^7} + \&c. = - \frac{2.63.\pi^6(1/1 - 2^6/2 + 3^6/3 - 4^6/4 + \&c.)}{1.2.3...6.127}$$

$$1 - \frac{1}{2^9} + \frac{1}{3^9} - \frac{1}{4^9} + \&c. = + \frac{2.255.\pi^8(1/1 - 2^8/2 + 3^8/3 - 4^8/4 + \&c.)}{1.2.3...8.511}$$

$$1 - \frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{3^{11}} - \frac{1}{4^{11}} + \&c. = - \frac{2.1023.\pi^{10}(1/1 - 2^{10}/2 + 3^{10}/3 - 4^{10}/4 + \&c.)}{1.2.3...2047}$$

&c.

Il faudroit donc qu'on pût trouver les sommes des séries comprises dans cette forme :

$$1^{2\lambda}/1 - 2^{2\lambda}/2 + 3^{2\lambda}/3 - 4^{2\lambda}/4 + \&c.$$

Mais cette recherche est peut-être plus difficile que celle que nous avons en vue ; & je n'entrevois aucune méthode qui nous puisse conduire au but proposé.

19. Ces équations deviennent un peu plus simples en considérant que cette série $1 + \frac{1}{3^m} + \frac{1}{5^m} + \frac{1}{7^m} + \frac{1}{9^m} + \&c.$ est égale à celle-cy

$$\frac{2^m - 1}{2(2^{m-1} - 1)} \left(1 - \frac{1}{2^m} + \frac{1}{3^m} - \frac{1}{4^m} + \frac{1}{5^m} - \&c. \right)$$

d'où nous tirons d'abord en général



$$1 + \frac{1}{3^{2\lambda+1}} + \frac{1}{5^{2\lambda+1}} + \frac{1}{7^{2\lambda+1}} + \frac{1}{9^{2\lambda+1}} + \&c. =$$

$$= \frac{\pi^{2\lambda}}{1.2.3...2\lambda \cos \lambda\pi} (2^{2\lambda}/2 - 3^{2\lambda}/3 + 4^{2\lambda}/4 - 5^{2\lambda}/5 + \&c.)$$

& ensuite pour les cas particuliers:

$$1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \&c. = + \frac{\pi^2 (2^2/2 - 3^2/3 + 4^2/4 - \&c.)}{1.2}$$

$$1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \&c. = - \frac{\pi^4 (2^4/2 - 3^4/3 + 4^4/4 - \&c.)}{1.2.3.4.}$$

$$1 + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{7^6} + \&c. = + \frac{\pi^6 (2^6/2 - 3^6/3 + 4^6/4 - \&c.)}{1.2.3.4.5.6.}$$

$$1 + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{5^8} + \frac{1}{7^8} + \&c. = - \frac{\pi^8 (2^8/2 - 3^8/3 + 4^8/4 - \&c.)}{1.2.3.4.5.6.7.8.}$$

&c.

Or ici il faut bien remarquer que la somme générale de ces deux derniers paragraphes n'est vraie que lorsque l'exposant λ est un nombre entier positif, puisqu'elle est fondée sur cette condition, que la somme de cette série :

$1 - 2^{2\lambda} + 3^{2\lambda} - 4^{2\lambda} + \&c.$ est zéro: donc, comme cela n'est plus vrai dans le cas $\lambda = 0$, on ne peut mettre pour λ que les nombres 1, 2, 3, 4, 5 &c. J'ajoute encore cette remarque de cette série $1/2 - 1/3 + 1/4 - 1/5 + \&c.$ la somme est $= \frac{1}{2} \log \frac{\pi}{2}$, ce qui laisse quelque espérance de réussir enfin aussi dans les séries auxquelles j'ai été conduit ici.

20. De la même manière on peut comparer ensemble les sommes de ces deux séries infinies

$$1 - 3^{n-1} + 5^{n-1} - 7^{n-1} + \&c. \& 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n} - \frac{1}{7^n} + \frac{1}{9^n} - \&c.$$

& une conjecture semblable nous fournit ce *théorème*

$$\frac{1 - 3^{n-1} + 5^{n-1} - 7^{n-1} + \&c.}{1 - 3^{-n} + 5^{-n} - 7^{-n} + \&c.} = \frac{1.2.3... (n-1). 2^n}{\pi^n} \sin \frac{n\pi}{2},$$

où il arrive que, dans les cas où n est un nombre entier positif pair, la somme de la série supérieure évanouit; & dans ces cas aussi le sinus de l'angle $\frac{n\pi}{2}$, devient zéro. Donc, posant $n = 2\lambda$, nous aurons:

$$1 - \frac{1}{3^{2\lambda}} + \frac{1}{5^{2\lambda}} - \frac{1}{7^{2\lambda}} + \&c. = \frac{\pi^{2\lambda-1} (3^{2\lambda-1}/3 - 5^{2\lambda-1}/5 + 7^{2\lambda-1}/7 - \&c.)}{1.2.3... (2\lambda-1) 2^{2\lambda-1} \cos \lambda\pi},$$

prenant pour λ un nombre entier positif quelconque. De là nous tirons les sommations suivantes:

$$1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \&c. = + \frac{\pi (3/3 - 5/5 + 7/7 - \&c.)}{1.2^2},$$

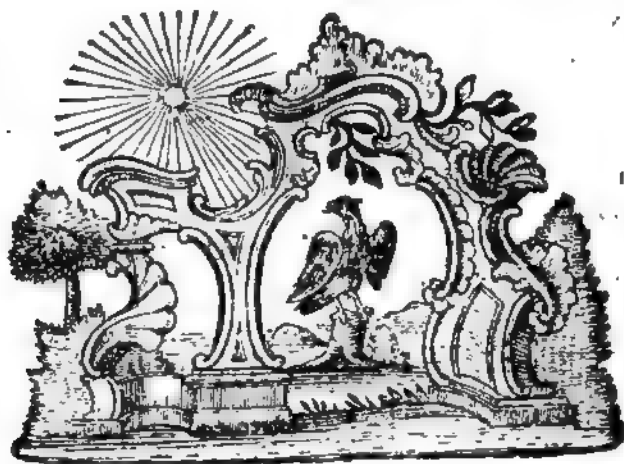
$$1 - \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{7^4} + \&c. = - \frac{\pi^3 (3^3/3 - 5^3/5 + 7^3/7 - \&c.)}{1.2.3.2^3},$$

$$1 - \frac{1}{3^6} + \frac{1}{5^6} - \frac{1}{7^6} + \&c. = + \frac{\pi^5 (3^5/3 - 5^5/5 + 7^5/7 - \&c.)}{1.2.3.4.5.2^5},$$

$$1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \&c. = - \frac{\pi^2 (3^2/3 - 5^2/5 + 7^2/7 - \&c.)}{1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 2^7},$$

$$1 - \frac{1}{3^{10}} + \frac{1}{5^{10}} - \frac{1}{7^{10}} + \&c. = + \frac{\pi^{10} (3^{10}/3 - 5^{10}/5 + 7^{10}/7 - \&c.)}{1. 2. 3. \dots 9. 2^9}.$$

Cette dernière conjecture renferme une expression plus simple que la précédente; donc, puisqu'elle est également certaine, il y a à espérer qu'on travaillera avec plus de succès à en chercher une démonstration parfaite, qui ne manquera pas de répandre beaucoup de lumière sur quantité d'autres recherches de cette nature.





RECHERCHES

SUR

LA CONFUSION DES VERRES DIOPTRIQUES

CAUSÉE PAR LEUR OUVERTURE.

PAR M. L. EULER.

I.

Il y a deux défauts principaux, auxquels les verres dioptriques sont assujettis, l'un vient de la diverse réfrangibilité des rayons de lumière, & l'autre de la figure des verres. Je me propose d'examiner ici ce dernier défaut, & de déterminer exactement la quantité de la confusion qui est causée par la figure sphérique des verres. Car, quoique les Geomètres aient assés bien réussi à trouver de telles figures, qui ne produiroient aucune confusion, les ouvriers n'ont pas encore trouvé moyen de donner aux verres ces figures: la figure sphérique étant l'unique qu'on puisse imprimer au verre avec le degré de précision que le but de ces verres exige. Je suppose donc que les faces des verres soient travaillées exactement sur des bails sphériques; & puisque cette figure n'a pas la propriété, que tous les rayons, qui viennent d'un point de l'objet, soient réunis par la réfraction dans un seul point, il en naîtra une confusion dans l'image formée, qui sera d'autant plus grande, plus on donnera d'ouverture au verre. C'est à cause de cette circonstance qu'on dit, que cette confusion vient de l'ouverture du verre; & partant mes recherches rouleront sur la quantité de la confusion, qu'un verre, dont les faces sont parfaitement sphériques, doit produire à cause de son ouverture.



Planche V.

Fig. 1.

2. Pour donner une idée plus nette de cette confusion, considérons un verre PP , dont les deux faces $PMAMP$ & $PBNBP$, soient parfaitement sphériques. La ligne EF tirée par les centres de ces deux sphéricités représentera l'axe du verre. Soit E , un point lumineux situé dans l'axe du verre, & les rayons qui sont transmis par le milieu du verre AB , représenteront l'image dans un certain point de l'axe F . Or les rayons qui passent par les bords du verre MM , concourent avec l'axe dans un autre point G ; de sorte que si ceux - cy étoient transmis tous seuls, l'image du point lumineux seroit représentée en G . D'où l'on comprend que les rayons qui passent entre le milieu & les bords du verre, représenteront l'image entre les points F & G de l'axe, de sorte que tout l'espace FG sera rempli d'images du point lumineux E ; je nommerai cet espace FG l'espace de diffusion de l'image: & il est clair que c'est de là que la confusion tire son origine, dont je déterminerai ensuite la juste quantité.

3. Pour déterminer cet espace de diffusion FG , on n'a qu'à chercher en général le point G , où un rayon quelconque EM , qui passe par le verre hors de l'axe, rencontrera l'axe après la réfraction. Car alors, faisant évanouir l'intervalle AM , on aura le point F , où les rayons qui passent par le milieu du verre, représenteront l'image; & posant ensuite l'intervalle AM égal au demi-diamètre de l'ouverture du verre, on trouvera le point G , où les rayons qui passent par les bords du verre, concourront avec l'axe. L'intervalle entre ces deux points F & G , sera ce que je nomme l'espace de diffusion FG ; d'où il est évident, que cet espace sera d'autant plus grand, plus sera grande l'ouverture du verre: car, si l'ouverture MM évanouissoit, l'espace de diffusion se réduiroit aussi à rien.

4. Voilà donc la question à laquelle mes recherches se réduisent: *Les deux faces sphériques PAP & PBP , avec l'épaisseur AB du verre étant données, de même que le lieu du point lumineux E , trouver le point G , où un rayon EM , qui passe par le verre dans un point donné M , coupera l'axe du verre EF .*

5. Pour

5. Pour cet effet, il faut considérer séparément les deux réfractions, qui se font tant à l'entrée M du rayon EM dans le verre, qu'à son issue en N: dans la première le rayon passe de l'air dans le verre, & le sinus d'incidence sera à celui de réfraction comme 31 à 20, pour les rayons d'une moyenne réfrangibilité, auxquels je me borne ici uniquement; me réservant de traiter à part de la confusion qui est causée par la différente réfrangibilité des rayons. Donc, au point N, où les rayons sortent du verre en l'air, le sinus d'incidence sera à celui de réfraction comme 20 à 31. Or je mettrai ici pour la commodité du calcul la fraction $\frac{2}{3} = n$.

6. Pour représenter ces choses plus sensiblement, soit AM la face antérieure du verre, dont le centre soit en C, & le demi-diamètre CA = CM = f; ensuite soit BN la face postérieure du verre, son centre en D, & son demi-diamètre DB = DN = g: or la distance de ces deux faces ou l'épaisseur du verre soit nommée AB = d. Que le point lumineux E se trouve devant le verre à la distance AE = a, & soit la distance du point M à l'axe = x, de sorte que, si le point M est pris dans les bords du verre, x soit égal au demi-diamètre de son ouverture. J'envisage donc le verre comme convexe de ses deux côtés, ce qui n'empêche pas que les recherches suivantes ne s'étendent aussi à des verres concaves, puisqu'on n'aura qu'à prendre négatif le demi diamètre d'une face concave.

Fig. 2.

7. La commodité du calcul exige, qu'au lieu de x, nous y introduisions l'angle AEM = ϕ , qu'il sera permis de regarder comme assez petit, pour qu'il soit assez exactement $\sin \phi = \phi - \frac{1}{6}\phi^3$, ce qui ne s'écarte pas sensiblement de la vérité, quand même l'angle ϕ est de plusieurs degrés: car, soit $\phi = 30^\circ$, & cette formule donne $\sin \phi = 0,499575$, qui ne diffère de la vérité que de 0,000325; mais posant $\phi = 15^\circ$, cette formule donne $\sin \phi = 0,258809$, le véritable sinus de 15° étant = 0,258819, de sorte que l'erreur n'est que 0,00001: d'où l'on peut juger, à quel degré notre formule approche de la vérité. Réciproquement donc aussi, lorsque le



sinus d'un angle moindre que de 30° est $\equiv s$, l'angle même fera assés exactement $\equiv s + \frac{1}{6}s^3$.

8. Ayant donc posé l'angle $AEM \equiv \phi$, puisqu'il est assés petit, nous aurons assés près $x \equiv a\phi$. Ensuite, posons aussi pour abrégér le calcul $EC \equiv c$, de sorte qu'il soit $c \equiv a + f$, & prolongeons le rayon une fois rompu MN , jusqu'à sa rencontre avec l'axe en O . C'est ce point O qu'il faut déterminer, avant qu'on puisse trouver le point G , où le rayon rencontre l'axe après avoir souffert la double réfraction.

9. Cherchons donc d'abord le point O , & puisque dans le triangle ECM sont donnés les deux côtés $CM \equiv f$, & $CE \equiv c$, avec l'angle $CEM \equiv \phi$, on en tire

$$f : \sin \phi \equiv c : \sin EMm, \text{ d'où } \sin EMm \equiv \frac{c \sin \phi}{f},$$

& puisque $\sin \phi \equiv \phi - \frac{1}{6}\phi^3$ nous aurons:

$$\sin EMm \equiv \frac{c}{f} (\phi - \frac{1}{6}\phi^3),$$

& partant l'angle même:

$$EMm \equiv \frac{c}{f} (\phi - \frac{1}{6}\phi^3) + \frac{c^3}{6f^3} (\phi - \frac{1}{6}\phi^3)^3.$$

Donc, en négligeant les puissances de ϕ qui surpassent la troisieme:

$$EMm \equiv \frac{c}{f} \phi + \frac{c(cc - ff)}{6f^3} \phi^3,$$

d'où, si nous retranchons l'angle $CEM \equiv \phi$, il restera l'angle

$$ECM \equiv \frac{c-f}{f} \phi + \frac{c(cc - ff)}{6f^3} \phi^3.$$

10. Or EMm est l'angle d'incidence du rayon EM sur le verre & CMO l'angle de réfraction; donc puisque les sinus de ces deux



deux angles sont entr'eux comme n à 1, & que nous venons de trouver

$$\sin EMn = \frac{c}{f} (\phi - \frac{1}{6} \phi^3)$$

nous aurons:

$$\sin CMO = \frac{c}{nf} (\phi - \frac{1}{6} \phi^3)$$

& partant cet angle lui-même fera

$$CMO = \frac{c}{nf} \phi + \frac{c(cc - nnff)}{6n^3f^3} \phi^3.$$

$$\text{Otons cet angle de l'angle } ECM = \frac{c-f}{f} \phi + \frac{c(cc - ff)}{6f^3} \phi^3,$$

pour avoir l'angle

$$COM = \frac{(n-1)c-nf}{nf} \phi + \frac{c((n^3-1)cc - nn(n-1)ff)}{6n^3f^3} \phi^3.$$

De là le sinus de cet angle se trouvera:

$$\sin COM = \frac{(n-1)c-nf}{nf} \phi + \frac{3(n-1)c^3 + 3(n-1)^2ccf - 4n(n-1)cff + nnf^3}{6nnf^3} \phi^3,$$

& puisque $\sin COM : CM = \sin CMO : CO$, nous aurons

$$CO = \frac{CM \sin CMO}{\sin COM}, \text{ \& par conséquent:}$$

$$CO = \frac{\frac{c}{n} - \frac{c}{6n} \phi \phi}{\frac{(n-1)c-nf}{nf} + \frac{3(n-1)c^3 + 3(n-1)^2ccf - 4n(n-1)cff + nnf^3}{6nnf^3}} \phi \phi.$$

11. Or, parceque $\phi \phi$ est une quantité assez petite, cette expression se change en cette forme

CO



$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{cf}{6((n-1)c-nf)} \phi\phi - \frac{c(3(n-1)c^3 + 3(n-1)^2 ccf - 4n(n-1)cff + nnf^3)}{6nf((n-1)c-nf)^2} \phi\phi,$$

& par la réduction en celle-ci :

$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(cc+(n-1)cf-nff)}{2nf((n-1)c-nf)^2} \phi\phi, \text{ ou bien}$$

$$CO = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)(c-nf))^2} \phi\phi.$$

Ajoutons y AC = f, pour avoir

$$AO = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2} \phi\phi,$$

$$\& \text{l'angle AOM est} = \frac{(n-1)c-nf}{nf} \phi + \frac{c((n^3-1)cc-nn(n-1)ff)}{6n^3f^3} \phi^3.$$

12. Ayant ainsi trouvé le point O avec l'angle AOM, que fait le rayon une fois rompu avec l'axe, nous en déterminerons par une opération semblable le point G, où le rayon après les deux réfractions rencontrera l'axe.

13. Pour cet effet, posons la distance DO = e, & l'angle DON = ψ , le demi-diamètre de la face sphérique BM étant = g, & nous aurons $\sin \psi = \psi - \frac{1}{6}\psi^3$. Or la résolution du triangle DON donne: DN : $\sin \text{DON} = \text{DO} : \sin \text{ONn}$, & partant :

$$\sin \text{ONn} = \frac{e}{g} (\psi - \frac{1}{6}\psi^3),$$

d'où nous concluons l'angle même :

$$\text{ONn} = \frac{e}{g} \psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3} \psi^3,$$

Otons

Otons en l'angle DON = ψ pour avoir l'angle

$$ODn = \frac{e-g}{g} \psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3} \psi^3.$$

14. Or ONn = DNM est l'angle d'incidence à la seco .
de réfraction en N, & GNn l'angle de réfraction; d'où l'on tire

$$\sin ONn : \sin GNn = 1 : n \text{ ou } \sin GNn = n \sin ONn,$$

$$\text{donc: } \sin GNn = \frac{ne}{g} (\psi - \frac{1}{3} \psi^3,$$

& partant l'angle même:

$$GNn = \frac{ne}{g} \psi + \frac{ne(nnee-gg)}{6g^3} \psi^3.$$

$$\text{Otons de cet angle l'angle } ODN = \frac{e-g}{g} \psi + \frac{e(ee-gg)}{6g^3} \psi^3,$$

& le reste fera l'angle

$$DGN = \frac{(n-1)e+g}{g} \psi + \frac{e((n^3-1)ee-(n-1)gg)}{6g^3} \psi^3,$$

& son sinus

$$\sin DGN = \frac{(n-1)e+g}{g} \psi + \frac{3n(n-1)e^3-3(n-1)^2eeg-4(n-1)egg-g^3}{6g^3} \psi^3$$

$$15. \text{ Enfin le triangle DGN donne } DG = \frac{DN \sin GNn}{\sin DGN}, \text{ ou bien}$$

$$DG = \frac{ne\psi - \frac{1}{3}ne\psi^3}{\frac{(n-1)e+g}{g} \psi + \frac{3n(n-1)e^3-3(n-1)^2eeg-4(n-1)egg-g^3}{6g^3} \psi^3},$$

dont la valeur approchante est

$$DG = \frac{neg}{(n-1)e+g} - \frac{neg}{6((n-1)e+g)} \psi^2$$



$$= \frac{ne(3n(n-1)e^3 - 3(n-1)^2 eeg - 4(n-1)eeg + g^3)}{6g((n-1)e + g^2)} \psi^3,$$

qui se réduit à

$$DG = \frac{neg}{(n-1)e + g} - \frac{n(n-1)ee(e-g)(ne+g)}{2g((n-1)e + g)^2} \psi^3.$$

Otons en BD = g pour avoir

$$BG = \frac{g(e-g)}{(n-1)e + g} - \frac{n(n-1)ee(e-g)(ne+g)}{2g((n-1)e + g)^2} \psi^3,$$

& nous avons déjà trouvé l'angle

$$BGN = \frac{(n-1)e + g}{g} \psi + \frac{e((n^3-1)ee - (n-1)gg)}{6g^3} \psi^3.$$

16. Maintenant, nous n'avons qu'à mettre ici au lieu de e & ψ les valeurs que nous avons trouvées cy-dessus. Or, puisque $DO = e$, il s'ensuit $BO = e - g$ & $AO = d + e - g$, d'où

$$e = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} + g - d - \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2} \phi\phi, \text{ \&}$$

$$\psi = \frac{(n-1)c-nf}{nf} \phi + \frac{c((n^3-1)cc - nn(n-1)ff)}{6n^3f^3} \phi^3.$$

Mais posons pour abrégé $e = P - Q\phi\phi$, de sorte que

$$P = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} + g - d \text{ \& } Q = \frac{(n-1)cc(c-f)(c+nf)}{2nf((n-1)c-nf)^2},$$

& ces valeurs substituées, en négligeant les plus hautes puissances de ϕ , donneront

$$BG = \frac{g(P-g-Q\phi\phi)}{(n-1)P+g-(n-1)Q\phi\phi} - \frac{n(n-1)PP(P-g)(nP+g)((n-1)c-nf)^2}{2nnffg((n-1)P+g)^2} \phi\phi,$$

& développant le premier nombre :



$$BG = \frac{g(P-g)}{(n-1)P+g} - \frac{gQ}{(n-1)P-g} \phi\phi + \frac{(n-1)gQ(P-g)}{((n-1)P+g)^2} \phi\phi$$

$$- \frac{n(n-1)PP(P-g)(P+g)((n-1)c-nf)^2}{2nngg((n-1)P+g)^2} \phi\phi,$$

qui se réduit à cette forme :

$$BG = \frac{g(P-g)}{(n-1)P+g} - \frac{nggQ}{((n-1)P+g)^2} \phi\phi$$

$$- \frac{n(n-1)PP(P-g)(P+g)((n-1)c-nf)^2}{2nngg((n-1)P+g)^2} \phi\phi,$$

& n'ayant pas besoin de connoître l'angle BGN à ce degré de précision, nous aurons

$$BGN = \frac{((n-1)c-nf)((n-1)P+g)}{nfg} \phi.$$

17. Posons pour abréger $(n-1)c-nf = nh$, & nous aurons

$$P = \frac{f(c-f)+h(g-d)}{h}; Q = \frac{(n-1)cc(c-f)(c-h)}{2nufhh},$$

$$P-g = \frac{f(c-f)-dh}{h}; (n-1)P+g = \frac{ff+nh(f+g)-(n-1)dh}{h},$$

$$nP+g = \frac{cf+nfh+(n+1)gh-n dh}{h}; \text{ d'où l'on tirera }$$

$$BG = \frac{fg(c-f)-dgh}{ff+nh(f+g)-(n-1)dh} - \frac{(n-1)ccg(c-f)(c-h)}{2nf(ff+nh(f+g)-(n-1)dh)^2} \phi\phi$$

$$- \frac{n(n-1)(f(c-f)+h(g-d))^2(f(c-f)-dh)(cf+nfh+(n+1)gh-n dh)}{2ffg(ff+nh(f+g)-(n-1)dh)^2} \phi\phi.$$

Au lieu de c nous pouvons aussi introduire la distance $EA = a$, alors ayant $c = a + f$, il devient $(n-1)a-f = nh$, &



$$BG = \frac{afg - dgh}{(n-1)af + ngh - (n-1)dh} - \frac{(n-1)gg(a+f)^2(a+f-h)}{2nf((n-1)af + ngh - (n-1)dh)^2} \Phi\Phi$$

$$= \frac{n(n-1)(af+h(g-d))^2(af-dh)(naf + (n+1)gh - ndh)}{2ffg((n-1)af + ngh - (n-1)dh)^2} \Phi\Phi.$$

18. Posons l'angle Φ infiniment petit pour avoir dans la première figure le point F, où l'image formée par les rayons infiniment proches de l'axe se trouve, & nous aurons BF =

$$\frac{g(af - dh)}{(n-1)af + ngh - (n-1)dh}. \text{ Mais ayant } nh = (n-1)a - f,$$

cette valeur étant substituée donnera

$$BF = \frac{nafg + dfg - (n-1)adg}{n(n-1)a(f+g) - nfg + (n-1)df - (n-1)^2ad}.$$

Donc, si la distance EA = a du point lumineux est supposée infinie, BF sera la distance du foyer de ce verre, laquelle sera donc

$$= \frac{nfg - (n-1)dg}{n(n-1)(f+g) - (n-1)^2d} = \frac{g}{n-1} \cdot \frac{nf - (n-1)d}{nf + ng - (n-1)d}.$$

19. Puisque la distance BF peut être regardée comme connue, posons BF = a, de sorte que :

$$n(n-1)aa(f+g) - nafg + (n-1)adg - dfg = 0.$$

$$= (n-1)^2aad \quad -nafg + (n-1)adf.$$

Ayant alors pour nos formules trouvées cy-dessus §. 16. P = $\frac{g(a+g)}{g - (n-1)a}$, nous trouverons pour le point G la distance

$$BG = a - \frac{(n-1)a(a+f)^2(a+(n+1)f)(g-(n-1)a)^2}{2nffgg((n-1)a-f)^2} \Phi\Phi$$

$$= \frac{(n-1)a(a+g)^2(a+(n+1)g)((n-1)a-f)^2}{2nff(g-(n-1)a)^2} \Phi\Phi,$$

&



& l'angle EGN $= \frac{g((n-1)a-f)}{f(g-(n-1)a)} \Phi$, l'angle AEM étant $= \Phi$,

où il faut remarquer que ces formules ne renferment plus l'épaisseur du verre $AB = d$, celle-ci étant éliminée par le moyen de l'équation trouvée entre a, α, f, g & d , d'où l'on a

$$d = \frac{naf(g - (n-1)\alpha) - n\alpha a((n-1)a - f)}{((n-1)a - f)(g - (n-1)\alpha)}.$$

20. Or l'équation trouvée entre a, α, f, g & d , se réduit à cette forme :

$$((na + n\alpha + d)f - (n-1)a(n\alpha + d))((na + n\alpha + d)g - (n-1)\alpha(n\alpha + d)) = nn(n-1)^2 a\alpha a\alpha,$$

qui, à cause des facteurs, où les deux quantités f & g sont séparées, est fort commode pour trouver ces quantités f & g , les distances $AE = a$ & $BF = \alpha$, avec l'épaisseur $BA = d$, étant données.

21. Ces formules que je viens de trouver, renferment tout ce qui régarde la Dioptrique des verres sphériques. Mais je me borne ici principalement à chercher l'espace de diffusion FG, pour en déterminer ensuite la quantité de la confusion, dont la vision des objets en les regardant par de tels verres sera troublée. Mais, pour traiter cette manière plus distinctement, il sera bon de comprendre tous les articles qu'elle renferme dans les problèmes suivans.

PROBLEME I.

22. *Tant l'épaisseur du verre AB, que la distance EA du point lumineux avant le verre, & la distance de l'image principale BF derrière le verre étant données, déterminer la sphéricité des deux faces PAP & PBP du verre.*

Fig. 1.

SOLUTION.

Soit l'épaisseur du verre $AB = \alpha$, la distance du point lumineux E avant le verre $AE = a$, & que l'image principale, qui est



celle que forment les rayons, qui passent par le milieu du verre, doivent tomber au point F, la distance derrière le verre étant $BF = a$. Considérons maintenant le verre comme convexe de ses deux côtés, & soit le demi-diamètre de la courbure de la face antérieure $PAP = f$, & de la face postérieure $PBP = g$: ce sont donc ces deux quantités f & g , qu'il faut déterminer. Or, posant la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction de l'air dans le verre comme $n : 1$, les quantités f & g doivent être telles, que cette équation soit remplie:

$$((na + na + d)f - (n - 1)a(na + d))((na + na + d)g - (n - 1)a(na + d)) = nn(n - 1)^2 a a a a,$$

d'où l'on voit, que notre problème est indéterminé, & que les deux demi-diamètres f & g peuvent être déterminés d'une infinité de manières différentes. Pour donner donc une solution générale posons:

$$(na + na + d)f - (n - 1)a(na + d) = \frac{\mu}{v} n(n - 1)a a,$$

$$(na + na + d)g - (n - 1)a(na + d) = \frac{v}{\mu} n(n - 1)a a,$$

d'où nous tirons:

$$f = \frac{(n - 1)a(\mu na + vna + vd)}{v(na + na + d)} = \frac{(n - 1)a((\mu + v)na + vd)}{v(n(a + a) + d)},$$

$$g = \frac{(n - 1)a(vna + \mu na + \mu d)}{\mu(na + na + d)} = \frac{(n - 1)a((\mu + v)na + \mu d)}{\mu(n(a + a) + d)},$$

& puisqu'on peut prendre à volonté les nombres μ & v , ces formules fournissent une infinité de verres, qui satisferont à la question.

COROLLAIRE.

23. Puisqu'il s'agit ici uniquement du rapport des nombres μ & v , qui est arbitraire, rien n'empêche, que nous ne puissions poser $\mu + v = 1$, & les déterminations des rayons de courbure f & g deviendront plus simples:

$$f =$$

$$f = \frac{(n-1)a(na+vd)}{v(n(a+\alpha)+d)} \quad \& \quad g = \frac{(n-1)a(na+\mu d)}{\mu(n(a+\alpha)+d)}.$$

PROBLEME II.

24. *Ayant trouvé par le problème précédent tous les verres possibles, dont l'épaisseur est $AB = d$, qui représentent le point lumineux E par les rayons qui passent par le milieu du verre au point F, si l'on donne au verre une certaine ouverture MM, trouver l'espace de diffusion de l'image FG.*

SOLUTION.

Posant les distances $AE = a$, $BF = \alpha$, les rayons de courbure des deux faces du verre PAP, PBP doivent être tels, qu'il soit

$$f = \frac{(n-1)a(na+vd)}{v(n(a+\alpha)+d)} \quad \& \quad g = \frac{(n-1)a(na+\mu d)}{\mu(n(a+\alpha)+d)},$$

prenant pour μ & v des nombres quelconques qu'il soit $\mu + v = 1$, soit maintenant le demi-diamètre de l'ouverture du verre $AM = x$,

& posant l'angle $AEM = \Phi$, nous aurons $x = a\Phi$, ou $\Phi = \frac{x}{a}$.

Or, substituant pour f & g les valeurs trouvées, à cause de

$$a+f = \frac{na(na+va-\mu a+vd)}{v(n(a+\alpha)+d)}; \quad \alpha+g = \frac{n\alpha(na+\mu a-\nu a+\mu d)}{\mu(n(a+\alpha)+d)},$$

$$\begin{aligned} a+(n+1)f &= \frac{na(nna+va-\mu a+nv d)}{v(n(a+\alpha)+d)}; \quad \alpha+(n+1)g \\ &= \frac{n\alpha(nna+\mu a-\nu a+n\mu d)}{\mu(n(a+\alpha)+d)}, \end{aligned}$$

$$(n-1)a-f = \frac{n(n-1)a(v\alpha-\mu a)}{v(n(a+\alpha)+d)}; \quad g-(n-1)\alpha = \frac{n(n-1)\alpha(v\alpha-\mu a)}{\mu(n(a+\alpha)+d)},$$

nous obtiendrons :

$$BG = \alpha - \frac{na(x\alpha+va-\mu a+vd)^2(nna+va-\mu a+nv d)}{2(n-1)^2(n\alpha+vd)(na+\mu d)^2} \Phi\Phi$$



$$= \frac{na(na + \mu a - va + \mu t)^2 (nna + \mu a - va + \pi \mu t)}{2(n-1)^2 (na + \mu d)(na + vd)^2} \Phi \Phi,$$

qui étant plus petit, le point G tombera plus près du verre que le point F, & l'intervalle de diffusion sera :

$$FG = \frac{+na(na + vt)(na + va - \mu a + vt)^2 (nna + va - \mu a + vvd)}{+na(na + \mu t)(na + \mu a - vt + \mu t)^2 (nna + \mu a - va + \pi \mu t)} \Phi \Phi.$$

COROLLAIRE 1.

25. Puisque $\Phi = \frac{x}{a}$, l'espace de diffusion sera

$$FG = \frac{+na(na + vt)(na + va - \mu a + vt)^2 (nna + va - \mu a + vvd)}{+na(na + \mu t)(na + \mu a - vt + \mu t)^2 (nna + \mu a - va + \pi \mu t)} \cdot \frac{xx}{aa},$$

il est donc proportionnel au quarré du demi-diametre de l'ouverture du verre; & partant à l'ouverture même.

COROLLAIRE 2.

26. Si l'épaisseur du verre est si petite, qu'on la peut négliger sans une erreur sensible, il faut prendre

$$f = \frac{(n-1)aa}{v(n+a)} \text{ \& } g = \frac{(n-1)aa}{\mu(a+a)},$$

& l'espace de diffusion sera

$$FG = \frac{(na + vt - \mu a)^2 (nna + va - \mu a) + (na + \mu a - vt)^2 (nna + \mu a - va)}{2nn(n-1)^2 aa} \cdot \frac{xx}{aa},$$

prenant μ & v en sorte qu'il soit $\mu + v = 1$.

COROLLAIRE 3.

26. Pour réduire cette formule, posons $va - \mu a = t$, pour avoir :

FG



$$FG = \frac{(na + t)^2 (nna + t) + (na - t)^2 (nna - t)}{2nn(n-1)^2 na} \cdot \frac{xx}{aa},$$

qui se réduit à cette forme:

$$FG = \frac{(a + \alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha} (n^3 (aa - na + a\alpha) - n(2n+1)(a-\alpha)t + (n+2)tt),$$

& ensuite à celle-ci

$$FG = \frac{(a + \alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha} \left[\begin{aligned} &+ aa(n^3 - n(2n+1)v + (n+2)vv) \\ &- aa(n^3 - n(2n+1) + 2(n+2)\mu v) \\ &+ aa(n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu). \end{aligned} \right]$$

COROLLAIRE 4.

28. Enfin en général, quoique l'épaisseur du verre ne soit pas évanouissante, nous pourrions déterminer l'angle BGN, qui est

trouvé cy-dessus $= \frac{g((n-1)a-f)}{f(g-(n-1)\alpha)} - \phi$. Il sera donc,

après avoir substitué les valeurs assignées pour f & g :

$$BGN = \frac{na + \mu d}{na + v d} \cdot \frac{x}{a},$$

& au cas de $d = 0$, on aura $BGN = \frac{x}{a}$.

PROBLEME III.

29. L'épaisseur du verre étant négligée, déterminer entre tous les verres PP, qui représentent le point lumineux E, dans le même point F, celui, qui produit le moindre espace de diffusion FG.

SOLUTION.

Posant les distances AE $= a$, & BF $= \alpha$, les rayons des deux faces du verre doivent être pris tels, qu'il soit:

$$f = \frac{(n-1)a\alpha}{v(a+\alpha)} \quad \& \quad g = \frac{(n-1)a\alpha}{\mu(a+\alpha)},$$



où les nombres μ & ν sont arbitraires pourvu qu'il soit $\mu + \nu = 1$. Il s'agit donc de trouver les valeurs de ces deux nombres, afin que l'espace de diffusion FO devienne le plus petit, pendant qu'on donne au verre la même ouverture. Soit donc le demi-diamètre de l'ouverture $AM = x$, & posant $\nu a - \mu a = t$, l'espace de diffusion est trouvé :

$$FG = \frac{(a+x)xx}{2n(n-1)^2 a^3} (n^3(aa - aa + aa) - n(2n+1)(a-a)(t+(n+2)tt),$$

où la seule quantité t renferme les nombres μ & ν . Cherchons donc la valeur de t , pour que cette expression $n^3(aa - aa + aa) - n(2n+1)(a-a)t + (n+2)tt$, devienne la plus petite, ce qui arrive en prenant $t = \frac{n(2n+1)(a-a)}{2(n+2)}$: & alors cette quantité sera

$$n^3(aa - aa + aa) - \frac{nn(2n+1)^2(a-a)^2}{4(n+2)},$$

qui se réduit à

$$\frac{nn}{4(n+2)} ((4n-1)aa + 2(2nn+1)na + (4n-1)aa),$$

ou bien à cette forme

$$\frac{nn}{4(n+2)} ((4n-1)(a+x)^2 + 4(n-1)^2 na).$$

Donc le plus petit espace de diffusion sera

$$FG = \frac{n(a+x)xx}{8(n+2)(n-1)^2 a^3} ((4n-1)(a+x)^2 + 4(n-1)^2 na).$$

Or, pour trouver les nombres μ & ν , puisque $t = \nu a - \mu a$, nous aurons :

$$n(2n+1)a - n(2n+1)a = 2(n+2)\nu a - 2(n+2)\mu a.$$

Mais, à cause de $\nu = 1 - \mu$, il s'ensuit

$$\mu =$$



$$\mu = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(a+a)} \&$$

$$\nu = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(a+a)},$$

& de là les rayons des deux faces du verre seront

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)aa}{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a},$$

$$g = \frac{2(n-1)(n+2)aa}{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a}.$$

COROLLAIRE 1.

30. Si la distance du point lumineux E est infinie, pour avoir le moindre espace de diffusion, il faut prendre

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)a}{n(2n+1)} \& g = \frac{2(n-1)(n+2)a}{4+n-2nn},$$

& partant le rapport des rayons des deux faces du verre sera

$$f : g = 4 + n - 2nn : n(2n+1),$$

& l'espace de diffusion sera alors $= \frac{n(n-1)}{8(n+2)(n-1)^2} \cdot \frac{xx}{a}.$

COROLLAIRE 2.

31. Si nous supposons avec M. Huygens la raison de réfraction de l'air dans le verre $n : 1$ comme $3 : 2$, nous aurons comme lui pour le cas, où le point lumineux est éloigné à l'infini, $f : g = 1 : 6$. Mais, puisqu'il est plus exactement $n : 1 = 31 : 20$, le rapport entre f & g sera $f : g = 146 : 1271 = 1 : 8\frac{1}{4}\frac{3}{8}.$

SCHOLION.

32. Ayant déterminé les verres qu'il faut employer, pour que le point lumineux E, dont la distance au verre est $EA = a$, soit représenté à la distance $BF = a$, en négligeant l'épaisseur du



verre, le §. 18 nous fournit cette égalité $a = \frac{afg}{(n-1)a(f+g)-fg}$.
 Donc, en posant la distance de l'objet $EA = a$ infinie, la distance
 du foyer de ces verres sera $= \frac{fg}{(n-1)(f+g)}$: or les rayons
 des faces f & g , doivent être tellement déterminés par les distances
 données a & α , qu'il soit $(n-1)aa(f+g) = (a+\alpha)fg$,
 de sorte que $\frac{fg}{f+g} = \frac{(n-1)aa}{a+\alpha}$. Par conséquent la distan-
 ce de foyer de ces verres sera $= \frac{aa}{a+\alpha}$, ou pour que le point lu-
 mineux E soit représenté en F , il faut employer un verre dont la dis-
 tance de foyer soit $= \frac{aa}{a+\alpha}$. Donc, si nous posons la distance de
 foyer $= p$, nous aurons $p = \frac{aa}{a+\alpha}$, ou $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$:
 & la distance de foyer du verre PP étant $= p$, si le point lumineux
 E se trouve devant le verre à la distance $AE = a$, son image sera
 présentée derrière le verre en F , à la distance $BF = \frac{ap}{a+p}$. En-
 suite, pour que la distance de foyer du verre devienne $= p$,
 les rayons de ses faces doivent être pris en sorte qu'il soit $f = \frac{(n-1)p}{\mu}$
 & $g = \frac{(n-1)p}{\nu}$, prenant $\mu + \nu = 1$, & alors l'espace de dif-
 fusion produit par le verre, dont le demi-diamètre de l'ouverture est
 $AM = x$, sera

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{1}{2n(n-1)^2 aa} \left\{ \begin{array}{l} + aa(n^3 - n(2n+1)v + (n+2)vv) \\ - aa(n^3 - n(2n+1) + (n+2)\mu v) \\ + aa(\mu^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu) \end{array} \right.$$

Et si l'on prend:

$$\mu = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(n+a)} \text{ \& } v = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(a+a)},$$

pour avoir le plus petit espace de diffusion, cet espace sera alors

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{n}{8(n+2)(n-1)^2 aa} ((4n-1)(a+a)^2 + 4(n-1)^2 aa),$$

d'où l'on voit que cet espace FG, soit qu'il soit le plus petit ou non, est toujours un multiple de $\frac{xx}{p}$: & partant, pour abréger, dans la suite

je poserai $FG = \frac{xx}{p} A$. De même manière, si l'on emploie un au-

tre verre, dont la distance de foyer soit $= q$, la distance du point lumineux devant lui $= b$, celle de l'image présentée derrière lui

$= \mathfrak{b}$, de sorte que $q = \frac{b\mathfrak{b}}{b + \mathfrak{b}}$, & que le demi-diamètre de l'ou-

verture soit $= y$, je marquerai l'espace de diffusion par $\frac{yy}{q}$. B: où

B dépend de la même manière des distances b & $\mathfrak{b}$ & des faces du verre, comme il a été enseigné par rapport à A.

PROBLEME IV.

33. *L'espace de diffusion FG étant donné, lorsqu'un œil regarde l'image répandue par cet espace à une distance FO, où il voit distinctement les objets, déterminer la confusion dont la vision sera troublée.*

Fig. 3.



SOLUTION.

Soit l'espace de diffusion $FG = s$, & F le point où l'image formée par les rayons qui passent par le milieu de quelque verre, sera représentée, & G le lieu de l'image formée par les rayons qui passent par les bords du verre, & qui coupent l'axe GO sous un certain angle, qui soit $= \omega$. Que l'œil se trouve maintenant en O , & soit la distance $OF = l$, à laquelle l'œil voit distinctement les objets: or nous pouvons regarder l'œil comme une petite chambre obscure, formée d'un petit verre convexe oOo , dont la distance de foyer soit $= v$. L'image F sera donc représentée en f , de sorte que $Of =$

$$\frac{lv}{l-v}, \text{ mais l'image } G \text{ renvoyant dans l'œil les rayons } Go, Go,$$

supposé que la pupille soit assez large pour les recevoir, l'intervalle Oo sera $= (l + s) \omega$, & l'image G sera représentée en g , de sorte que $Og = \frac{(l + s)v}{l + s - v}$, & partant $fg = \frac{svv}{(l-v)(l+s-v)}$.

Donc, si la rétine se trouvoit en f , l'image de Gy seroit représentée par un cercle dont le rayon $f\phi = \frac{Oo \cdot fg}{OG} = \frac{s\omega v}{l-v}$. Mais, si la

rétine étoit entre les points f & g , ce rayon $f\phi$ deviendrait plus petit,

& évanouiroit même, si elle étoit en g ; mais alors des images moyennes entre F & Gy seroient exprimées par des cercles, & en cherchant le point entre f & g , où la rétine recevrait le moindre cercle, on

trouve que le rayon de ce cercle sera $= \frac{s\omega v}{4l}$, où je néglige v par rapport à la distance l . Posant donc $v = 1$ pouce, le rayon de ce

cercle sera $= \frac{s\omega}{4l}$ pouce. Nous pourrions donc prendre le rayon

de ce cercle pour la juste mesure de la confusion qui résulte de l'espace de diffusion $FG = s$, avec l'obliquité des rayons qui forment le



le point G, laquelle est supposée $\equiv \omega$. Or on suppose communément la distance l infiniment grande, ce que je ferai aussi dans la suite pour la commodité du calcul; mais de là il ne faut pas conclure, que la quantité de la confusion $\frac{s\omega}{4l}$ se réduise à rien, car nous verrons bientôt, que dans ce cas la quantité s devient aussi infiniment grande, de sorte que $\frac{s\omega}{4l}$, ne laisse pas d'être une quantité finie.

COROLLAIRE.

34. Si l'ouverture de la pupille étoit moindre que la base du cône lumineux oGo , il n'y entreroit aucun rayon du point G, & la confusion seroit causée par les points de l'espace FG, plus proches du point F; la confusion seroit donc alors moindre.

PROBLEME V.

35. Si l'on regarde par un seul verre PP un objet E, déterminer la confusion causée par l'ouverture du verre.

SOLUTION.

Soit la distance de foyer du verre PP $\equiv p$, le rayon de la face antérieure PAP $\equiv f$, de la postérieure PBP $\equiv g$, & prenant $n \equiv \frac{3}{2}$, & les nombres μ & ν à volonté, qu'il soit $\mu + \nu \equiv 1$,

on doit prendre en négligeant l'épaisseur du verre $f \equiv \frac{(n-1)p}{\nu}$
 $\equiv \frac{11p}{20\nu}$ & $g \equiv \frac{(n-1)p}{\mu} \equiv \frac{11p}{20\mu}$. Soit maintenant la distance

de l'objet AE $\equiv a$, & que son image formée par les rayons qui passent par le milieu du verre, tombe en F, posant la distance BF $\equiv \alpha$,

& on aura $\alpha \equiv \frac{ap}{a-p}$. Mais, en quelque point de l'axe O que

l'oeil se trouve, il faut que la distance OF soit infinie, & partant $\alpha \equiv$



$a = \infty$ & $a = p$, dont la distance de l'objet $EA = a$ doit être égale à la distance de foyer du verre p . Posons à présent le demi-diamètre de l'ouverture du verre $AM = x$, & mettons pour abréger

$$\frac{n^3 - n(2n + 1)\mu + (n + 2)\mu\mu}{2n(n - 1)^2} = M,$$

$$\frac{n^3 - n(2n + 1)v + (n + 2)v v}{2n(n - 1)^2} = N,$$

$$\frac{n^3 - n(2n + 1) + 2(n + 2)\mu v}{2n(n - 1)^2} = L,$$

l'espace de diffusion sera :

$$FG = \frac{xx}{p} \cdot \frac{1}{aa} (Naa - Laa + Ma a),$$

ou à cause de $a = \infty$, nous aurons $FG = s = \frac{xx}{p} \cdot \frac{Ma a}{aa}$,

ensuite l'angle de l'obliquité des rayons au point G étant $= \frac{x}{a} = \omega$,

& la distance BO finie, on aura $l = -a$, ou $l = a$, puisque le

signe ne fait rien dans la mesure de la confusion $\frac{s\omega}{4l}$, la confusion sera

$$= \frac{x^3}{p} \cdot \frac{M}{4aa}, \text{ \& à cause de } a = p, \text{ elle sera } = \frac{1}{4} M \cdot \frac{x^3}{p^3}.$$

COROLLAIRE 1.

36. C'est le cas des microscopes simples : & l'on voit, que pour que la confusion devienne également insensible, les verres étant semblables, il faut que les demi-diamètres de leurs ouvertures soient proportionnels à leurs distances de foyer.

COROLLAIRE 2.

37. Puisque $n = \frac{3}{2} = 1,55$, nous aurons :

$$M =$$



$$M = 3,971075 - 6,776960 \mu + 3,785658 \mu^2,$$

$$N = 3,971075 - 6,776860 \nu + 3,785658 \nu^2,$$

$$L = 3,971075 - 6,776860 + 7,571316 \mu \nu.$$

Donc, si le verre est plano-convexe, & qu'il tourne sa face plane vers l'objet, on aura $\nu = 0$, $\mu = 1$, donc $M = 0,979873$, & la confusion $= 0,244968 \cdot \frac{x^3}{p^3}$. Mais, s'il tournoit sa convexité vers l'objet, à cause de $\mu = 0$ & $\nu = 1$, il seroit $M = 3,971075$, & la confusion $= 0,992769 \cdot \frac{x^3}{p^3}$, seroit plus de 4 fois plus grande que dans le cas précédent.

COROLLAIRE 3.

38. Si l'on faisoit le verre également convexe de part & d'autre, ce qui arrive en prenant $\mu = \nu = \frac{1}{2}$, on auroit $M = 1,529064$, & la confusion seroit $= 0,382266 \cdot \frac{x^3}{p^3}$; elle tiendrait donc un certain milieu entre les deux cas précédens, & seroit à la première confusion comme 3 à 2 à peu près.

COROLLAIRE 4.

39. Mais, pour que la confusion devienne la plus petite pour la même ouverture du verre, il faut prendre $\mu = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)} = 0,895070$ & $\nu = 0,104930$, d'où résulte $M = 0,938192$, & la plus petite confusion sera $= 0,234548 \cdot \frac{x^3}{p^3}$.

PROBLEME VI.

40. *L'espace de diffusion FG avec l'obliquité des rayons en G étant donné, on se pr un verre quelconque, s'il se trouve en B un autre*

Fig. 4.



ere verre QBQ , trouver l'espace de diffusion Hh , que cet autre verre produira.

SOLUTION.

Soit l'espace de diffusion $FG = s$, & l'obliquité des rayons en G , ou l'angle $BGM = \omega$, ensuite la distance $BF = b$, par rapport à laquelle l'espace $FG = s$ peut être considéré comme fort petit: soit de plus la distance de foyer du verre $QQ = q$, & l'image du point F sera représentée en H , enforte que $bH = \frac{bq}{b-q}$, qui soit $= \xi$, & partant $q = \frac{b\xi}{b+\xi}$. C'est donc de ces deux distances b & ξ , que le verre peut être déterminé d'une infinité de manières, comme je l'ai fait voir cy-dessus. Maintenant, si le point G jetoit des rayons qui passassent par le milieu du verre, ils présenteroient son image en η , de sorte que $H\eta = \frac{\xi\xi}{bb} \cdot s$; mais les rayons qui partent du point G , étant obliques, passeront par le verre au point M , de sorte que $BM = b\omega$, ce qui tient lieu du demi-diamètre de l'ouverture du verre: & à cause de cela l'image du point sera représentée en h , & on aura:

$$\eta h = \frac{bb\omega\omega}{q} \cdot \frac{1}{bb} (Nbb - \xi b\xi + M\xi\xi),$$

& l'obliquité des rayons en h sera $= \frac{b\omega}{\xi}$. Donc l'espace de diffusion tout entier sera:

$$Hh = \frac{\xi\xi}{bb} \cdot FG + \frac{\omega\omega}{q} (Nbb - \xi b\xi + M\xi\xi).$$

COROLLAIRE.

41. Si un oeil placé en O regardoit cette image diffuse Hh ; premierement il faudroit que la distance $bH = \xi$ fut infinie, & ensuite la quantité de confusion seroit

$l\omega$



$$\frac{b\omega}{\mathfrak{C}} \cdot Hh \cdot \frac{1}{4l} = \frac{b\omega}{4\mathfrak{C}^2} \cdot Hh, \text{ à cause de } l = \mathfrak{C}.$$

Cette confusion seroit donc, puisque $\mathfrak{C} = \omega$,

$$\frac{\omega}{4b} \cdot FG + \frac{b\omega^2}{4q} \cdot M = \frac{\omega}{4b} \cdot FG + \frac{1}{4}M \cdot \frac{b\omega^3}{q}.$$

PROBLEME VII.

42. Si l'on regarde par deux verres PP & QQ, placés sur le même axe à la distance AB, un objet E, déterminer la confusion qui sera causée par l'ouverture des verres,

SOLUTION.

Que les rayons, qui passent par le milieu des verres, présentent l'objet par le premier verre PP en F, & ensuite par le second verre en G. Qu'on pose les distances:

EA = a , AF = α , FB = b , & BG = $\mathfrak{C}$, donc AB = $a + b$, soit de plus la distance de foyer du verre PP = p , & du verre QQ = q , & on aura $p = \frac{aa}{a + \alpha}$ & $q = \frac{b\mathfrak{C}}{b + \mathfrak{C}}$. Posons outre

cela le demi-diametre de l'ouverture du verre PP = x , & du verre QQ = η : supposons maintenant que les faces des verres soient déterminées des distances a , α & b , $\mathfrak{C}$, par les nombres μ & ν , comme il est enseigné cy-dessus; & le verre PP produira l'espace de diffusion:

$$Ff = \frac{xx}{aap} (Naa - \mathfrak{L}a\alpha + Ma\alpha),$$

& l'obliquité des rayons en f sera = $\frac{x}{a}$. Maintenant, par le problème précédent, le second verre QQ produira l'espace de diffusion

$$Gg = \frac{\mathfrak{C}^2}{bb} \cdot Ff + \frac{xx}{\alpha\alpha q} (N'bb - \mathfrak{L}'b\mathfrak{C} + M'\mathfrak{C}^2),$$



à cause de $\omega = \frac{x}{a}$, pourvu qu'il soit $\eta > \frac{bx}{a}$. J'ajoute ici aux lettres N, L, M de petites barres, pour les distinguer de celles qui conviennent au verre PP: car, puisque les nombres μ & ν peuvent être différents dans les deux verres, cette distinction est nécessaire.

Maintenant, pour que l'œil placé en O regarde son objet comme éloigné à l'infini, il faut qu'il soit $\beta = \infty$, & alors la confusion

$$\text{fera} = \frac{bx}{4a\beta\beta}. Gg = \frac{x}{4ab}. Ff + \frac{1}{4}M'. \frac{bx^3}{a^3q},$$

où il faut remarquer qu'à cause de $\beta = \infty$, il y a $b = q$.

Donc la quantité de confusion cherchée est:

$$\frac{x^3}{4naabp} (Naa - Laa + Ma a) + \frac{1}{4}M'. \frac{x^3}{a^3}, \text{ ou bien}$$

$$\frac{x^3}{4a} \left(\frac{Naa - Laa + Ma a}{aabp} + \frac{M'}{aa} \right).$$

COROLLAIRE I.

43. Si les verres ont la forme qui leur convient, pour que chacun produise le moindre espace de diffusion, il faut en substituant pour n sa valeur $\frac{1}{2}$, qu'il soit

pour le verre PP le rayon de sa face

$$\text{antérieure} = \frac{na}{1,62740a + 0,19078a}, \text{ \& de la}$$

$$\text{postérieure} = \frac{na}{1,62740a + 0,19078a};$$

pour le verre QQ le rayon de sa face

$$\text{antérieure} = \frac{b\epsilon}{1,62740b + 0,19078\epsilon}, \text{ \& de la}$$



$$\text{postérieure} = \frac{l\beta}{1,62740 \beta + 0,19078 b}$$

COROLLAIRE 2.

44. Or, donnant aux verres cette forme qui leur est la plus propre, l'espace de diffusion produit par le verre PP est

$$Ff = \frac{xx}{aap} (0,93819 (a + a)^2 + 0,21831 aa), \text{ ou bien}$$

$$Ff = \frac{xx}{aap} \cdot 0,93819 ((a + a)^2 + 0,23269 aa).$$

Nous n'aurons donc qu'à mettre au lieu de $Naa - \mathcal{E}aa + Maa$ cette valeur $0,93819 ((a + a)^2 + 0,23269 aa)$, de sorte que :

$$M = N = 0,93819 \quad \& \quad \mathcal{E} = 2,09469.$$

COROLLAIRE 3.

45. Dans notre cas donc la confusion sera

$$\frac{0,23455 x^3}{a} \left(\frac{(a + a)^2 + 0,23269 aa}{aap} + \frac{1}{aa} \right),$$

quand on donne aux deux verres la figure marquée, qui produit le moindre espace de diffusion. Et alors la confusion causée dans la vision sera aussi la plus petite.

COROLLAIRE 4.

46. En général donc, si un verre QQ, dont la distance de foyer est $= q$, représente un objet qui se trouve devant lui à la distance $= b$, à une distance derrière lui qui est $= \mathcal{E}$, de sorte

que $q = \frac{l\mathcal{E}}{b + \mathcal{E}}$, & que les faces du verre soient prises comme

dans le coroll. 3. le demi-diamètre de son ouverture étant $= \eta$, l'espace de diffusion sera :



$$\frac{0,93819 \, \eta\eta}{bbq} ((b + \beta)^2 + 0,23269 \, b\beta).$$

SCHOLIE.

47. Puisque je ne considérerai dans la suite que des verres qui produisent déjà le moindre espace de diffusion, ces deux nombres 0,93819 & 0,23269 se rencontreront toujours, je mettrai pour abrégé μ pour le premier, & ν pour l'autre, n'ayant plus besoin de ces deux lettres pour marquer généralement les faces des verres. Ainsi, dans le cas du dernier corollaire, l'espace de diffusion sera =

$$\frac{\mu \, \eta\eta}{bbq} ((b + \beta)^2 + \nu b\beta), \text{ posant toujours } \mu = 0,93819 \text{ \&}$$

$\nu = 0,23269$: pourvu que les faces de ce verre soient formées suivant les formules données (43).

PROBLEME VIII.

Planche VI.

Fig. 6.

48. Si l'on regarde un objet E par trois verres PP, QQ & RR, rangés sur le même axe, déterminer la confusion causée par leur ouverture.

SOLUTION.

Que les rayons qui passent par le milieu des verres, représentent successivement l'image de l'objet en F, G & H, & qu'on nomme les distances:

$EA = a$, $AF = \alpha$; $FB = b$; $BG = \beta$; $GC = c$; & $CH = \gamma$; & les distances des verres seront $AB = \alpha + b$ & $BC = \beta + c$. Soient aussi p, q, r les distances de foyers des trois verres, & on aura

$$p = \frac{\alpha a}{\alpha + a}; \quad q = \frac{b \beta}{b + \beta}; \quad r = \frac{c \gamma}{c + \gamma}.$$

Je suppose de plus ces verres formés en sorte, que posant pour abrégé les nombres

$$1,62740 = \sigma \text{ \& } 0,19078 = \tau,$$

les



les rayons des faces soient :

Rayon de la face	Pour le verre PP	Pour le verre QQ	Pour le verre RR
antérieure =	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$	$\frac{b\epsilon}{\sigma b + \tau \epsilon}$	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$
postérieure =	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$	$\frac{b\epsilon}{\sigma \epsilon - \tau b}$	$\frac{c\gamma}{\sigma \gamma + \tau c}$

Cela posé, soit le demi-diamètre de l'ouverture du verre PP = x , & l'espace de diffusion causé par le premier verre sera : $Ff = \frac{\mu x x}{a a p} ((a + a)^2 + v a a)$, & l'obliquité des rayons en $f = \frac{x}{a}$. De là ils'en-suit que l'espace de diffusion produit par le second verre QQ sera

$$Gg = \frac{\epsilon \epsilon}{b b} \cdot Ff + \frac{\mu x x}{a a q} ((b + \epsilon)^2 + v b \epsilon),$$

& l'obliquité des rayons en $g = \frac{b x}{a \epsilon}$. De la même manière nous concluons l'espace de diffusion produit par le troisième verre RR,

$$Hh = \frac{\gamma \gamma}{c c} \cdot Gg + \frac{\mu b b x x}{a a \epsilon \epsilon v} ((c + \gamma)^2 + v c \gamma).$$

Maintenant pour procurer à l'oeil placé en O une vision juste il faut qu'il soit $\gamma = \infty$ & $l = \infty$, d'où la confusion causée dans la vi-

sion sera $= \frac{b c x}{4 a \epsilon \gamma \gamma} \cdot Hh$. Or, substituant les valeurs de Gg & Ff , nous aurons

$$\begin{aligned} Hh = & \frac{\mu \beta \beta \gamma \gamma x x}{a a b b c c p} ((a + a)^2 + v a a) + \frac{\mu \gamma \gamma x x}{a a c c q} ((b + \epsilon)^2 + v b \epsilon) \\ & + \frac{\mu b b x x}{a a \beta \beta r} ((c + \gamma)^2 + v c \gamma), \end{aligned}$$

d'où



d'où l'on obtient à cause de $\gamma = \infty$ la confusion cherchée

$$\frac{\mu b c x^3}{4 a \beta} \left(\frac{b^2 (a + \alpha)^2 + \nu n \alpha}{a a b b c c p} + \frac{(b + \beta)^2 + \nu b \beta}{a \alpha c c q} + \frac{b b}{a \alpha \beta \beta r} \right),$$

mais il faut pour cela qu'il soit :

$$\text{le demi-diametre de l'ouverture} \begin{cases} \text{du verre } QQ > \frac{b x}{a}, \\ \text{du verre } RR > \frac{b c x}{a \beta}, \end{cases}$$

puisque, sans cette condition, les rayons qui passent par les bords du premier verre PP, ne seroient pas transmis par les deux autres verres.

COROLLAIRE 1.

49. S'il n'y avoit que les deux verres PP & QQ, nous avons trouvé dans le probleme précédent, que la confusion seroit

$$\frac{\mu b x^3}{4 a} \left(\frac{(a + \alpha)^2 + \nu n \alpha}{a a b b p} + \frac{1}{a \alpha q} \right),$$

& cette forme peut mieux être comparée avec celle que nous venons de trouver pour trois verres, & que nous trouverons pour plusieurs.

COROLLAIRE 2.

50. Puisque la vision juste exige, qu'il soit $\gamma = \infty$, il y aura $r = e$, tout comme il doit y avoir dans le cas de deux verres $q = b$, & dans le cas d'un seul verre $p = a$; or, dans le cas d'un seul verre, la confusion est $= \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{1}{a a p}$.

PROBLEME IX.

Fig. 7.

51. Si l'on regarde un objet E par quatre verres PP, QQ, RR & SS, rangés sur le même axe EO, déterminer la confusion causée par l'ouverture des verres.



SOLUTION.

Que les rayons qui passent par le milieu des verres représentent successivement l'image de l'objet en F, G, H & I, & qu'on nomme les distances

$EA = a; AF = \alpha; FB = b; BG = \beta; GC = c; CH = \gamma; HD = d; \& DI = \delta$,
& les intervalles entre les verres seront

$$AB = \alpha + b; BC = \beta + c; CD = \gamma + d.$$

Soient aussi p, q, r, s les distances de foyer de nos quatre verres, & on aura :

$$p = \frac{\alpha a}{a + \alpha}; q = \frac{\beta \beta}{b + \beta}; r = \frac{c \gamma}{c + \gamma}; \& s = \frac{d \delta}{d + \delta}.$$

Je suppose ces verres formés selon la règle prescrite cy-dessus de sorte qu'il y ait :

Pour le verre	le rayon de la face antérieure	le rayon de la face postérieure
le premier PP	$\frac{\alpha a}{\sigma a + \tau \alpha}$	$\frac{\alpha a}{\sigma a + \tau \alpha}$
le second QQ	$\frac{\beta \beta}{\sigma b + \tau \beta}$	$\frac{\beta \beta}{\sigma b + \tau \beta}$
le troisième RR	$\frac{c \gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$	$\frac{c \gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$
le quatrième SS	$\frac{d \delta}{\sigma d + \tau \delta}$	$\frac{d \delta}{\sigma d + \tau \delta}$

posant $\sigma = 1,62740$ & $\tau = 0,19078$.

Maintenant, pour trouver les espaces de diffusion, nous pourrions d'abord commencer par le troisième Hh, qui a été trouvé dans le problème précédent



$$Hh = \mu x x \left(\frac{\xi \xi \gamma \gamma ((a+\alpha)^2 + v a \alpha)}{a a b b c c p} + \frac{\gamma \gamma (b+\xi)^2 + v b \xi}{a a c c q} + \frac{b b (c+\gamma)^2 + v c \gamma}{a a v b r} \right),$$

& l'obliquité en h étant $= \frac{b c x}{a \xi \gamma}$, l'espace quatrieme de diffusion sera

$$Ii = \frac{\delta \delta}{d d} Hh + \frac{\mu b b c c x x}{a a \xi \xi \gamma \gamma s} ((d+\delta)^2 + v d \delta).$$

Or, prenant $\delta = \infty$ en quelqu'endroit de l'axe O, derriere le verre SS, que se trouve l'oeil, la confusion causée dans la vision sera

$$= \frac{b c d x}{4 a \xi \gamma \delta \delta}. \text{ Ii: cette confusion sera donc}$$

$$\frac{\mu b c d x^3}{4 a \xi \gamma} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\xi \xi \gamma \gamma ((a+\alpha)^2 + v a \alpha)}{a a b b c c d d p} + \frac{\gamma \gamma ((b+\xi)^2 + v b \xi)}{a a c c d d q} \\ + \frac{b b ((c+\gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \xi \xi d d r} + \frac{b b c c}{a a \xi \xi \gamma \gamma s} \end{array} \right\},$$

pourvu qu'il soit comme je suppose

$$\text{le demi-diametre de l'ouverture} \left\{ \begin{array}{l} \text{du verre QQ} > \frac{b x}{a}, \\ \text{du verre RR} > \frac{b c x}{a \xi}, \\ \text{du verre SS} > \frac{b c d x}{a \xi \gamma}. \end{array} \right.$$

Et puisque $\delta = \infty$, il y aura $s = d$.

Or pour le probleme suivant nous aurons l'espace de diffusion

$$Ii = \mu x x \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\xi \xi \gamma \gamma \delta \delta ((a+\alpha)^2 + v a \alpha)}{a a b b c c d d p} + \frac{\gamma \gamma \delta \delta ((b+\xi)^2 + v b \xi)}{a a c c d d q} \\ + \frac{b b \delta \delta ((c+\gamma)^2 + v c \gamma)}{a a b b d d r} + \frac{b b c c ((d+\delta)^2 + v d \delta)}{a a \xi \xi \gamma \gamma s} \end{array} \right\}.$$



PROBLEME X.

52. Si l'on regarde un objet E par 5 verres PP, QQ, RR, SS & TT rangés sur le même axe EO, déterminer la confusion causée par l'ouverture de ces verres.

Fig. 2.

SOLUTION.

Que les rayons qui passent par le milieu des verres, représentent successivement l'image de l'objet dans les points F, G, H, I & K, & qu'on nomme les distances

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d; IE = e,$$

$$AF = \alpha; BG = \beta; CH = \gamma; DI = \delta; EK = \epsilon.$$

Soient aussi p, q, r, s, t les distances de foyer de ces cinq verres de sorte que

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; q = \frac{b\beta}{b+\beta}; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; s = \frac{d\delta}{d+\delta}; t = \frac{e\epsilon}{e+\epsilon},$$

& si nous supposons que les faces de chaque verre soient formées selon nos formules trouvées pour qu'elles produisent le moindre espace de diffusion, nous déterminerons aisément la confusion dont la vision sera troublée. Pour cet effet la distance ϵ doit être infinie, & partant $t = e$; & alors la confusion causée dans la vision sera:

$$\frac{pbcdex^3}{4a\beta\gamma\delta} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\epsilon\gamma\gamma\delta\delta((a+\alpha)^2 + v\alpha a)}{aabbccddecp}, \\ + \frac{\gamma\gamma\delta\delta((b+\beta)^2 + v\beta\beta)}{aaccddeeq}, \\ + \frac{bb\delta\delta((c+\gamma)^2 + v\gamma\gamma)}{a\alpha\beta\epsilon d d e e r}, \\ + \frac{bbcc(d+\delta)^2 + v d \delta}{a\alpha\beta\epsilon\gamma\gamma e e s}, \\ + \frac{bbccdd}{a\alpha\beta\epsilon\gamma\gamma\delta\delta t}, \end{array} \right.$$

S 2

pour-



pourvu que ces conditions aient lieu, que

$$\left. \begin{array}{l} \text{le demi-diamètre de l'ouverture} \\ \text{du verre } QQ > \frac{bx}{a}, \\ \text{du verre } RR > \frac{bcx}{a\epsilon}, \\ \text{du verre } SS > \frac{bcdx}{a\epsilon\gamma}, \\ \text{du verre } TT > \frac{bcdex}{a\epsilon\gamma\delta}. \end{array} \right\}$$

CONCLUSIONS.

§ 3. Donc, si le nombre des verres est quelconque, on aura les distances de foyer p, q, r, s, t, u &c. puisque chacune est déterminée par la distance de l'image, dont ce verre reçoit les rayons, & par la distance de l'image qui est présentée par ce verre, savoir ces distances étant

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d; IE = e \text{ \&c.}$$

$$AF = \alpha; BG = \epsilon; CH = \gamma; DI = \delta; EK = \epsilon \text{ \&c.}$$

les distances de foyer seront

$$p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}; q = \frac{b\epsilon}{b + \epsilon}; r = \frac{c\gamma}{c + \gamma}; s = \frac{d\delta}{d + \delta}; t = \frac{e\epsilon}{e + \epsilon} \text{ \&c.}$$

& les intervalles entre les verres

$$AB = a + b; BC = \epsilon + c; CD = \gamma + d; DE = \delta + e \text{ \&c.}$$

Or, pour les faces de chaque verre, je suppose qu'elles sont formées en sorte qu'elles produisent le moindre espace de diffusion. Ainsi, posant $\sigma = 1,52740$ & $\tau = 0,19078$, les verres doivent être construits en sorte.

Pour



Pour le	Rayon de la face	
	antérieure	postérieure
premier verre PP	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$	$\frac{aa}{\sigma \tau + \tau a}$
second verre QQ	$\frac{b\beta}{\sigma b + \tau \beta}$	$\frac{b\beta}{\sigma \beta + \tau b}$
troisième verre RR	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$	$\frac{c\gamma}{\sigma \gamma + \tau c}$
quatrième verre SS	$\frac{d\delta}{\sigma d + \tau \delta}$	$\frac{d\delta}{\sigma \delta + \tau d}$
&c.	&c.	&c.

Ensuite le demi-diamètre de l'ouverture du premier verre PP étant posé $AP = x$, je suppose

le demi-diamètre de l'ouverture

$$\text{du verre QQ} > \frac{bx}{a},$$

$$\text{du verre RR} > \frac{bcx}{a\beta},$$

$$\text{du verre SS} > \frac{bcdx}{a\beta\gamma},$$

$$\text{du verre TT} > \frac{bcdex}{a\beta\gamma\delta},$$

&c.

Cela posé, en marquant pour abréger les nombres

$$0,93819 = \mu \quad \& \quad 0,23269 = \nu,$$

la confusion pour chaque nombre de verres causée dans la vision fera, comme les cas suivans la marquent.



I. CAS.

54. Lorsqu'il n'y a qu'un seul verre PP; on aura $a = \infty$ & $p = a$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu x^2}{4} \cdot \frac{1}{aap}$$

II. CAS.

55. Lorsqu'il y a deux verres PP & QQ; on aura $\epsilon = \infty$ & $q = b$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu bx^2}{4a} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{(a + a)^2 + \nu aa}{aabbp} \\ + \frac{1}{aaq} \end{array} \right\}$$

III. CAS.

56. Lorsqu'il y a trois verres PP, QQ & RR; on aura $\gamma = \infty$ & $r = c$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu bcx^2}{4a\epsilon} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\epsilon^2 ((a + a)^2 + \nu aa)}{aabbccp}, \\ + \frac{(b + \epsilon)^2 + \nu b\epsilon}{aa\epsilon c q}, \\ + \frac{bb}{aa\beta\beta r} \end{array} \right\}$$

IV. CAS.

57. Lorsqu'il y a quatre verres PP, QQ, RR & SS; on aura $\delta = 0$ & $s = d$; & la confusion sera:



$$\frac{\mu bcdx^3}{4a\epsilon\gamma} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\epsilon\epsilon\gamma\gamma((a+\alpha)^2 + v\alpha a)}{aabbccddp}, \\ + \frac{\gamma\gamma((b+\epsilon)^2 + v\epsilon\epsilon)}{aacccddq}, \\ + \frac{bb((c+\gamma)^2 + v\gamma\gamma)}{aa\epsilon\epsilon ddr}, \\ + \frac{bbcc}{aa\epsilon\epsilon\gamma\gamma s}. \end{array} \right.$$

V. CAS.

57. Lorsqu'il y a cinq verres PP, QQ, RR, SS & TT. on aura $\epsilon = 0$, $t = e$; & la confusion sera:

$$\frac{\mu bcde x^3}{4a\epsilon\gamma\delta} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\epsilon\epsilon\gamma\gamma\delta\delta((a+\alpha)^2 + v\alpha a)}{aabbccddcep}, \\ + \frac{\gamma\gamma\delta\delta((b+\epsilon)^2 + v\epsilon\epsilon)}{aacccddeeq}, \\ + \frac{bb\delta\delta((c+\gamma)^2 + v\gamma\gamma)}{aa\epsilon\epsilon ddeer}, \\ + \frac{bbcc((d+\delta)^2 + v\delta\delta)}{aa\epsilon\epsilon\gamma\gamma ees}, \\ + \frac{bbccdd}{aa\epsilon\epsilon\gamma\gamma\delta\delta i}. \end{array} \right.$$

VI. CAS.

59. Lorsqu'il y a six verres PP, QQ, RR, SS, TT & VV; on aura $\zeta = 0$, & $v = f$; & la confusion sera exprimée en sorte:

μbcc



$$\frac{\mu b c d e f x^3}{4 \alpha \beta \gamma \delta \epsilon} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon ((a + \alpha)^2 + v \alpha \alpha)}{a a b b c c d d e e f f p}, \\ + \frac{\gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon ((b + \beta)^2 + v b \beta)}{a a c c d d e e f f q}, \\ + \frac{b b \delta \delta \epsilon \epsilon ((c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \beta \beta d d e e f f r}, \\ + \frac{b b c c \epsilon \epsilon ((d + \delta)^2 + v d \delta)}{a a \beta \beta \gamma \gamma e e f f s}, \\ + \frac{b b c c d d ((e + \epsilon)^2 + v e \epsilon)}{a a \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta f f t}, \\ + \frac{b b c c d d e e}{a a \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon v}. \end{array} \right.$$

SCHOLIE.

60. Ces formules suffisent pour nous faire connoître la loi, par le moyen de laquelle on les pourra continuer à de plus grands nombres de verres. Or ces formules sont de la dernière importance dans la Théorie des Télescopes & Microscopes, puisqu'on en peut déterminer d'abord la confusion, avec laquelle ces instrumens nous représentent les objets : or je ne parle ici que de la confusion, qui est causée par l'ouverture des verres. Cette confusion est donc proportionnelle au cube du demi-diametre de l'ouverture du premier verre, qu'on nomme l'objectif ; de sorte que, si l'on doubloit ce demi-diametre dans le même instrument, la disposition des verres demeurant aussi la même, la confusion deviendrait huit fois plus grande. Ainsi réciproquement, en rétrécissant le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif à la moitié, on rendra par ce moyen la confusion huit fois plus petite.

61. Mais, en rétrécissant le diametre de l'ouverture de l'objectif, la clarté dont on voit les objets en devient plus petite selon la raison



son quarrée; par cette raison on est obligé de souffrir quelque petite confusion pour ne pas perdre trop de la clarté. L'expérience nous a donc donné à connoître un certain degré de confusion, que nous pouvons aisément admettre, sans que la vision en soit sensiblement troublée. Pour connoître ce degré, il suffit que nous sachions pour un seul instrument l'ouverture du verre objectif qui peut être admise. Mr. Huygens a remarqué que, dans une lunette à deux verres, où la distance de foyer de l'objectif étoit de 30 pieds, ou de 360 pouces, & celui de l'oculaire de trois pouces, l'objectif peut bien admettre une ouverture, dont le demi-diametre est $1\frac{1}{2}$ pouce. Nous n'avons donc qu'à mettre dans notre formule du II. Cas, $n = \infty$, $a = p = 360$, $b = 3$, $q = 3$, & $x = 1\frac{1}{2}$, & l'expression de la confusion devient $= \frac{\mu}{460000}$ pouces, à peu près. Mais, puisque la distance de

foyer de l'objectif étoit si grande, peut-être que ce verre a eu quelque petit défaut, qui a été cause qu'il n'a pas admis une plus grande ouverture. Examinons donc encore un autre exemple d'une bonne lunette à deux verres, dont l'objectif avoit 144 pouces de foyer, & l'oculaire 3 pouces, le demi-diametre de l'ouverture de celui-là étant

1 pouce: ces valeurs étant substituées donnent la confusion $= \frac{\mu}{250000}$, presque deux fois plus grande que dans la lunette précédente. D'où je conclus que dans les lunettes on peut bien souffrir une confusion, qui étant exprimée selon notre maniere ne surpasse pas $\frac{\mu}{300000}$ pouce.

62. Or dans les Microscopes on souffre ordinairement une beaucoup plus grande confusion; car, dans un microscope simple, on ne doit pas de donner au verre une ouverture, dont le demi-diametre soit la dixieme partie de la distance de foyer du verre, & on le fait ordinairement encore plus grand. Or posant dans notre formule du premier cas $\frac{x}{a}$, ou $\frac{x}{p} = \frac{1}{10}$, la confusion sera $= \frac{\mu}{4000}$, de for-



re que dans les Microscopes nous souffrons une confusion à peu près 100 fois plus grande que dans les Télescopes: d'où l'on voit qu'il s'en faut beaucoup, que les Microscopes soient encore portés au même degré de perfection que les Télescopes. Mais, comme j'ai supposé dans les formules qui expriment pour chaque cas la confusion, que tous les verres ayent la forme qui leur convient pour que chacun produise déjà le moindre espace de diffusion, & que dans les exemples examinés les verres n'ont pas eu cette forme avantageuse, la confusion qu'on y souffre actuellement y sera plus grande: d'où il semble que faisant usage de cette figure dans les Télescopes, nous pourrions bien admettre une confusion, dont la quantité ne surpasse pas le terme

$\frac{\mu}{200000}$: & si l'on pouvoit ramener au même terme la confusion des Microscopes, il n'y a aucun doute que ces instrumens ne fussent portés à un beaucoup plus haut degré de perfection.

63. Les formules que je viens de trouver pour la confusion, peuvent aussi servir à découvrir dans chaque cas de plusieurs verres la plus avantageuse disposition, afin qu'il en résulte la moindre confusion du côté de leur ouverture. Car, ayant déjà donné à chaque verre la figure qui produit le moindre espace de diffusion, on peut outre cela, surtout lorsqu'il y a plusieurs verres, trouver un tel arrangement, que quelques unes des parties dont l'expression de la confusion est composée, deviennent négatives, & qu'elles diminuent par conséquent la quantité de celles qui sont positives: ou peut-être même sera-t-il quelquefois possible que par ce moyen l'expression tout entière de la confusion fut réduite à rien: ce qui seroit sans doute la plus haut degré de perfection dont ces instrumens sont susceptibles. Mais on ne sauroit entreprendre cette recherche sans qu'on ait égard aux autres qualités que tant les Télescopes que les Microscopes doivent avoir.





RECHERCHES SUR LES MOYENS

DE

DIMINUER OU DE RÉDUIRE MEME A' RIEN
LA CONFUSION CAUSÉE PAR L'OUVERTURE
DES VERRÉS.

PAR M. EULER.

I.

Dans mon Mémoire précédent sur la confusion des verres dioptriques causée par leur ouverture, les premières recherches rouloient sur l'espace de diffusion FG, qui est produit par un verre quelconque PP, qui représente en F l'image du point lumineux E par les rayons, qui passent par le milieu du verre. J'y ai considéré d'abord comme données tant la distance du point lumineux E devant le verre $AE = a$, que la distance de l'image principale F derrière le verre $BF = \alpha$: ensuite j'ai remarqué que cette représentation peut être produite par une infinité de verres, dont j'ai déterminé la figure des deux faces PAP & FBP, en sorte que posant le rayon de courbure de la face antérieure $PA'' = f$, & celui de la face postérieure $PBP = g$, ces deux rayons doivent avoir les grandeurs suivantes en négligeant l'épaisseur du verre

Planche
Fig. 1.

$$f = \frac{(\pi - 1) a \alpha}{v (a + \alpha)} \text{ \& \& } g = \frac{(\pi - 1) a \alpha}{\mu (a + \alpha)},$$

où π est $= \frac{1}{2} \frac{f}{g}$, & μ & v sont deux nombres pris à volonté, en sorte que $\mu + v = 1$



2. Ensuite, pour trouver l'espace de diffusion FG, que ce verre produit à cause de son ouverture, je pose le demi-diametre de son ouverture $= x$, & pour abrégér soit $va = \mu a = A$. Cela posé, j'ai trouvé que l'espace de diffusion sera

$$FG = \frac{(a + \alpha)xx}{2n(n-1)^2 a^3 \alpha} (n^3(aa - \alpha a + \alpha \alpha) - n(2n+1)(a-\alpha)A + (n+2)A^2),$$

lequel devient le plus petit, si l'on prend $A = \frac{n(2n+1)(a-\alpha)}{2(n+2)}$, d'où il s'ensuit :

$$\mu = \frac{n(2n+1)\alpha + (4+n-2nn)a}{2(n+2)(a+\alpha)} \text{ \& } v = \frac{n(2n+1)a + (4+n-2nn)\alpha}{2(n+2)(a+\alpha)}.$$

Or ces valeurs étant substituées donnent

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)na}{n(2n+1)a + (4+n-2nn)\alpha} \text{ \& } g = \frac{2(n-1)(n+2)a\alpha}{n(2n+1)\alpha + (4+n-2nn)a^2}$$

& alors l'espace de diffusion le plus petit sera :

$$FG = \frac{n(a+\alpha)xx}{8(n+2)(n-1)^2 a^3 \alpha} ((4n-1)(a+\alpha)^2 + 4(n-1)^2 a\alpha).$$

3. Il n'est donc pas possible de rendre cet espace de diffusion plus petit, que lorsqu'on donne aux faces du verre les courbures que je viens d'indiquer; & puisqu'il est très important, dans tous les instrumens dioptriques, de donner aux verres la figure qui produise le moindre espace de diffusion par rapport à leur ouverture, cette figure que j'ai assignée, sera celle qu'on doit tâcher de donner à tous les verres. Mais on peut combiner deux ou plusieurs verres en sorte que, tant dans la Théorie que dans la pratique, on les puisse regarder comme un verre simple, pourvu que les épaisseurs de ces verres prises ensemble soient encore assez petites, pour qu'on les puisse négliger à l'égard des autres quantités qui entrent dans le calcul. Je me propose donc de chercher l'espace de diffusion qui convient à de tels verres composés



lés, pour voir s'il n'est pas possible de joindre en sorte deux ou plusieurs verres, que l'espace de diffusion devienne encore plus petit, que dans le cas d'un verre simple; ce qui fourniroit sans doute les moyens les plus surs pour porter les verres à un plus haut degré de perfection.

4. Or je ferai voir, qu'en combinant deux ou plusieurs verres ensemble, on peut non seulement très considérablement diminuer l'espace de diffusion, mais aussi le réduire souvent absolument à rien. Pour entreprendre cette recherche, je commencerai par la combinaison de deux verres, & leur supposant d'abord une figure quelconque, pour satisfaire aux deux distances proposées tant du point lumineux E que de son image principale, je chercherai l'espace de diffusion; en suite j'enseignerai, quelles figures on doit donner à ces deux verres, pour que l'espace de diffusion devienne le plus petit, d'où je tirerai la construction des verres composés de deux, qui sera la plus parfaite. Ensuite je traiterai de la même manière les verres qui seront composés de trois ou quatre, pour en tirer tous les avantages pour la construction tant des Télescopes que des Microscopes.

PROBLEME I.

5. *Lorsque deux verres étant joints ensemble en A représentent le point lumineux E, par l'image principale en G, trouver l'espace de diffusion qui répond à leur ouverture.*

Fig. 5.

SOLUTION.

Considérons d'abord les deux verres comme éloignés l'un de l'autre de l'intervalle AB, pour avoir le cas traité dans le septième problème du Mémoire précédent, & posant les distances

$$EA = a, AF = a, FB = b, \text{ \& } AG = \beta,$$

nous aurons la distance de foyer du premier verre $p = \frac{aa}{a + a}$, &

celle de l'autre $q = \frac{b\beta}{b + \beta}$, & l'espace de diffusion



$$Gg = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{xx}{aap} (Naa - \mathcal{E}.a + Maa) + \frac{xx}{aag} (N'bb - \mathcal{E}'\beta + M'\beta\beta).$$

Mais introduisons plutôt la forme employée cy-dessus, & foyent f, g , les rayons des faces du premier verre PP, & f', g' , ceux de l'autre QQ; de sorte que nous ayons:

$$f = \frac{(n-1)aa}{v(a+a)}; \quad g = \frac{(n-1)aa}{\mu(a+a)},$$

$$f' = \frac{(n-1)b\beta}{v'(b+\beta)}; \quad g' = \frac{(n-1)b\beta}{\mu'(b+\beta)},$$

prenant $\mu + v = 1$ & $\mu' + v' = 1$. Soit ensuite $va - \mu a = A$, & $v'b - \mu'b = B$, & marquant par x le demi-diametre de l'ouverture du verre PP, l'espace de diffusion sera

$$Gg = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{(a+a)xx}{2n(n-1)^2a^3} (n^3(aa - aa + aa) - n(2n+1)(a+a)A + (n+2)AA) \\ + \frac{(b+\beta)xx}{2n(n-1)^2aa\beta} (n^3(bb - b\beta + \beta\beta) - n(2n+1)(b-\beta)B + (n+2)BB).$$

Faisons maintenant évanouir la distance des verres $AB = a + b$, & posons $b = -a$, & dans ce cas l'espace de diffusion sera:

$$Gg = \frac{(a+a)\beta\beta xx}{2n(n-1)^2a^3} (n^3(aa - aa + aa) - n(2n+1)(a-a)A + (n+2)AA) \\ + \frac{(a-\beta)xx}{2n(n-1)^2a^3\beta} (n^3(aa + a\beta + \beta\beta) + n(2n+1)(a+\beta)B + (n+2)BB).$$

Les quantités qui nous sont ici prescrites, sont 1°. la distance de l'objet devant le verre $AE = a$, & la distance de l'image principale derriere le verre, qui est $= \beta$; de sorte que nous ayons encore dans le calcul trois quantités arbitraires a, A , & B , qui recevant une infinité de déterminations, il y aura une infinité de combinaisons de deux verres, qui étant posés en A, représentent l'image principale de l'objet E,



au même point G : Mais l'espace de diffusion Gg dépend principalement des valeurs arbitraires α , A, B.

COROLLAIRE 1.

6. Si l'on prenoit $\alpha = \beta$, ou $b + \beta = 0$, le second verre deviendrait plan des deux côtés, & ne changeroit rien dans la réfraction du premier verre. Nous aurions donc le cas d'un seul verre expliqué cy-dessus, & l'espace de diffusion seroit le même que j'y ai rapporté.

COROLLAIRE 2.

7. Nous parviendrons encore au cas d'un seul verre en prenant $\alpha = -a$; car alors le premier verre PP deviendra plan des deux côtés: & l'espace de diffusion sera déterminé par le seul verre second par la formule rapportée cy-dessus.

COROLLAIRE 3.

8. Si l'on prenoit α fort petit, il est évident que l'espace de diffusion deviendrait fort grand, puisque le cube de α se trouve dans le dénominateur. Il n'est donc pas avantageux de prendre $\alpha < \beta$, car, quoique le second membre de notre expression devienne négatif, le premier en devient d'autant plus grand.

COROLLAIRE 4.

9. Or posons $\alpha = \infty$, & à cause de $A = -\mu\alpha$ & $B = -\nu'\alpha$, l'expression pour l'espace de diffusion deviendra

$$Gg = \frac{\beta\beta xx}{2n(n-1)^2a^3} (n^3 - n(2n+1)\mu + (n+2)\mu\mu),$$

$$+ \frac{xx}{2n(n-1)^2\beta} (n^3 - n(2n+1)\nu' + (n+2)\nu'\nu'),$$

laquelle sera la plus petite, quand on prendra les nombres μ & ν' tels, que l'un & l'autre membre séparément obtienne la plus petite valeur; puisque aucun ne sauroit devenir négatif.



PROBLEME II.

10. Trouver la figure des deux verres, qui étant joints ensemble en A représentent l'image principale du point E en G, & qui produisent en même tems le plus petit espace de diffusion Gg.

SOLUTION.

Ayant déterminé dans le problème précédent en général l'espace de diffusion Gg, de quelque figure que soient les deux verres, nous n'avons qu'à considérer l'expression qui y a été trouvée. Elle est composée de deux membres, & renferme trois quantités arbitraires α , A & B, qui ne dépendent point l'une de l'autre: d'où il est d'abord clair, qu'on peut séparément chercher les valeurs de A & de B, qui rendent cette expression la plus petite. Or cette détermination nous montre que chaque verre doit séparément avoir la figure la plus avantageuse, que j'ai décrite cy-dessus. Savoir le verre PP doit avoir une telle figure, qu'il soit

$$f = \frac{2(n-1)(n+2)\alpha\alpha}{n(2n+1)\alpha + (4+n-2nn)\alpha}; \quad g = \frac{2(n-1)(n+2)\alpha\alpha}{n(2n+1)\alpha + (4+n-2nn)\alpha},$$

$$f' = \frac{2(n-1)(n+2)b\beta}{n(2n+1)\beta + (4+n-2nn)\beta}; \quad g' = \frac{2(n-1)(n+2)b\beta}{n(2n+1)\beta + (4+n-2nn)\beta},$$

où il faut remarquer qu'il est $b = -\alpha$: Alors l'espace de diffusion sera exprimé en sorte

$$Gg = \frac{n(n+\alpha)\beta\beta xx}{8(n+2)(n-1)^2\alpha^3\beta^3} ((4n-1)(\alpha+\alpha)^2 + 4(n-1)^2\alpha\alpha)$$

$$+ \frac{n(\alpha-\beta)xx}{8(n+2)(n-1)^2\alpha^3\beta^3} ((4n-1)(\alpha-\beta)^2 - 4(n-1)^2\alpha\beta),$$

& maintenant il s'agit encore de déterminer la quantité α en sorte que cette expression devienne la plus petite.

Pour abrégér cette formule, posons suivant le §. 47 du Mém. précédent

$$\mu =$$



$$\mu = 0,93819 \quad \& \quad \nu = 0,23269,$$

sans confondre ces lettres avec celles qui sont employées au commencement; & l'espace de diffusion sera

$$Gg = \frac{\mu\beta\beta xx (a + \alpha)}{a^3\alpha^3} ((a + \alpha)^2 + \nu a\alpha) \\ + \frac{\mu xx (a - \beta)}{a^3\beta} ((b + \beta)^2 + \nu b\beta), \text{ ou} \\ Gg = \mu xx \left(\frac{\beta\beta(a+\alpha)^3}{a^3\alpha^3} + \frac{\nu\beta\beta(a+\alpha)}{a\alpha\alpha} + \frac{(a-\beta)^3}{a^3\beta} - \frac{\nu(a-\beta)}{a\alpha} \right)$$

Il faut donc déterminer α en sorte que cette quantité développée devienne un *minimum*

$$\frac{\beta\beta}{a^3} + \frac{3\beta\beta}{a\alpha\alpha} + \frac{3\beta\beta}{a\alpha\alpha} + \frac{1}{\beta} - \frac{3}{\alpha} + \frac{3\beta}{a\alpha} + \nu \left(\frac{\beta\beta}{a\alpha\alpha} + \frac{\beta\beta}{a\alpha\alpha} - \frac{1}{\alpha} + \frac{\beta}{a\alpha} \right),$$

d'où par la différentiation résulte cette équation:

$$-\frac{3\beta\beta}{a\alpha\alpha} - \frac{6\beta\beta}{a\alpha^3} + \frac{3}{a\alpha} - \frac{6\beta}{\alpha^3} + \nu \left(\frac{-\beta\beta}{a\alpha\alpha} - \frac{2\beta\beta}{\alpha\alpha^3} + \frac{1}{a\alpha} - \frac{2\beta}{\alpha^3} \right) = 0,$$

qui étant divisée par $\nu + 3$, donne

$$\frac{1}{\alpha\alpha} \left(1 - \frac{\beta\beta}{a\alpha} \right) = \frac{2\beta}{\alpha^3} \left(1 + \frac{\beta}{a} \right), \text{ ou}$$

$$\alpha \left(1 - \frac{\beta}{a} \right) = 2\beta, \text{ de sorte que } \alpha = \frac{2a\beta}{a-\beta}.$$

$$\text{De là nous aurons: } a + \alpha = \frac{a(a+\beta)}{a-\beta}, \quad a - \beta = \frac{\beta(a+\beta)}{a-\beta},$$

$$\& \text{ partant } \frac{ra}{a+\alpha} = p = \frac{2a\beta}{a+\beta}; \quad \frac{a\beta}{a-\beta} = \frac{2a\beta}{a+\beta} = q.$$

Or puisque $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\beta} - \frac{1}{2a}$; la quantité, par laquelle μxx est multipliée sera



$$\begin{aligned} & \frac{66}{a^3} + \frac{36}{2aa} - \frac{366}{2a^3} + \frac{3}{4a} - \frac{36}{2aa} + \frac{366}{4a^3} + \frac{1}{6} - \frac{3}{26} + \frac{3}{2a} \\ & + \frac{3}{46} - \frac{3}{2a} + \frac{36}{4aa} \\ & + v \left(\frac{6}{2aa} - \frac{66}{2a^3} + \frac{1}{4a} - \frac{6}{2aa} + \frac{66}{4a^3} - \frac{1}{26} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{46} - \frac{1}{2a} + \frac{6}{4aa} \right) \end{aligned}$$

qui se réduit à :

$$\frac{66}{4a^3} + \frac{36}{4aa} + \frac{1}{46} + \frac{3}{4a} + v \left(\frac{1}{4a} - \frac{1}{46} + \frac{6}{4aa} - \frac{66}{4a^3} \right),$$

ou bien à

$$\frac{(a + 6)^3}{4a^3 6} - \frac{v(a + 6)(aa - 2a6 + 66)}{4a^3 6},$$

& partant l'espace de diffusion sera :

$$Gg = \frac{\mu(a + 6)xx}{4a^3 6} ((a + 6)^3 - v(a - 6)^2).$$

Mais, puisque $(a - 6)^2 = (a + 6)^2 - 4a6$, il sera

$$Gg = \frac{\mu(a + 6)xx}{a^3 6} \left(\frac{1 - v}{4} (a + 6)^3 + va6 \right).$$

Or, posant $1,62740 = \sigma$, & $0,19078 = \tau$, nous avons

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{a} + \frac{\tau}{a}; \quad \frac{1}{g} = \frac{\sigma}{a} + \frac{\tau}{a}; \quad \frac{1}{f'} = \frac{\sigma}{6} - \frac{\tau}{a}; \quad \frac{1}{g'} = \frac{\sigma}{a} + \frac{\tau}{6}.$$

Donc, à cause de $\frac{1}{a} = \frac{1}{26} - \frac{1}{2a}$, nous aurons pour les rayons des faces de nos deux verres à joindre

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{2\beta} + \frac{2\tau\sigma}{2a}; \quad \frac{1}{g} = \frac{2\sigma\tau}{2a} + \frac{\tau}{2\beta}; \quad \frac{1}{f'} = \frac{2\sigma\tau}{2\beta} + \frac{\tau}{2a}; \quad \frac{1}{g'} = \frac{\sigma}{2a} + \frac{2\tau\sigma}{2\beta},$$

ou



$$\text{ou } f = \frac{2a\beta}{\sigma a + (2\tau - \sigma)\beta}; \quad g = \frac{2a\beta}{\tau a + (2\sigma - \tau)\beta};$$

$$f' = \frac{2a\beta}{\tau\beta + (2\sigma - \tau)a}; \quad g' = \frac{2a\beta}{\sigma\beta + (2\tau - \sigma)a}.$$

COROLLAIRE 1.

11. Donc, si la distance de l'objet au verre est $= a$, & la distance de l'image derrière le verre $= \alpha$, qui est nommée β dans la solution, le verre composé de deux, qui produit le moindre espace de diffusion, doit être formé en sorte qu'il soit

	le rayon de la face	
	antérieure	postérieure
pour le premier verre	$\frac{2a\alpha}{1,62740a - 1,24584a}$	$\frac{2a\alpha}{0,19078a + 3,06402a}$
pour le second verre	$\frac{2a\alpha}{0,19078a + 3,06402a}$	$\frac{2a\alpha}{1,62740a - 1,24584a}$

& alors, le demi-diamètre de l'ouverture étant $= x$, l'espace de diffusion fera:

$$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha} \left(\frac{1-v}{4} (a+\alpha)^2 + vna \right) \text{ ou puisque } v = 0,23269$$

$$\frac{\mu(a+\alpha)xx}{a^3\alpha} (0,19183 (a+\alpha)^2 + vna).$$

COROLLAIRE 2.

12. Mais, pour les mêmes distances a & α , si l'on n'employoit qu'un verre simple, qui produit le moindre espace de diffusion, en prenant

	le rayon de la face	
	antérieure	postérieure
de ce verre	$\frac{a\alpha}{1,62740a + 0,19078a}$	$\frac{a\alpha}{1,62740a + 0,19078a}$

V 2 l'esf.



l'espace de diffusion sera

$$\frac{\mu (a + a) xx}{a^3 a} ((a + a)^2 + v a a),$$

d'où l'on voit qu'en employant le verre double, la confusion est très considérablement diminuée.

COROLLAIRE 3.

13. Il est remarquable que les deux verres, qui joints ensemble produisent la moindre confusion, doivent avoir la même distance de foyer, qui est double de celle qui convient à un verre simple, qui représenteroit l'objet au même endroit.

SCHOLIE I.

14. Pour rendre la recherche du *minimum* plus aisée, il sera à propos de comparer d'abord ensemble les distances de nos deux verres.

Posons donc $\frac{aa}{a + a} = \frac{ua\beta}{a - \beta}$, & nous aurons $a = \frac{(1+u)a\beta}{a - u\beta}$;

de là $a + a = \frac{a(a + \beta)}{a - u\beta}$; d'où il suit $\frac{aa}{a + a} = \frac{(1+u)a\beta}{a + \beta}$

$$\& \frac{a\beta}{a - \beta} = \frac{(1+u)a\beta}{u(a + \beta)}.$$

Or l'expression pour l'espace de diffusion étant réduite à cette forme

$$+ \frac{\mu\beta\beta xx (a + a)}{a a} \left(\frac{(a + a)^2}{aa a a} + \frac{v}{a a} \right),$$

$$+ \frac{\mu\beta\beta xx (a - \beta)}{a \beta} \left(\frac{(a - \beta)^2}{aa \beta \beta} - \frac{v}{a \beta} \right),$$

notre substitution donne

$$\frac{\mu\beta xx (a + \beta)}{(1+u) a} \left(\frac{(a + \beta)^2}{(1+u)^2 aa \beta \beta} + \frac{v (a - u\beta)}{(1+u) a a \beta} \right) +$$



$$+ \frac{\mu \mathfrak{E} x x . u (a + \mathfrak{E})}{(1 + u) a} \left(\frac{u u (a + \mathfrak{E})^2}{(1 + u)^2 a a \mathfrak{E} \mathfrak{E}} - \frac{v (a - u \mathfrak{E})}{(1 + u) a \mathfrak{E} \mathfrak{E}} \right),$$

qui se réduit à

$$\frac{\mu x x (a + \mathfrak{E})}{a^3 \mathfrak{E}} \left(\frac{(1 + u^3) (a + \mathfrak{E})^2}{(1 + u)^3} + \frac{v (a - u \mathfrak{E}) (\mathfrak{E} - u a)}{(1 + u)^2} \right).$$

Il faut donc chercher u , pour que cette quantité

$$\frac{(1 - u + u u) (a + \mathfrak{E})^2 + v (a - u \mathfrak{E}) (\mathfrak{E} - u a)}{(1 + u)^2},$$

devienne un *minimum*; or cette recherche demeure la même, quoique nous ajoutions à cette quantité une constante quelconque: soustrayons donc $v a \mathfrak{E}$, pour avoir cette formule à rendre un *minimum*:

$$\frac{(1 - u + u u) (a + \mathfrak{E})^2 - v u (a + \mathfrak{E})^2}{(1 + u)^2},$$

ou, en divisant par $(a + \mathfrak{E})^2$ celle-cy:

$$\frac{1 - u + u u - v u}{(1 + u)^2} = 1 - \frac{(v + 3) u}{(1 + u)^2}.$$

Tout revient donc à rendre un *maximum* cette formule $\frac{u}{(1 + u)^2}$, ce qui arrive évidemment en prenant $u = 1$, tout comme nous l'avons trouvé.

SCHOLIE II.

15. On peut encore plus promptement arriver à ce *minimum* en remarquant que $(a - u \mathfrak{E}) (\mathfrak{E} - u a) = -u (a + \mathfrak{E})^2 + (1 + u)^2 a \mathfrak{E}$, d'où l'espace de diffusion devient exprimé en forte:

$$\frac{\mu x x (a + \mathfrak{E})}{a^3 \mathfrak{E}} \left(\frac{1 - (v + 1) u + u u}{(1 + u)^2} (a + \mathfrak{E})^2 + v a \mathfrak{E} \right).$$

Or, si l'on n'employoit qu'un seul verre, l'espace de diffusion seroit:



$$\frac{\mu x x (a + \epsilon)}{a^3 \epsilon} ((a + \epsilon)^2 + \nu a \epsilon),$$

d'où l'on voit qu'en joignant deux verres, l'espace de diffusion ne devient plus petit, qu'entant que l'expression $\frac{1 - (\nu + 1)u + uu}{(1 + u)^2}$

ou $1 - \frac{(\nu + 3)u}{(1 + u)^2}$, pourra être rendue moindre que l'unité, ce qui

arrive, quand cette expression $\frac{u}{(1 + u)^2}$ sera un *maximum*, ou cel-

le - cy $\frac{(1 + u)^2}{u}$, ou bien $\frac{1}{u} + u$ un *minimum*. Or, pour cet

effet, il faut qu'il soit $u = 1$. Cette forme nous donne encore à

connoître, qu'il est impossible de rendre le coefficient $\frac{1 - (\nu + 1)u + uu}{(1 + u)^2}$

égal à zéro, puisque $\nu = 0,23269$: donc, à moins que ϵ ne soit une quantité négative, il est impossible que l'espace de diffusion évanouisse entièrement; en ne joignant que deux verres. Cette forme que nous venons de donner à l'expression pour l'espace de diffusion, nous rendra plus aisées les recherches suivantes sur les verres triples & quadruples.

PROBLEME III.

Fig. 6. 16. Lorsque trois verres joints ensemble en A représentent l'objet E, par l'image principale en H, trouver l'espace de diffusion Hh, que produit une ouverture donnée de ces verres.

SOLUTION.

Considérons d'abord les trois verres comme éloignés entr'eux, pour avoir le cas traité dans le VIII Probleme du Mémoire précédent; & posons comme là les distances

$$EA = a; \quad FB = b; \quad GC = c;$$

$$AF = \alpha; \quad BG = \beta; \quad CH = \gamma;$$



& nous n'aurons qu'à supposer $a + b = 0$, & $\epsilon + c = 0$. Or, puisque nos recherches aboutissent principalement à chercher de tels verres, qui produisent le moindre espace de diffusion, il faut donner à chaque verre une telle figure, qu'il soit

Pour	le rayon de la face	
le verre	antérieure	postérieure
PP . . .	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$;	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$,
QQ . . .	$\frac{b\epsilon}{\sigma b + \tau \epsilon}$;	$\frac{b\epsilon}{\sigma \epsilon + \tau b}$,
RR . . .	$\frac{c\gamma}{\sigma c + \tau \gamma}$;	$\frac{c\gamma}{\sigma \gamma + \tau c}$;

soient de plus les distances de foyer du verre

$$PP = p = \frac{aa}{a + a}; \quad QQ = q = \frac{b\epsilon}{b + \epsilon}; \quad RR = r = \frac{c\gamma}{c + \gamma},$$

& posant le demi-diametre de l'ouverture $= x$, l'espace de diffusion a été trouvé exprimé en sorte :

$$Hh = \mu x x \left(\frac{\epsilon \epsilon \gamma \gamma ((a + a)^2 + v a a)}{a a b b c c p} + \frac{\gamma \gamma ((b + \epsilon)^2 + v b \epsilon)}{a a c c q} + \frac{b b ((c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \epsilon \epsilon r} \right).$$

Posons maintenant la distance de foyer qui conviendrait à un seul verre rapporté aux distances a & γ $= \pi$, de sorte que

$$\pi = \frac{a\gamma}{a + \gamma}, \text{ \& supposons:}$$

$$p = A\pi; \quad q = B\pi; \quad \& \quad r = C\pi.$$

Ayant donc

$$\frac{aa}{a + a} = A\pi; \quad \frac{b\epsilon}{b + \epsilon} = B\pi; \quad \frac{c\gamma}{c + \gamma} = C\pi,$$

l'espace de diffusion sera exprimé en sorte



$$Hh = \frac{\mu r x}{a a \pi} \left(\frac{a a \gamma \gamma ((a + \alpha)^2 + v a \alpha)}{A b b c c} + \frac{a a \gamma \gamma ((b + \beta)^2 + v b \beta)}{B a a c c} + \frac{a a b b ((c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{C a a b b} \right).$$

Mais, puisque $\alpha = -b$ & $\beta = -c$, nous aurons

$$\frac{-a b}{a - b} = \frac{A a \gamma}{a + \gamma}, \text{ donc } b = \frac{A a \gamma}{(A - 1) \gamma - a},$$

$$\frac{-b c}{b - c} = \frac{B a \gamma}{a + \gamma}, \text{ donc } c = \frac{B a \gamma b}{B a \gamma - a b - b \gamma} = \frac{A B a \gamma}{(A B - A - B) \gamma - (A + B) a},$$

$$\frac{c \gamma}{c + \gamma} = \frac{C a \gamma}{a + \gamma}, \text{ donc } c = \frac{C a \gamma}{\gamma - (C - 1) a},$$

& partant les nombres A, B, C, doivent être tels, qu'il soit:

$$A B C - A B - A C - B C = 0, \text{ ou } 1 = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}.$$

Poſons donc $\frac{1}{A} = \mathfrak{A}$, $\frac{1}{B} = \mathfrak{B}$, & $\frac{1}{C} = \mathfrak{C}$, de forte que:

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} = 1; \text{ \& } b = \frac{a \gamma}{(1 - \mathfrak{A}) \gamma - \mathfrak{A} a}, \text{ } c = \frac{a \gamma}{\mathfrak{C} \gamma - (1 - \mathfrak{C}) a},$$

& à cauſe de $\alpha = -b$; & $\beta = -c$, l'espace de diffusion ſera

$$Hh = \frac{\mu r x}{a a \pi} \left(\frac{\mathfrak{A} \gamma \gamma ((a - b)^2 - v b)}{b b} + \frac{\mathfrak{B} a \gamma \gamma ((b - c)^2 - v c)}{b c c} + \frac{\mathfrak{C} a a ((c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{c c} \right).$$

Or ayant

$$\frac{a}{b} = 1 - \mathfrak{A} - \frac{\mathfrak{A} a}{\gamma}, \frac{\gamma}{c} = \frac{\mathfrak{C} \gamma}{a} - 1 + \mathfrak{C}, \text{ \& } b - c = \frac{-\mathfrak{B} b c (a + \gamma)}{a \gamma},$$

notre expreſſion prendra cette forme:

$$Hh = \frac{\mu r x}{a a \pi} \left(\mathfrak{A} \gamma \gamma \left(\left(\frac{a}{b} - 1 \right)^2 - \frac{v}{b} \right) + \mathfrak{B}^2 (a + \gamma)^2 \right. \\ \left. - \frac{v \mathfrak{B} a \gamma \gamma}{b c} + \mathfrak{C} a a \left(\left(1 + \frac{\gamma}{c} \right)^2 + \frac{v \gamma}{c} \right) \right),$$

qui

qui se réduit à celle-ci :

$$Hh = \frac{\mu r x}{aa \pi} ((A^3 + B^3 + C^3) (a + \gamma)^2 + 3 (AB C + AA + AC + CC - A - C) (a + \gamma)^2 + v a \gamma),$$

ou à cette autre

$$Hh = \frac{\mu r x}{aa \pi} (a + \gamma)^2 - (v + 3) (AA C + A C C - AA - 2 A C - C C + A + C) (a + \gamma)^2 + v a \gamma).$$

Mais, pour la construction des verres qui produisent cet espace de confusion, puisque nous avons

$$\frac{1}{a} = \frac{A}{\gamma} + \frac{A-1}{a}; \quad \frac{1}{b} = \frac{-A}{\gamma} - \frac{A+1}{a}; \quad \frac{1}{c} = \frac{1-C}{\gamma} - \frac{C}{a}; \quad \frac{1}{c} = \frac{C-1}{\gamma} + \frac{C}{a},$$

si nous nommons les rayons des faces antérieures de nos trois verres f, f', f'' , & des postérieures g, g', g'' , nous aurons

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{\sigma A}{\gamma} + \frac{\sigma A - \sigma + \tau}{a}; & \frac{1}{g} &= \frac{\sigma + \tau A - \tau}{a} + \frac{\tau A}{\gamma}, \\ \frac{1}{f'} &= \frac{\sigma - \sigma C - \tau A}{\gamma} - \frac{\sigma C - \tau A + \tau}{a}; & \frac{1}{g'} &= \frac{\tau - \sigma A - \tau C}{\gamma} - \frac{\sigma A + \sigma - \tau C}{a}, \\ \frac{1}{f''} &= \frac{\sigma - \tau + \tau C}{\gamma} + \frac{\tau C}{a}; & \frac{1}{g''} &= \frac{\sigma C - \sigma + \tau}{\gamma} + \frac{\sigma C}{a}. \end{aligned}$$

COROLLAIRE I.

17. Puisque $\pi = \frac{a\gamma}{a + \gamma}$, l'espace de diffusion pourra être exprimé de cette façon :

$$Hh = \frac{\mu r x (a + \gamma)}{a^2 g} ((1 - (v + 3) (A + C) (AC - A - C + 1)) (a + \gamma^2 + v a \gamma),$$

ou bien



$$Hh = \frac{\mu r x (a + \gamma)}{a^3 \gamma} ((1 - (v + 3)(1 - \mathfrak{A})(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{A} + \mathfrak{C}))(a + \gamma)^2 + v a \gamma),$$

d'où l'on voit, que si l'on prenoit ou $\mathfrak{A} = 1$, ou $\mathfrak{C} = 1$, ou $\mathfrak{A} = -\mathfrak{C}$, on auroit le même espace de diffusion que dans le cas d'un verre simple.

COROLLAIRE 2.

18. Or l'espace de diffusion deviendra plus petit que dans le cas d'un verre simple, si l'on prend pour $\mathfrak{A}$ & $\mathfrak{C}$ des nombres positifs moindres que l'unité: & dans ce cas ledit espace deviendra le plus petit, en prenant $\mathfrak{A} = \mathfrak{C} = \frac{1}{3}$, de sorte que $\mathfrak{B} = \frac{1}{3}$; & partant $p = q = r = 3\pi$. Or alors l'espace de diffusion sera

$$Hh = \frac{\mu x x (a + \gamma)}{a^3 \gamma} \left(\left(\frac{1}{9} - \frac{8v}{27} \right) (a + \gamma)^2 + v a \gamma \right), \text{ ou}$$

$$Hh = \frac{\mu x x (a + \gamma)}{a^3 \gamma} (0,04217 (a + \gamma)^2 + v a \gamma),$$

& partant plus petit que dans le cas de deux verres.

COROLLAIRE 3.

19. Mais, posant $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$ & $\mathfrak{C} = \frac{1}{3}$, nous aurons pour les rayons des faces de nos trois verres:

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{3\gamma} + \frac{3\tau - 2\sigma}{3a}, \text{ ou } f = \frac{3a\gamma}{\sigma a + (3\tau - 2\sigma)\gamma},$$

$$\frac{1}{g} = \frac{3\sigma - 2\tau}{3a} + \frac{\tau}{3\gamma}, \text{ ou } g = \frac{3a\gamma}{(3\sigma - 2\tau)\gamma + \tau a},$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{2\sigma - \tau}{3\gamma} + \frac{2\tau - \sigma}{3a}, \text{ ou } f' = \frac{3a\gamma}{(2\sigma - \tau)a + (2\tau - \sigma)\gamma},$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{2\sigma - \tau}{3a} + \frac{2\sigma - \tau}{3\gamma}, \text{ ou } g' = \frac{3a\gamma}{(2\sigma - \tau)\gamma + (2\tau - \sigma)a},$$

$$\frac{1}{f''}$$



$$\frac{1}{f''} = \frac{3\sigma - 2\tau}{3\gamma} + \frac{\tau}{3a}, \text{ ou } f'' = \frac{3a\gamma}{(3\sigma - 2\tau)a + \tau\gamma};$$

$$\frac{1}{g''} = \frac{\sigma}{3a} + \frac{3\tau - 2\sigma}{3\gamma}, \text{ ou } g'' = \frac{3a\gamma}{\sigma\gamma + (3\tau - 2\sigma)a};$$

COROLLAIRE 4.

20. Donc, si la distance de l'objet avant le verre est $= a$, & celle de l'image derrière le verre $= a$, le verre triple qui produit la moindre confusion, doit être composé de trois verres simples, dont les faces soient formées en sorte :

	le rayon de la face	
	antérieure	postérieure
pour le premier verre	$\frac{3a\alpha}{1,62740a - 2,68246a};$	$\frac{3a\alpha}{4,50064a + 0,19078a}$
pour le second verre	$\frac{3a\alpha}{3,06402a - 1,24584a};$	$\frac{3a\alpha}{3,06402a - 1,24584a}$
pour le troisieme verre	$\frac{3a\alpha}{4,50064a + 0,19078a};$	$\frac{3a\alpha}{1,62740a - 2,68246a};$

& alors l'espace de diffusion sera

$$\frac{\mu(a+a)xx}{a^3\alpha} \left(\frac{3-8v}{27} (a+a)^2 + v\alpha\alpha \right), \text{ ou à cause de } v = 0,23269,$$

$$\frac{\mu(a+a)xx}{a^3\alpha} (0,04217 (a+a)^2 + v\alpha\alpha).$$

PROBLEME IV.

21. L'espace de diffusion, en employant un verre triple, ayant été trouvé exprimé en sorte dans le problème précédent :

$$\frac{\mu xx(a+\gamma)}{a^3\gamma} ((1-(v+3))(1-\mathcal{N})(1-\mathcal{E})(\mathcal{N}+\mathcal{E})) (a+\gamma)^2 + v\alpha\gamma),$$

trouver les cas où le coefficient de $(a + \gamma)^2$ dans cette expression évanouit entièrement.

SOLUTION.

Il s'agit donc de trouver les nombres $\mathfrak{A}$ & $\mathfrak{C}$, qui satisfont à cette équation :

$$1 = (\nu + 3) (1 - \mathfrak{A}) (1 - \mathfrak{C}) (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}).$$

Posons pour cet effet $\mathfrak{A} + \mathfrak{C} = 2\eta$, & $\mathfrak{A}\mathfrak{C} = z$, pour avoir

$$\mathfrak{A} = \eta + \sqrt{(\eta\eta - z)}, \text{ \& } \mathfrak{C} = \eta - \sqrt{(\eta\eta - z)}.$$

Or alors notre équation prendra cette forme :

$$1 = 2 (\nu + 3) \eta (1 - 2\eta + z), \text{ d'où l'on tire}$$

$$z = 2\eta - 1 + \frac{1}{2(\nu + 3)\eta}, \text{ \& partant}$$

$$\eta\eta - z = (\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu + 3)\eta}.$$

Il faut donc prendre pour η un tel nombre que cette formule $(\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu + 3)\eta}$, obtienne une valeur positive.

Cherchons d'abord la valeur pour η , qui rendra cette quantité égale à zéro, ou soit

$$\eta (\eta - 1)^2 = \frac{1}{2(\nu + 3)} = 0,15467,$$

\& il est évident que η doit être un nombre positif.

Soit I. η un nombre > 1 , \& la valeur, qui satisfait à cette équation, se trouve $\eta = 1,33966$, \& ce sera aussi la valeur de $\mathfrak{A}$ \& de $\mathfrak{C}$; d'où l'on aura $\mathfrak{B} = -1,67932$.

Soit II. η moindre que 1, \& posons $\eta = 1 - \nu$, pour avoir à résoudre cette équation $\nu\nu - \nu^3 = 0,15467$: or cela est impossible, car la plus grande valeur que $\nu\nu - \nu^3$ puisse recevoir est

est $\equiv 0,14815$, & partant notre équation n'a qu'une racine, qui est $\eta \equiv 1,33966$, auquel cas $(\eta - 1)^2 - \frac{1}{2(\nu + 3)\eta}$ évanouit.

Mais, puisque $\mathcal{A} + \mathcal{C} \equiv 1 - \mathcal{B}$, & que l'équation à résoudre a cette forme: $1 \equiv (\nu + 3)(1 - \mathcal{A})(1 - \mathcal{B})(1 - \mathcal{C})$, il est évident que les trois nombres $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ peuvent être changés entr'eux à volonté, de sorte qu'ayant trouvé trois nombres pour $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, ces mêmes nombres pourront être pris, en quelque autre ordre qu'on mette les lettres $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$; ainsi le cas trouvé fournit d'abord trois solutions:

I. $\mathcal{A} \equiv 1,33966$; $\mathcal{B} \equiv -1,67932$; $\mathcal{C} \equiv 1,33966$,

II. $\mathcal{A} \equiv 1,33966$; $\mathcal{B} \equiv 1,33966$; $\mathcal{C} \equiv -1,67932$,

III. $\mathcal{A} \equiv -1,67932$; $\mathcal{B} \equiv 1,33966$; $\mathcal{C} \equiv 1,33966$,

& si les valeurs de $\mathcal{A}$ & $\mathcal{C}$ n'avoient pas été égales entr'elles, on en auroit pu tirer six solutions différentes. Or il est clair que la formule

$$\sqrt{(\eta\eta - 2)} \equiv \sqrt{((\eta - 1)^2 - \frac{0,15467}{\eta})},$$

quand on prend ou η négatif ou positif, mais plus grand que $1,33966$.

Prenons donc, pour donner un exemple du dernier cas, $\eta \equiv \frac{1}{4}$, & ayant alors $\sqrt{(\eta\eta - 2)} \equiv \sqrt{(\frac{1}{4} - 0,10311)} \equiv 0,38323$, on trouvera $\mathcal{A} \equiv 1,88323$; $\mathcal{C} \equiv 1,11677$; & $\mathcal{B} \equiv -2$, & partant on aura de là six solutions, selon les diverses combinaisons des lettres $\mathcal{A}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{B}$, avec les trois nombres trouvés.

Prenons aussi pour η un nombre négatif, & soit $\eta \equiv -\frac{1}{4}$: donc $\mathcal{A} + \mathcal{C} \equiv -\frac{1}{2} \equiv 1 - \mathcal{B}$, & partant $\mathcal{B} \equiv \frac{3}{4}$. De là on aura

$$\sqrt{(\eta\eta - 2)} \equiv \sqrt{(\frac{1}{16} + 0,61868)} \equiv 1,47828,$$

donc $\mathcal{A} \equiv 1,22828$, & $\mathcal{C} \equiv -1,72828$, & $\mathcal{B} \equiv 1,50000$: soit $\eta \equiv -\frac{1}{8}$, & partant $\mathcal{A} + \mathcal{C} \equiv -\frac{1}{2} \equiv 1 - \mathcal{B}$, donc $\mathcal{B} \equiv 1\frac{1}{2}$.

Or $\sqrt{(\eta\eta - 2)} \equiv \sqrt{(\frac{1}{64} + 0,92802)} \equiv 1,51298,$



donc $A = 1,34632$, & $C = -1,67964$, & $B = 1,33333$,
 & cette solution approche fort de la premiere. Or la premiere a cet
 avantage qu'aucun des trois nombres trouvés n'est aussi grand, que
 dans les autres solutions: ce qui est un avantage réel, puisque les faces
 des verres deviennent alors le moins courbes, & sont par conséquent
 susceptibles d'une plus grande ouverture.

COROLLAIRE I.

22. Donc, si nous posons la distance de l'objet avant le verre
 $= a$, & celle de l'image après le verre $= a$, nous pourrons fournir
 une infinité de verres triples, qui produisent l'espace de diffusion
 $= \frac{\mu x x (a + a)}{a^3 a} \cdot vna = \frac{\mu v x x (a + a)}{aa}$; dont voici la construction

I. VERRE TRIPLE.

23. du verre	Rayon de la face	
	antérieure	postérieure
premier	$\frac{aa}{+ 2,18016a + 0,74354a}$	$\frac{aa}{1,69220a + 0,25558a}$
second	$\frac{aa}{- 0,80834a - 2,24496a}$	$\frac{aa}{- 0,80834a - 2,24496a}$
troisième	$\frac{aa}{+ 1,69220a + 0,25558a}$	$\frac{aa}{+ 2,18016a + 0,74354a}$

II. VERRE TRIPLE.

24.	Rayon de la face	
	antérieure	postérieure
premier	$\frac{aa}{+ 2,18016a + 0,74354a}$	$\frac{aa}{+ 1,69220a + 0,25558a}$
second	$\frac{aa}{+ 4,10475a + 2,66813a}$	$\frac{aa}{- 0,23238a - 1,66900a}$
troisième	$\frac{aa}{+ 1,11622a - 0,22035a}$	$\frac{aa}{- 2,73293a - 4,16955a}$

III.



III. VERRE TRIPLE.

25.	Rayon de la face	
	du verre	
	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$-2,73293a - 4,16955a$	$+1,11624a - 0,32038a$
	aa	aa
second	$-0,23238a - 1,66900a$	$+4,10475a + 2,66813a$
	aa	aa
troisième	$+1,69220a + 0,25558a$	$+2,18016a + 0,74354a$

IV. VERRE TRIPLE.

26.	Rayon de la face	
	du verre	
	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$+1,99890a + 0,56228a$	$1,67095a + 0,23433a$
	aa	aa
second	$-1,04803a - 2,48465a$	$-0,65767a - 2,09429a$
	aa	aa
troisième	$+1,72279a + 0,28617a$	$+2,44110a + 1,00448a$

V. VERRE TRIPLE.

27.	Rayon de la face	
	du verre	
	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$1,99890a + 0,56228a$	$+1,67095a + 0,23433a$
	aa	aa
second	$+4,20567a + 2,76905a$	$-0,04177a - 1,47839a$
	aa	aa
troisième	$+1,10689a + 0,32973a$	$-2,81260a - 4,24922a$



VL VERRE TRIPLE.

28.	Rayon de la face	
du verre	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$\frac{+ 2,44110a + 1,00448a}{aa}$	$\frac{+ 1,72279a + 0,28617a}{aa}$
second	$\frac{+ 4,15383a + 2,71721a}{aa}$	$\frac{- 0,48397a - 1,92059a}{aa}$
troisième	$\frac{+ 1,10689a - 0,32973a}{aa}$	$\frac{- 2,81260a - 4,24922a}{aa}$

VII. VERRE TRIPLE.

29.	Rayon de la face	
du verre	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$\frac{- 2,81260a - 4,24922a}{aa}$	$\frac{+ 1,10689a - 0,32973a}{aa}$
second	$\frac{- 0,48397a - 1,92059a}{aa}$	$\frac{+ 4,15383a + 2,71721a}{aa}$
troisième	$\frac{+ 1,72279a + 0,28617a}{aa}$	$\frac{+ 2,44110a + 1,00448a}{aa}$

VIII. VERRE TRIPLE.

30.	Rayon de la Face	
du verre	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$\frac{- 2,81260a - 4,24922a}{aa}$	$\frac{+ 1,10689a - 0,32973a}{aa}$
second	$\frac{- 0,04177a - 1,47839a}{aa}$	$\frac{+ 4,20567a + 2,76905a}{aa}$
troisième	$\frac{+ 1,67095a + 0,23433a}{aa}$	$\frac{+ 1,99899a + 0,56228a}{aa}$

IX. VERRE TRIPLE.

31.	Rayon de la face	
du verre	antérieure	postérieure
	aa	aa
premier	$\frac{+2,44110a + 1,00448a}{aa}$	$\frac{+1,72279a + 0,28617a}{aa}$
second	$\frac{-0,65767a - 2,09429a}{aa}$	$\frac{-1,04803a - 2,48455a}{aa}$
troisième	$\frac{+1,67095a + 0,23433a}{aa}$	$\frac{+1,99890a + 0,56228a}{aa}$

SCHOLIE I.

32. Voilà donc ix verres triples, qui produisent l'effet foudroyant; dont les trois premiers sont tirés des valeurs 1,33966, 1,33966 & — 1,67932 trouvées pour les lettres A, B, C, & les six autres des valeurs

1,22828, 1,50000, & — 1,72828.

Parmi les trois verres de tous ces cas, il y en a toujours un qui est concave, ou dont la distance de foyer est négative, celle des deux autres étant positive. Ainsi le premier verre, qui regarde l'objet, est concave dans les cas: I, IV, & IX: & le troisième verre est concave dans les cas: II, V, & VI. Ensuite il est aussi bon de remarquer, que les cas I & II ont le premier verre commun, & le troisième est commun aux cas I & III: or les cas II & III n'ont aucun verre commun. De même, dans les six autres cas, le premier verre est commun aux cas IV & V; & aussi aux cas VII & VIII; & encore aux cas VI & IX; or le troisième verre est commun aux cas IV & VII, & aussi aux cas V & VI: & encore aux cas VIII & IX.

SCHOLIE II.

33. Ayant dans ce problème déterminé le cas, où dans l'espace de diffusion



$$\frac{\mu x x (a + \gamma)}{a^3 \gamma} ((1 - (v + 3)) (1 - \mathcal{A})(1 - \mathcal{B})(1 - \mathcal{C}) (a + \gamma)^2 + v a \gamma),$$

le coefficient du terme $(a + \gamma)^2$ évanouir, nous avons trouvé que des trois nombres $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, deux sont toujours positifs & le troisième négatif. De là nous pourrions aisément résoudre les cas où le coefficient de $(a + \gamma)^2$ deviendra même négatif. Car cela arrivera, ou si un des nombres $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, qui est positif, est plus petit qu'il n'a été trouvé dans notre problème, ou si celui qui est négatif, est pris plus grand. Or il est souvent bon d'avoir de tels verres, qui produisent un espace de diffusion dans l'expression duquel le coefficient de $(a + \gamma)^2$, ou de $(a + a)^2$, à laquelle forme je réduis toujours les expressions, soit un nombre négatif, mais très petit: il sera donc toujours fort aisé de remplir cette condition, en prenant ou un des nombres positifs $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, un peu plus grand qu'il ne doit être pour le cas, où le coefficient de $(a + a)^2$ doit entièrement évanouir.

PROBLEME IV.

Fig 7. 34. Lorsque quatre verres joints ensemble en Λ représentent l'objet E par l'image principale en I , trouver l'espace de diffusion I_1 , que produit une ouverture donnée des verres.

SOLUTION.

Considérons d'abord les quatre verres comme éloignés entr'eux, pour avoir le cas traité dans le ix Problème du Mémoire précédent, & posons comme là

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d,$$

$$AF = a; BG = \beta; CH = \gamma; DI = \delta,$$

& nous n'aurons qu'à supposer $a + b = 0$; $\beta + c = 0$ & $\gamma + d = 0$, ou $a = -b$; $\beta = -c$, & $\gamma = -d$. Ensuite, supposons comme auparavant les quatre verres tels, que chacun produise déjà le plus petit espace de diffusion, & partant leurs faces seront telles.



	Le rayon de la face	
du verre	antérieure	postérieure
premier -	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$;	$\frac{aa}{\sigma a + \tau a}$,
second -	$\frac{bb}{\sigma b + \tau b}$;	$\frac{bb}{\sigma b + \tau b}$,
troisième -	$\frac{cc}{\sigma c + \tau c}$;	$\frac{cc}{\sigma c + \tau c}$,
quatrième -	$\frac{dd}{\sigma d + \tau d}$;	$\frac{dd}{\sigma d + \tau d}$.

Soient de plus les distances de foyer de ces verres

$$\text{du premier } p = \frac{aa}{a + a} ; \text{ du second } q = \frac{bb}{b + b} ;$$

$$\text{du troisième } r = \frac{cc}{c + c} ; \text{ \& du quatrième } s = \frac{dd}{d + d} ,$$

\& posant le demi-diametre de l'ouverture du verre = x , l'espace de diffusion sera :

$$Ii = \frac{\mu x x}{aa} \left\{ \begin{aligned} &+ \frac{\sigma\sigma\gamma\gamma\delta\delta((a+a)^2 + vca)}{bbccddp} + \frac{aa\gamma\gamma\delta\delta((b+b)^2 + v'c)}{acccddq} \\ &+ \frac{aabb\delta\delta((c+c)^2 + vc\gamma)}{aa\sigma\sigma ddr} + \frac{aabbcc((d+d)^2 + v'd)}{aa\sigma\sigma\gamma\gamma r} \end{aligned} \right\} .$$

Soit maintenant la distance de foyer qui conviendrait à un seul verre rapporté aux distances a \& d , = π , de sorte que $\pi = \frac{ad}{a + d}$, \& supposons

$$p = \frac{\pi}{2} ; q = \frac{\pi}{3} ; r = \frac{\pi}{6} ; \& s = \frac{\pi}{6} ,$$



& à cause de $\frac{bb}{aa} = 1$; $\frac{cc}{\epsilon\epsilon} = 1$; $\frac{dd}{\gamma\gamma} = 1$, l'espace de diffusion sera exprimé ainsi:

$$L_i = \frac{\mu_{xx}}{aa\pi} \left\{ + \frac{\mathcal{A}dd}{bb} ((a+\alpha)^2 + \nu a\alpha) + \frac{\mathcal{B}aad\delta}{bbcc} ((b+\epsilon)^2 + \nu b\epsilon) \right. \\ \left. + \frac{\mathcal{C}aad\delta}{ccdd} ((c+\gamma)^2 + \nu c\gamma) + \frac{\mathcal{D}aa}{dd} ((d+\delta)^2 + \nu d\delta) \right\}.$$

Or les équations

$$\frac{\mathcal{A}ab}{b-a} = \frac{a\delta}{a+\delta}; \quad \frac{\mathcal{B}bc}{c-b} = \frac{a\delta}{a+\delta}; \quad \frac{\mathcal{C}cd}{d-c} = \frac{a\delta}{a+\delta}; \quad \frac{\mathcal{D}d\delta}{d+\delta} = \frac{a\delta}{a+\delta},$$

donnent

$$\frac{a}{b} = 1 - \mathcal{A} - \frac{\mathcal{A}a}{\delta}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{\mathcal{A}(a+\delta)}{a\delta}, \\ \frac{1}{c} = \frac{1}{b} - \frac{\mathcal{B}(a+\delta)}{a\delta} = \frac{1}{a} - \frac{(\mathcal{A}+\mathcal{B})(a+\delta)}{a\delta}, \\ \frac{1}{d} = \frac{1}{c} - \frac{\mathcal{C}(a+\delta)}{a\delta} = \frac{1}{a} - \frac{(\mathcal{A}+\mathcal{B}+\mathcal{C})(a+\delta)}{a\delta};$$

$$\text{or on trouve aussi } \frac{1}{d} = \frac{\mathcal{D}(a+\delta)}{a\delta} - \frac{1}{\delta},$$

d'où il suit $\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D} = 1$.

Mais, posant $\alpha = -b$; $\epsilon = -c$, & $\gamma = -d$, l'expression de L_i prendra cette forme:

$$L_i = \frac{\mu_{xx}}{aa\pi} \left\{ + \mathcal{A}dd \left(\left(\frac{a}{b} - 1 \right)^2 - \frac{\nu a}{b} \right) + \mathcal{B}aad\delta \left(\frac{1}{cc} - \frac{2}{bc} + \frac{1}{bb} - \frac{\nu}{bc} \right) \right. \\ \left. + \mathcal{C}aad\delta \left(\frac{1}{dd} - \frac{2}{cd} + \frac{1}{cc} - \frac{\nu}{cd} \right) + \mathcal{D}aa \left(\left(1 + \frac{\delta}{d} \right)^2 + \frac{\nu d}{d} \right) \right\},$$

ou bien celle-ci:

$$L_i =$$



$$Ii = \frac{\mu \delta \delta x}{\pi} \left\{ \begin{aligned} &+ \mathfrak{A} \left(\frac{1}{na} - \frac{v-2}{ab} + \frac{1}{bb} \right) + \mathfrak{B} \left(\frac{1}{bb} - \frac{v-2}{bc} + \frac{1}{cc} \right) \\ &+ \mathfrak{C} \left(\frac{1}{cc} - \frac{v-2}{cd} + \frac{1}{dd} \right) + \mathfrak{D} \left(\frac{1}{dd} + \frac{v+2}{d\delta} + \frac{1}{\delta\delta} \right). \end{aligned} \right.$$

Or, faisant ici les substitutions, on parviendra à cette expression

$$Ii = \frac{\mu x x (a + \delta)}{a^3 \delta} ((1 - (v+3)(1-\mathfrak{A})(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})(1-\mathfrak{D}))(a+\delta)^2 + v a \delta).$$

Et en introduisant ces lettres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, dont la somme doit être égale à l'unité, les faces des verres doivent être faites conformément aux formules suivantes:

Rayon de la face		
du verre	antérieure	postérieure
premier	$\frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{A} a + \tau (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta - \sigma (\mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta}$	
Rayon de la face		
du verre	antérieure	postérieure
premier	$\frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{A} a + \tau \mathfrak{A} \delta - (\sigma - \tau) (\mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta}; \quad \frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{A} \delta + (\sigma - \tau) (\mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta + \tau \mathfrak{A} a}$	
second	$\frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{B} a + (\sigma - \tau) \mathfrak{A} a + \tau \mathfrak{B} \delta - (\sigma - \tau) (\mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta}; \quad \frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{B} \delta + (\sigma - \tau) (\mathfrak{C} + \mathfrak{D}) \delta + \tau \mathfrak{B} a - (\sigma - \tau) \mathfrak{A} a}$	
troisième	$\frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{C} a + (\sigma - \tau) (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) a + \tau \mathfrak{C} \delta - (\sigma - \tau) \mathfrak{D} \delta}; \quad \frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{C} \delta + (\sigma - \tau) \mathfrak{D} \delta + \tau \mathfrak{C} a - (\sigma - \tau) (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) a}$	
quatrième	$\frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{D} a + (\sigma - \tau) (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}) a + \tau \mathfrak{D} \delta}; \quad \frac{a\delta}{\sigma \mathfrak{D} \delta + \tau \mathfrak{D} a - (\sigma - \tau) (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}) a}$	

Or les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ sont tels, que posant $\frac{a\delta}{a + \delta} = \pi$,
il soit

$$p = \frac{\pi}{\mathfrak{A}}; \quad q = \frac{\pi}{\mathfrak{B}}; \quad r = \frac{\pi}{\mathfrak{C}}; \quad \& \quad s = \frac{\pi}{\mathfrak{D}};$$



& on pourra prendre pour $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$, tels nombres qu'on voudra, pourvu qu'il soit $\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D} = 1$.

COROLLAIRE I.

35. Donc, si la distance de l'objet avant le verre est $= a$, & celle de l'image derrière le verre $= a'$, & qu'on veuille employer un verre quadruple, en sorte que posant $\frac{na}{a + a'} = \pi$, les distances de foyer des quatre verres soient

$$p = \frac{\pi}{\mathcal{A}}; \quad q = \frac{\pi}{\mathcal{B}}; \quad r = \frac{\pi}{\mathcal{C}}; \quad s = \frac{\pi}{\mathcal{D}};$$

de sorte qu'il soit $\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D} = 1$.

Les faces des quatre verres doivent être travaillées en sorte, qu'il soit :

La face

Pour le premier verre

$$\text{antérieure} = \frac{na}{\sigma \mathcal{A} - \sigma (\mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a + \tau (\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$

$$\text{postérieure} = \frac{na}{\tau \mathcal{A} - \tau (\mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a + \sigma (\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$

La face

Pour le second verre

$$\text{antérieure} = \frac{na}{\sigma (\mathcal{A} + \mathcal{B})a - \tau \mathcal{A} - \sigma (\mathcal{C} + \mathcal{D})a + \tau (\mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$

$$\text{postérieure} = \frac{na}{\tau (\mathcal{A} + \mathcal{B})a - \sigma \mathcal{A} - \tau (\mathcal{C} + \mathcal{D})a + \sigma (\mathcal{B} + \mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$

La face

Pour le troisième verre

$$\text{antérieure} = \frac{na}{\sigma (\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C})a - \tau (\mathcal{A} + \mathcal{B})a - \sigma \mathcal{D}a + \tau (\mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$

$$\text{postérieure} = \frac{na}{\tau (\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{C})a - \sigma (\mathcal{A} + \mathcal{B})a - \tau \mathcal{D}a + \sigma (\mathcal{C} + \mathcal{D})a'}$$



La face

Pour le quatrième verre

$$\text{antérieure} = \frac{na}{\sigma(A+B+C+D)a - \tau(A+B+C)a + \tau Da},$$

$$\text{postérieure} = \frac{na}{\tau(A+B+C+D)a - \sigma(A+B+C)a + \sigma Da},$$

& alors, si l'on donne à ce verre une ouverture dont le demi-diamètre est $= x$, l'espace de diffusion sera :

$$\frac{\mu x \cdot x(a+\alpha)}{a^3 \alpha} ((1-(\nu+3))(1-A)(1-B)(1-C)(1-D)(a+\alpha)^2 + \nu a \alpha).$$

COROLLAIRE 2.

36. Si l'on met $D = 0$, les faces du dernier verre deviennent parallèles entr'elles, & ce verre ne produisant aucune réfraction, on aura le cas des verres triples expliqué auparavant : & si l'on met $C = 0$ & $D = 0$, on aura le cas de deux verres, ou des verres doubles expliqué cy-dessus ; & posant $B = 0$, $C = 0$ & D , il en résulte le cas d'un verre simple, auquel à cause de $A = 1$ l'espace de

$$\text{diffusion devient} = \frac{\mu x x(a+\alpha)}{a^3 \alpha} ((a+\alpha)^2 + \nu a \alpha).$$

COROLLAIRE 3.

37. Si un seul des quatre nombres A, B, C, D , est pris égal à l'unité, de sorte que la somme des trois autres soit $= 0$, l'espace de diffusion sera le même que dans le cas d'un seul verre, & partant on ne gagnera rien pour la diminution de la confusion.

COROLLAIRE 4.

38. L'évolution du cas des verres quadruples nous met en état d'assigner aisément les formules pour la construction des verres quintuples & sextuples, & de tous les suivans : & de déterminer en même tems l'espace de diffusion qu'une ouverture quelconque produira.

COROLLAIRE 5.

59. Si l'on prend les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, positifs & moindres que l'unité, le coefficient de $(a + a)^2$ deviendra plus petit que l'unité. Or il sera le plus petit en prenant ces nombres égaux entr'eux. Posons donc pour ce cas

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \mathfrak{D} = \frac{1}{4},$$

& l'espace de diffusion que ce verre quadruple, produira sera

$$\frac{\mu \cdot x x (a + a)}{n^3 a} \left(\left(1 - \frac{3^4}{4^4} (v + 3) (a + a)^2 + v n a \right), \text{ ou bien } \right.$$

$$\frac{\mu \cdot x x (a + a)}{n^3 a} \left(- 0,02284 (a + a)^2 + v n a \right).$$

Or pour ce cas les quatre verres doivent être formés en sorte.

du verre	Rayon de la face antérieure	postérieure
premier	$= \frac{4 n a}{\sigma a - (3 \sigma - 4 \tau) a};$	$\frac{4 n a}{\tau a + (4 \sigma - 3 \tau) a};$
second	$= \frac{4 n a}{(2 \sigma - \tau) a - (2 \sigma - 3 \tau) a};$	$\frac{4 n a}{(2 \tau - \sigma) a + (3 \sigma - 2 \tau) a};$
troisième	$= \frac{4 n a}{(3 \sigma - 2 \tau) a - (\sigma - 2 \tau) a};$	$\frac{4 n a}{(3 \tau - 2 \sigma) a + (2 \sigma - \tau) a};$
quatrième	$= \frac{4 n a}{(4 \sigma - 3 \tau) a + \tau a};$	$\frac{4 n a}{(4 \tau - 3 \sigma) a + \sigma a};$

ou, en substituant pour σ & τ leurs valeurs,

du verre	Rayon de la face antérieure	postérieure
premier	$= \frac{4 n a}{1,62740 a - 4,11908 a};$	$\frac{4 n a}{5,93726 a + 0,15076 a};$

second



$$\text{second} = \frac{4aa}{3,06402a - 2,68246a}; \frac{4aa}{4,50064a - 1,24584a};$$

$$\text{troisième} = \frac{4aa}{4,50064a - 1,24584a}; \frac{4aa}{3,06402a - 2,68246a};$$

$$\text{quatrième} = \frac{4aa}{5,93726a + 0,19078a}; \frac{4aa}{1,62740a - 4,11508a}.$$

PROBLEME V. -

40. *Ayant trouvé l'espace de diffusion pour les verres quadruples en général, déterminer les cas où, dans l'expression de l'espace de diffusion, le coefficient du membre $(a + a)^2$ évanouisse.*

SOLUTION.

Pour que l'espace de diffusion devienne $= \frac{uvxx(a+a)}{aa}$, il faut déterminer les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, en sorte qu'il soit

$$(1 - \mathfrak{A})(1 - \mathfrak{B})(1 - \mathfrak{C})(1 - \mathfrak{D}) = \frac{1}{v + 3} = 0,30934,$$

ce qui se peut faire d'une infinité de manières, de sorte pourtant qu'il soit $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} = 1$. Or, afin que les rayons des faces ne deviennent pas trop petits, il faut que ces nombres soient aussi petits qu'il est possible; & il est évident qu'il y aura des cas où ces nombres seront à peu près égaux: posons donc

$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} + z$; $\mathfrak{B} = \frac{1}{4} + z$; $\mathfrak{C} = \frac{1}{4} + z$, & $\mathfrak{D} = \frac{1}{4} - 3z$,
pour avoir

$$(\frac{1}{4} - z)^3 (\frac{1}{4} + 3z) = 0,30934, \text{ ou}$$

$$0,00715 = \frac{1}{8}z^2 - 6z^3 + 3z^4,$$

d'où nous tirons à peu près

$$\text{ou } z = 0,04787, \text{ ou } z = -0,04419,$$

& la première valeur donne



$A = 0,29787$; $B = 0,29787$; $C = 0,29787$; $D = 0,10639$.
Or ces nombres approcheront encore plus de l'égalité, si nous posons

$A = \frac{1}{4} + z$; $B = \frac{1}{4} - z$; $C = \frac{1}{4} + z$; $D = \frac{1}{4} - z$,
d'où l'on trouve $z = 0,07962$, & partant

$A = 0,32962$; $B = 0,17038$; $C = 0,32962$; $D = 0,17038$;
& puisqu'il est permis de changer l'ordre de ces nombres à plaisir, ces valeurs nous fourniront la construction des verres quadruples suivans.

I. VERRE QUADRUPLE.

du verre	Rayon de la face	
	antérieure	postérieure
premier	$\frac{4aa}{2,14569a - 3,60079a}$	$\frac{4aa}{5,99802a + 0,25154a}$
second	$\frac{4aa}{3,00326a - 2,74322a}$	$\frac{4aa}{3,96235a - 1,76413a}$
troisième	$\frac{4aa}{5,01893a - 0,72755a}$	$\frac{4aa}{3,12478a - 2,62170a}$
quatrième	$\frac{4aa}{5,87650a + 0,13002a}$	$\frac{4aa}{1,10911a - 4,63737a}$

II. VERRE QUADRUPLE.

du verre	Rayon de la face	
	antérieure	postérieure
premier	$\frac{4aa}{1,10911a - 4,63737a}$	$\frac{4aa}{5,87650a + 0,13002a}$
second	$\frac{4aa}{3,12478a - 2,62170a}$	$\frac{4aa}{5,01893a - 0,72755a}$
troisième	$\frac{4aa}{3,96235a - 1,76413a}$	$\frac{4aa}{3,00326a - 2,74322a}$

qua-



$$\text{quatrieme} \quad \frac{4aa}{5,99802a + 0,25154a}; \quad \frac{4aa}{2,14569a - 3,60079a}.$$

CONCLUSION.

41. Puisque je suppose que ces verres multiples sont joints immédiatement ensemble, de sorte que tant leur épaisseur que leurs distances entr'elles puissent être négligées dans le calcul, on pourra dans la composition de plusieurs verres, dont j'ai déterminé la confusion dans le Mémoire précédent, regarder ces verres multiples comme des verres simples, & les substituer à leur place, entant qu'ils sont rapportés aux mêmes deux distances a, α , ou b, β , ou c, γ &c. auxquelles les simples ont été rapportés. Par ce moyen, il y aura beaucoup à gagner, puisque ces verres multiples produiront une beaucoup plus petite confusion; laquelle peut même quelquefois être réduite à rien. Or le calcul, pour déterminer la quantité de la confusion, ne devient pas pour cela plus difficile, & pourra même rester le même comme il est détaillé vers la fin du Mémoire précédent, pourvu qu'on y fasse quelques petits changemens, lorsqu'on fait usage de quelque verre multiple au lieu d'un verre simple. Car, de quelque verre qu'on se serve, soit qu'il soit simple ou multiple, lorsqu'il est déterminé par les deux distances a & α , & que le demi-diametre de son ouverture est $= x$, l'espace de diffusion est toujours contenu dans cette forme

$$\frac{\mu x x (a + \alpha)}{a^3 \alpha} (\lambda (a + \alpha)^2 + \nu a \alpha),$$

& toute la différence se trouve dans le seul caractère λ , lequel devient $= 1$, lorsque le verre est simple: or, pour les verres doubles les plus parfaits, on doit mettre $\lambda = 0,19183$, suivant le §. 11. Quand le verre est triple de la construction du §. 20, on aura $\lambda = 0,04217$; mais, quand il est de la construction décrite au §. 22. alors il y aura $\lambda = 0$. Quand on fera usage d'un verre quadruple de la construction du §. 39, on mettra $\lambda = -0,02289$, mais les verres quadruples de la dernière construction §. 40 auront $\lambda = 0$. Cela remar-



qué, les formules données dans les §§. 54. 55. 56 &c. seront rendues plus générales pour s'étendre aussi à des verres multiples quelconques, quand on multipliera les formules $(a + a)^2$, $(b + b)^2$, $(c + c)^2$ &c. par les nombres λ , λ' , λ'' &c. dont chacun obtiendra la valeur déterminée par la nature du verre auquel il se rapporte. Ensuite, les derniers membres de chaque cas doivent aussi être multipliés par un semblable nombre λ ; ainsi, pour le cas d'un seul verre, la confusion sera

$\frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$, pour le cas de deux verres, elle sera:

$$\frac{\mu bx^3}{4a} \left(\frac{\lambda(a+a)^2 + vaa}{aabbp} + \frac{\lambda'}{aaq} \right),$$

pour le cas de trois verres:

$$\frac{\mu bcx^3}{4a^6} \left(\frac{66(\lambda(a+a)^2 + vaa)}{aabbccp} + \frac{\lambda'(b+b)^2 + vb^6}{aaccq} + \frac{\lambda''bb}{aa^6r} \right),$$

où λ se rapporte au premier verre, λ' au second, λ'' au troisième &c. Il seroit superflu de répéter ici avec cette correction les formules pour les cas de 4, 5 & 6 verres.





NOUVELLE MANIERE

DE

PERFECTIONNER LES VERRES OBJECTIFS
DES LUNETTES.

PAR M. EULER.

I.

La perfection des verres objectifs dépend uniquement de l'ouverture qu'ils admettent, & de deux verres qui ont la même distance de foyer ; celui-là est le plus excellent, qui souffre une plus grande ouverture, sans qu'il produise une plus grande confusion. Car c'est la confusion qui met des bornes à l'ouverture des verres, comme nous avons vu que l'espace de diffusion est proportionnel au carré du diamètre de l'ouverture : ainsi, quand un verre produit une trop grande confusion, il en faut rétrécir l'ouverture : mais par ce moyen on perd autant de la clarté, qui est un article presque aussi essentiel que la distinction. C'est donc toujours aux dépens de la clarté qu'on diminue la confusion, & réciproquement aux dépens de la distinction qu'on augmente la clarté. D'où l'on doit conclure, qu'un verre est d'autant plus parfait, qu'il fournit plus de clarté, le degré de confusion étant le même. Or, puisqu'il est presque impossible de délivrer les verres de toute la confusion, on a fixé par l'expérience un certain degré de confusion, dont l'effet dans la vision est insensible : & de là il faut diminuer l'ouverture des verres, jusqu'à ce que la confusion qu'ils produisent soit portée à ce degré.

2. Ce degré fixé de confusion détermine donc l'ouverture des verres objectifs ; & chaque verre acquiert par là sa juste ouverture.



Or on trouve que, plus le foyer d'un verre en est éloigné, plus aussi est grande l'ouverture qu'il admet: & c'est la raison, pourquoi on est obligé d'employer des verres objectifs d'une grande distance de foyer, quand on veut grossir beaucoup les objets, & les grandes multiplications ne demandent des verres objectifs d'une grande distance de foyer, qu'entant que ces verres admettent une plus grande ouverture. Car, plus on veut grossir les objets, plus il faut de lumière pour procurer un suffisant degré de clarté; or la quantité de lumière dépend de l'ouverture du verre objectif: de là il est clair, que si l'on avoit deux verres qui admettroient une égale ouverture, quoique leurs distances de foyer fussent différentes, ils pourroient être employés à produire la même multiplication.

3. Donc, pour perfectionner les verres objectifs, il s'agit de trouver de tels verres, qui admettent la plus grande ouverture, ou ce qui revient au même, qui ayant une ouverture donnée produisent la moindre confusion. Or cela doit s'entendre des verres d'une égale distance de foyer, car si l'on vouloit augmenter la distance de foyer, il ne seroit pas difficile d'obtenir une aussi grande ouverture qu'on voudroit. Le plus grand avantage sera donc de trouver de tels verres, qui ayant, une petite distance de foyer, admettent une ouverture aussi grande que les verres ordinaires, dont la distance de foyer est fort grande. Par ce moyen on parviendroit à des lunettes assés courtes, qui produiroient le même effet que les grandes lunettes ordinaires; ce qui seroit le plus grand avantage qu'on puisse souhaiter. On a remarqué, que si l'on veut grossir cinquante fois le diamètre des objets, il faut employer un verre objectif qui admette une ouverture de trois pouces en diamètre; pour cet effet, en se servant des verres ordinaires, l'objectif doit avoir 30 pieds de foyer. On gagneroit donc beaucoup si l'on pouvoit trouver un verre d'une moindre distance de foyer, qui admît la même ouverture, & le profit seroit d'autant plus grand que la distance de ce verre seroit plus petite.

4. Ayant donc déterminé non seulement les verres simples qui produisent la plus petite confusion, mais ayant aussi donné la construction.

l'truc.



struction des verres doubles, triples & quadruples, qui peuvent être substitués à la place des simples, & qui produisent encore une beaucoup plus petite confusion, il sera aisé de tirer de là tout ce qu'il faut pour la perfection des verres objectifs des lunettes. On pourra même donner des verres objectifs triples & quadruples, qui ne produisent point du tout de confusion; & puisque ces verres admettront une aussi grande ouverture que leur figure le permet, ils nous fourniront les verres objectifs les plus parfaits qu'on peut souhaiter.

5. Il est donc clair que la perfection des lunettes dépend de la solution de ce problème: *de trouver parmi tous les verres tant simples que multiples, qui ont la même distance de foyer, celui qui admet la plus grande ouverture.* Or je parle ici des verres dont les faces sont exactement sphériques, puisque c'est la figure qu'il est le moins difficile de donner aux verres. Cependant on s'écarte bien souvent de cette figure, surtout les artistes qui n'apportent pas tous les soins possibles à leur travail; & de là vient qu'un verre n'admet pas souvent une aussi grande ouverture qu'il devrait admettre suivant le calcul. Mais, puisque la figure sphérique n'est pas la plus convenable pour les verres dioptriques, il pourroit bien quelquefois arriver que l'ouvrier s'écartât si heureusement de la figure sphérique, que le verre admettroit encore une plus grande ouverture, ce qui seroit sans doute un grand avantage; mais, puisqu'on ne peut pas compter sur un hazard si heureux, & qu'il semble même impossible de donner aux verres une autre figure prescrite avec exactitude que la sphérique, on est obligé dans la théorie de s'arrêter uniquement à cette figure.

6. Je commencerai donc par les verres simples, & je remarque d'abord, que l'expérience a déjà donné à connoître, qu'il y a une grande différence entre les verres d'une même distance de foyer. Cette distance étant donnée, on peut faire des verres qui sont, ou plano-convexes, ou convexes des deux côtés, ou enfin des ménisques. Or on a observé, que les ménisques n'admettent qu'une très petite ouverture, surtout quand la concavité est considérable; & un verre plano-con-

vexe



verre admet à peu près la plus grande ouverture, quand on tourne sa face convexe vers l'objet. Mais, par ce que j'ai expliqué cy-dessus, on peut conclure qu'un verre convexe des deux côtés, dont un rayon est à l'autre dans la raison de 2 à 17; est le plus propre pour ce dessein, quand on tourne vers l'objet la face la plus convexe. Mr. Huygens avoit mis ce rapport comme 1 à 6, ayant supposé la raison de réfraction de l'air dans le verre comme 3 à 2; mais, puisque ce rapport est plus exactement comme 31 à 20, il s'ensuit de là le rapport comme 2 à 17 à peu près.

7. Quand je traitai cette matière en général, pour la pouvoir appliquer à tous les verres, j'ai nommé la distance de l'objet devant le verre $= a$, & la distance de l'image après le verre $= \alpha$, & en posant le demi-diamètre de l'ouverture du verre $= x$, l'espace de diffusion a été trouvé exprimé en sorte:

$$\frac{\mu x x (a + \alpha)}{a^3 a} (\lambda (a + \alpha)^2 + \nu a \alpha),$$

où j'ai mis pour abrégé $\mu = 0,93819$, & $\nu = 0,23269$: mais la lettre λ dépend de la nature du verre, selon qu'il est simple ou multiple. Or à présent, comme il s'agit seulement des verres objectifs, il faut poser la distance de l'objet $a = \infty$, & partant l'espace de diffusion sera $= \frac{\lambda \mu x x}{a}$. Dans ce cas, la distance de l'image α est égale à la distance de foyer du verre: donc, si nous nommons la distance de foyer du verre $= p$, l'espace de diffusion sera en général $= \frac{\lambda \mu x x}{p}$, d'où je tire la construction des verres suivans, qui sont les plus parfaits dans leur espèce.

I. Des verres objectifs simples.

8. Les plus parfaits de cet ordre donnent $\lambda = 1$, & l'espace de diffusion $= \frac{\mu x x}{p}$. Or la distance de foyer étant donnée $= p$,

$= p$, les deux faces de ce verre doivent être formées en forte.

Le rayon de la face $\left\{ \begin{array}{l} \text{antérieure} = \frac{p}{1,62740} = 0,61448 p, \\ \text{postérieure} = \frac{p}{0,19078} = 5,24164 p. \end{array} \right.$ Fig. 9.

II. Des verres objectifs doubles.

9. Les plus parfaits de cet ordre donnent $\lambda = 0,19183$, & partant l'espace de diffusion $= 0,19183 \frac{\mu_{xx}}{p}$, qui est plus que 5 fois plus petit que dans le cas des verres simples. Et si la distance de foyer est $= p$, les faces doivent être formées en forte :

Le rayon de la face

du premier verre $\left\{ \begin{array}{l} \text{antérieure} = \frac{2p}{1,62740} = 1,22896 p, \\ \text{postérieure} = \frac{2p}{0,19078} = 10,48328 p, \end{array} \right.$ Fig. 10.

du second verre $\left\{ \begin{array}{l} \text{antérieure} = \frac{2p}{3,06402} = + 0,65274 p, \\ \text{postérieure} = \frac{-2p}{1,24584} = - 1,60534 p. \end{array} \right.$

III. Des verres objectifs triples.

10. Considérons premièrement ces verres triples, qui produisent encore un espace de diffusion, mais qui est le plus petit dans son espèce. Pour ces verres nous avons $\lambda = 0,04217$, & l'espace de diffusion $= 0,04217 \cdot \frac{\mu_{xx}}{p}$, qui est presque 24 fois plus petit,

que si l'on employoit un verre simple. Or les faces de ces verres doivent être formées en sorte :

Le rayon de la face

Fig. 12.

du premier verre	{	antérieure $= \frac{3p}{1,62740} = + 1,84344 p,$
		postérieure $= \frac{3p}{0,19078} = + 15,72492 p,$
du second verre	{	antérieure $= \frac{3p}{3,06402} = + 0,97211 p,$
		postérieure $= \frac{-3p}{1,24584} = - 2,40801 p,$
du troisieme verre	{	antérieure $= \frac{3p}{4,50064} = + 0,66657 p,$
		postérieure $= \frac{-3p}{2,68246} = - 1,11838 p.$

IV. Des verres objectifs triples

qui ne produisent aucune confusion.

11. J'ai trouvé plusieurs especes de verres triples, qui ne produisent point de confusion, puisque la valeur de λy est égale à zéro. En voici donc les 3 premieres especes, que j'ai développées dans le précédent Mémoire, comme les plus propres à la pratique.

PREMIERE ESPECE.

Le rayon de la face

Fig. 12.

du premier verre	{	antérieure $= \frac{p}{2,18016} = + 0,45868 p,$
		postérieure $= \frac{p}{0,25558} = + 3,91267 p,$

du



$$\begin{aligned}
 \text{du second verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{-p}{0,80834} = -1,23710 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{-p}{2,24496} = -0,44544 p, \end{aligned} \right. \\
 \text{du troisieme verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{1,69220} = +0,59094 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{p}{0,74354} = +1,34493 p. \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

SECONDE ESPECE.

Le rayon de la face

$$\begin{aligned}
 \text{du premier verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{2,18016} = +0,45868 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{p}{0,25558} = +3,91267 p, \end{aligned} \right. \quad \text{Fig. 13.} \\
 \text{du second verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{4,10475} = +0,24362 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{-p}{1,66900} = -0,59916 p, \end{aligned} \right. \\
 \text{du troisieme verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{1,11624} = +0,89586 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{-p}{4,16955} = -0,23984 p. \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

TROISIEME ESPECE.

Le rayon de la face

$$\begin{aligned}
 \text{du premier verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{-p}{2,73293} = -0,36591 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{-p}{0,32038} = -3,12130 p, \end{aligned} \right. \quad \text{Fig. 14}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &\text{du second verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{-p}{0,23238} = -4,30330 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{p}{2,66813} = +0,37479 p, \end{aligned} \right. \\
 &\text{du troisieme verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{1,69220} = +0,59094 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{p}{0,74354} = +1,34802 p. \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

V. *Des verres objectifs quadruples*
qui ne produisent aucune confusion.

12. Puisque nous avons déjà des verres triples, qui sont délivrés de toute confusion, il semblera superflu de rapporter des quadruples. Mais, puisque dans les triples il y a des faces dont le rayon est fort petit, on fera souvent mieux de se servir plutôt des quadruples, desquels je n'ai rapporté que les espèces qui ont des faces le moins courbes. En voici donc les deux espèces que j'y ai développées, accommodées à notre dessein.

PREMIERE ESPECE.

Le rayon de la face

Fig. 15.

$$\begin{aligned}
 &\text{du premier verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{0,53642} = +1,86421 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{p}{0,06288} = +15,90367 p, \end{aligned} \right. \\
 &\text{du second verre} \left\{ \begin{aligned} \text{antérieure} &= \frac{p}{0,75081} = +1,33190 p, \\ \text{postérieure} &= \frac{-p}{0,44103} = -2,26742 p, \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

du

du troisieme verre	{	antérieure = $\frac{p}{1,25473} = + 0,79700 p,$
		postérieure = $\frac{-p}{0,65542} = - 1,52576 p,$
du quatrieme verre	{	antérieure = $\frac{p}{1,46912} = + 0,68069 p,$
		postérieure = $\frac{-p}{1,15934} = - 0,86257 p.$

SECONDE ESPECE.

Le rayon de la face

du premier verre	{	antérieure = $\frac{p}{0,27728} = + 3,60647 p,$
		postérieure = $\frac{p}{0,03250} = + 30,76923 p,$
du second verre	{	antérieure = $\frac{p}{0,78119} = + 1,28010 p,$
		postérieure = $\frac{-p}{0,18189} = - 5,49783 p,$
du troisieme verre	{	antérieure = $\frac{p}{0,99059} = + 1,00950 p,$
		postérieure = $\frac{-p}{0,68580} = - 1,45817 p,$
du quatrieme verre	{	antérieure = $\frac{p}{1,49950} = + 0,66689 p,$
		postérieure = $\frac{-p}{0,90020} = - 1,11085 p.$

Fig. 16.



13. Voici donc cinq verres objectifs qui ne produisent aucune confusion, trois triples & deux quadruples. Si la pluralité des verres ne semble pas convenable, les triples mériteront la préférence, mais, si l'on demande une grande ouverture, on emploiera avec plus de succès les quadruples. Car, si l'on ne veut admettre qu'une ouverture, qui ne comprenne que 60 degrés de la face la plus courbée, le demi-diamètre de l'ouverture de la première espèce des verres triples sera $\equiv 0,2227 p$, ou $\equiv \frac{2}{9} p$; & de la seconde espèce $\equiv 0,1199 p$, ou $\frac{1}{8} p$; & de la troisième espèce $\equiv 0,1830 p$, ou $\frac{1}{5} p$. Or, en se servant des verres quadruples, la première espèce admettra une ouverture, dont le demi-diamètre sera $\equiv 0,340 p$, & de la seconde espèce $\equiv 0,3334 p$, ou de l'une & de l'autre à peu près $\equiv \frac{1}{3} p$. Or, dans les lunettes qui doivent grossir beaucoup, il y a encore d'autres circonstances auxquelles on peut satisfaire par une moindre ouverture, & dans ces cas on pourra se servir avec le même succès des objectifs triples.

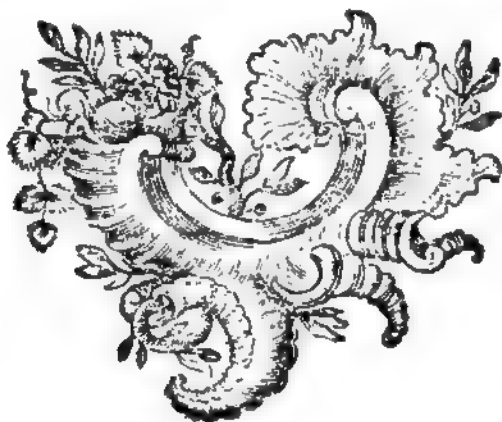


Fig. 1.

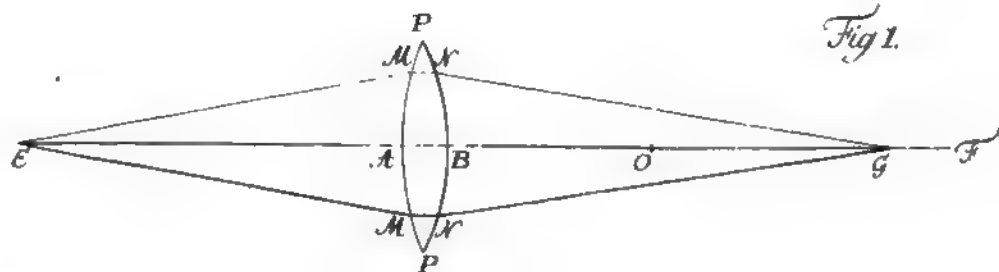


Fig. 2.

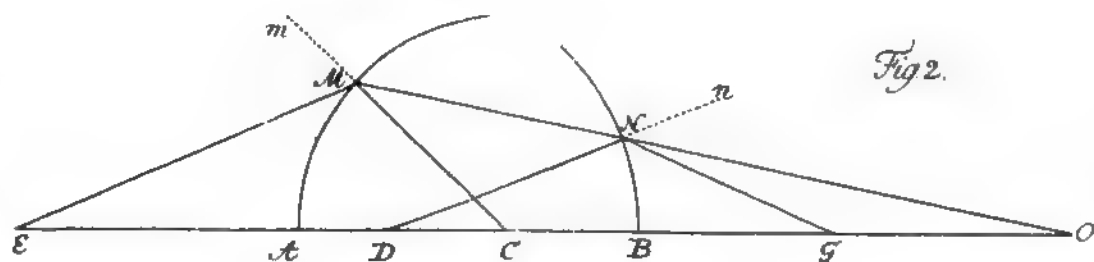


Fig. 3.



Fig. 4.

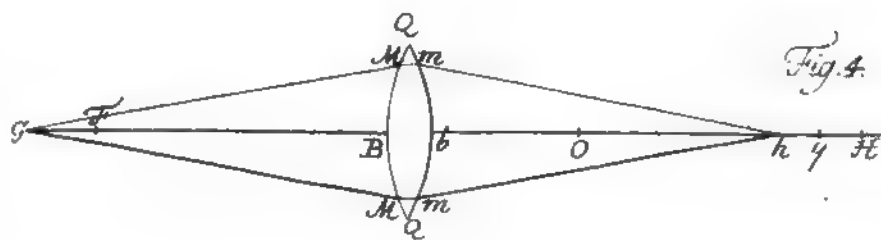
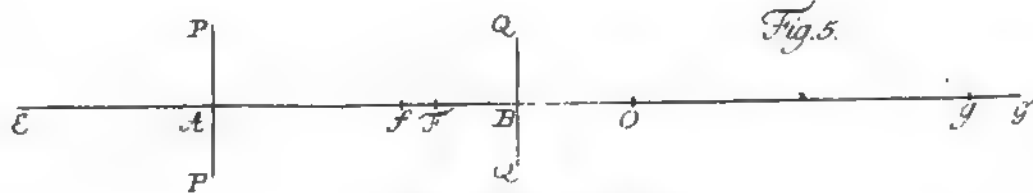


Fig. 5.



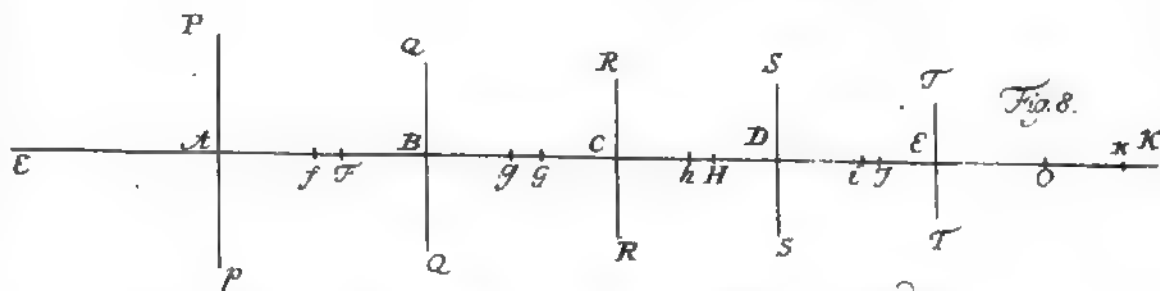
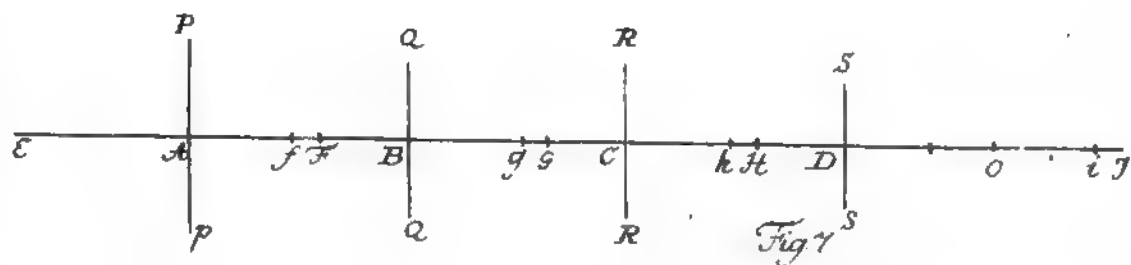
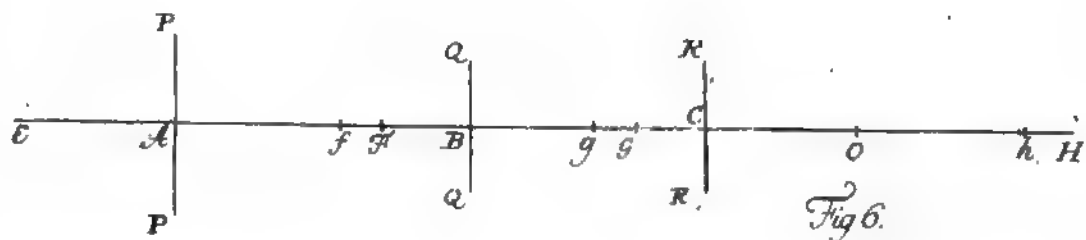


Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

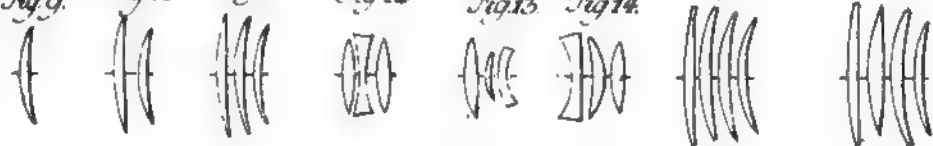
Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.





DÉTERMINATION

D U

CHAMP APPARENT QUE DÉCOUVRENT,
TANT LES TÉLESCOPES QUE LES MICROSCOPES.

P A R M. L. E U L E R.

1.

Les Télescopes & Microscopes découvrent à la fois un espace circulaire, qu'on nomme leur champ apparent, & qu'on mesure par le demi-diamètre dudit espace circulaire. Il y a pourtant une différence dans la mesure de ce champ, lorsqu'il s'agit des Télescopes & des Microscopes. Dans ces derniers instrumens on mesure la quantité de la partie de l'objet, qu'on découvre à la fois en exprimant son demi-diamètre en pouces & en parties de pouce: pendant que pour les Télescopes on mesure l'arc du Ciel, que le champ apparent renferme, en exprimant son demi-diamètre par degrés & minutes, comme il est de coutume de faire dans l'Astronomie. Cependant l'une & l'autre manière peut être comprise sous une même mesure: car, en supposant la distance des objets $= a$, & le demi-diamètre de l'espace circulaire auquel s'étend la vue, $= e$, cette quantité e donne le demi-diamètre du champ apparent pour les Microscopes: or la fraction $\frac{e}{a}$ donne celui pour les Télescopes.

2. La recherche du champ apparent renferme aussi celle du lieu le plus propre pour l'oeil; qui est un point dans l'axe de l'instrument, d'où l'on découvre le plus grand champ, de sorte que si l'oeil étoit placé hors de cet endroit, il verroit un moindre espace. Ainsi ces



ces deux recherches sont tellement liées entr'elles, qu'on ne sauroit déterminer le plus grand champ apparent, sans assigner à l'œil le lieu nécessaire pour voir ce champ tout entier. Je vais donc déterminer l'un & l'autre, sans aucune distinction tant pour les Télescopes que les Microscopes, afin qu'on puisse ensuite appliquer le résultat de mes recherches à l'une & à l'autre espèce de ces instrumens. Puisqu'un seul verre ne limite pas le champ apparent, je commencerai d'abord par les instrumens qui sont composés de deux verres.

PROBLEME I.

3. *L'instrument dioptrique étant composé de deux verres PP & QQ, rangés sur le même axe EO, trouver le champ apparent & le lieu de l'œil O.*

SOLUTION.

Planche VII.

Fig. 1.

Soit $Ee = e$ le demi-diamètre de l'espace visible, & Ff son image présentée par le premier verre PP. Nommons les distances: $EA = a$, $AF = \alpha$, $FB = b$, & $BO = k$; soit de plus la distance de foyer du verre PP $= p$, & du verre QQ $= q$, & l'on aura

$$p = \frac{a\alpha}{a + \alpha}, \text{ \& } q = b; \text{ \& } Ff = \frac{\alpha}{a}e.$$

Cela posé j'observe que l'ouverture du verre objectif PP, ne contribue rien au champ apparent; car quoiqu'un point de l'objet au delà de e puisse être vu par des rayons qui ne passent pas par le centre A du verre objectif, il paroitra plus obscurément, & par cette raison je n'étens le champ apparent que jusqu'à ce point e , qui est le dernier de ceux qu'on peut appercevoir par des rayons qui passent par le milieu A du verre objectif. Je regarderai donc ici l'ouverture du verre objectif PP, comme infiniment petite, mais pour le verre oculaire QQ, puisque son ouverture dépend de sa distance de foyer, j'en marquerai le demi-diamètre par θq , qui sera donc $= \theta b$. Le rayon donc qui passe du point e , par le milieu A du verre objectif, rencontrera le verre



verre oculaire en Q de sorte que $a : e = a + b : BQ$, donc $BQ = \frac{a+b}{a}e$; mais, si e est le dernier point de l'objet qui puisse être vu, il faut que BQ soit égal au demi-diametre de l'ouverture du verre QQ, qui est $= \theta b$, d'où nous trouvons le demi-diametre du champ apparen:

$$e = \frac{\theta b}{a+b}, \text{ \& } \frac{e}{a} = \frac{\theta b}{a+b}.$$

Mais le verre QQ représentera ce point dans la droite Bf à une distance infinie, & le rayon qui en est transmis, passant par le point Q, sera parallele à la droite Bf, & rencontrera l'axe en O, de sorte que

$$Ff : BF = BQ : BO, \text{ d'où l'on tire } BO = BQ \cdot \frac{ab}{ac} = \frac{(a+b)b}{a}.$$

Donc, pour que l'oeil reçoive ce rayon, puisqu'il doit être placé dans l'axe BO derriere le verre oculaire QQ, son lieu sera au point O, &

$$\text{partant la distance derriere le verre oculaire } BO = k = \frac{(a+b)b}{a},$$

$$\text{ou } \frac{k}{b} = \frac{a+b}{a}.$$

PROBLEME II.

4. *L'instrument dioptrique étant composé de trois verres PP, QQ & RR, rangés sur le même axe EO, trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil O.* Fig 1.

SOLUTION.

Soit $Ee = e$ le demi-diametre visible de l'objet, Ff la premiere image, & Gg la seconde. Nommons les distances:

$EA = a$; $AF = a$; $BF = b$; $BG = \epsilon$; $GC = c$ & $CO = k$, & de là nous aurons pour la grandeur des images:

$$Ff = \frac{a}{a}e, \text{ \& } Gg = \frac{a\epsilon}{ab}e.$$



Soient de plus les distances de foyer des verres $PP = p$; $QQ = q$, & $RR = r$, & on aura

$$p = \frac{a\epsilon}{a + \epsilon}; q = \frac{b\epsilon}{b + \epsilon}, \text{ \& } r = c.$$

Que l'ouverture du verre objectif PP soit regardée comme évanouissante, mais soit le demi-diamètre de l'ouverture du verre $QQ = \theta q = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon}$, & du verre $RR = \theta' r = \theta' c$. Maintenant le rayon $eAf b$ du point e de l'objet rencontrera le second verre en b , de sorte que $Bb = \frac{a + b}{a} \epsilon$, de là il passera par le point g & tombera sur le troisième verre en R . Pour trouver ce point, on a cette proportion $BG : Bb + Gg = BC : Bb + CK$, d'où l'on tire:

$$CR + Bb = \frac{\epsilon + c}{\epsilon} (Bb + Gg), \text{ ou bien}$$

$$CR = \frac{c}{\epsilon} \cdot \frac{a+b}{a} \epsilon + \frac{\epsilon+c}{\epsilon} \cdot \frac{a\epsilon}{ab} \epsilon = \left(\frac{c(a+b)}{\epsilon} + \frac{a(\epsilon+c)}{b} \right) \cdot \frac{c}{a}.$$

Mais, si e est le dernier point qui puisse être vu, il faut qu'il soit ou $Bb = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon}$, ou $CR = \theta' c$; de ces deux équations on tirera

deux valeurs pour c , lesquelles, si elles sont inégales, ce sera la plus petite qui donnera la juste valeur pour e , nous aurons donc pour le demi-diamètre du champ apparent ces deux déterminations.

$$\text{I. } \frac{c}{a} (a + b) = \frac{\theta / \epsilon}{b + \epsilon}.$$

$$\text{II. } \frac{c}{a} \left(\frac{c(a+b)}{\epsilon} + \frac{a(\epsilon+c)}{b} \right) = \theta' c,$$

dont la plus petite doit être prise pour la juste valeur de e .



Ensuite, le point g tenant lieu de l'objet par rapport au verre RR, sera représenté dans la droite Cg prolongée à l'infini; donc le rayon qui passe par R étant parallèle à Cg , concourra avec l'axe en O, de sorte que

$$Gg : CG = CR : CO, \text{ donc } CO = \frac{abc}{a\epsilon c} \cdot CR,$$

d'où nous tirons pour le lieu de l'oeil O

$$CO = k = \frac{bc}{a\epsilon} \left(\frac{c(a+b)}{\epsilon} + \frac{a(\epsilon+c)}{b} \right).$$

PROBLEME III.

5. *L'instrument dioptrique étant composé de quatre verres PP, QQ, RR & SS, rangés sur le même axe EO, trouver le champ apparent & le lieu de l'oeil.* Fig. 3.

SOLUTION.

Soit $Ee = e$, le demi-diametre visible de l'objet: & Ff , Gg , Hh , les images successivement représentées par les verres. Nommons les distances:

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d,$$

$$AF = \alpha; BG = \epsilon; CH = \gamma, \text{ \& } DO = k,$$

& la grandeur des images sera

$$Ff = \frac{\alpha}{a}e; Gg = \frac{a\epsilon}{ab}e; Hh = \frac{a\epsilon\gamma}{abc}e.$$

ensuite les distances de foyer

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; q = \frac{b\epsilon}{b+\epsilon}; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}, \text{ \& } s = d.$$

Pofons le demi-diametre de l'ouverture des verres

$$BQ = \theta q = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon}; CR = \theta' r = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}; DS = \theta'' s = \theta'' d,$$

& considérant le rayon eAb , qui par la réfraction est continué en bc , cS , nous aurons comme auparavant

$$Bb = \frac{e}{a} (a + b); \text{ \& } Cc = \frac{e}{a} \left(\frac{c(a+b)}{\epsilon} + \frac{a(\epsilon+c)}{b} \right),$$

& pour trouver DS cette proportion :

$$CH : Cc + Hh = CD : Cc + DS, \text{ d'où résulte }$$

$$DS = \frac{DH}{CH} \cdot Cc + \frac{CD}{CH} \cdot Hh, \text{ \& partant }$$

$$DS = \frac{e}{a} \left(\frac{cd}{\epsilon\gamma} (a+b) + \frac{ad}{b\gamma} (\epsilon+c) + \frac{a\epsilon}{bc} (\gamma+d) \right).$$

Nous aurons donc, pour trouver le demi-diametre du champ apparent e , ces trois équations:

$$\text{I. } \frac{e}{a} (a + b) = \frac{\theta l \epsilon}{b + \epsilon}.$$

$$\text{II. } \frac{e}{a} \left(\frac{c}{\epsilon} (a + b) + \frac{a}{b} (\epsilon + c) \right) = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}.$$

$$\text{III. } \frac{e}{a} \left(\frac{cd}{\epsilon\gamma} (a + b) + \frac{ad}{b\gamma} (\epsilon + c) + \frac{a\epsilon}{bc} (\gamma + d) \right) = \theta'' d.$$

Or, des trois valeurs de e qu'on tire de ces trois équations, ce n'est que la plus petite qui aura lieu.

Pour le lieu de l'oeil O , la ligne SO étant parallèle à Dh , nous aurons $Hh : HD = DS : DO$, & partant $DO = \frac{HD}{Hh} \cdot DS = \frac{bcd}{a\epsilon\gamma} \cdot \frac{a}{e} \cdot DS$, d'où nous tirons :

$$DO = k = \frac{bcd}{a\epsilon\gamma} \left(\frac{cd}{\epsilon\gamma} (a + b) + \frac{ad}{b\gamma} (\epsilon + c) + \frac{a\epsilon}{bc} (\gamma + d) \right).$$



PROBLEME IV.

6. *L'instrument dioptrique étant composé de cinq verres PP, QQ, RR, SS & TT, rangés sur le même axe EO, trouver le champ apparent & le lieu de l'œil O.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit $Ee = e$ le demi-diamètre visible de l'objet; & Ff , Gg , Hh & Ii , les images présentées successivement par les verres. Posons donc les distances:

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d; IE = e,$$

$$AF = \alpha; BG = \epsilon; CH = \gamma; DI = \delta, \text{ \& } EO = k,$$

où il ne faut pas confondre la distance $IE = e$ avec l'espace $Ee = e$. De là la grandeur des images sera:

$$Ff = \alpha \cdot \frac{e}{a}; Gg = \frac{\alpha \epsilon}{b} \cdot \frac{e}{a}; Hh = \frac{\alpha \epsilon \gamma}{bc} \cdot \frac{e}{a}; Ii = \frac{\alpha \epsilon \gamma \delta}{bcd} \cdot \frac{e}{a}.$$

Ensuite, pour les distances de foyer des verres, nous avons:

$$p = \frac{\alpha a}{a + \alpha}; q = \frac{b \epsilon}{b + \epsilon}; r = \frac{c \gamma}{c + \gamma}; s = \frac{d \delta}{d + \delta} \text{ \& } t = e.$$

Or, pour les demi-diamètres de l'ouverture de chacun, posons:

$$BQ = \theta q = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon}; CR = \theta' r = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}; DS = \theta'' s = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta}; ET = \theta''' t = \theta''' e.$$

Cela posé, nous aurons pour les endroits, où le rayon du point e passe par chaque verre comme auparavant:

$$Bb = \frac{e}{a} (\alpha + b); Cc = \frac{e}{a} \left(\frac{c}{\epsilon} (\alpha + b) + \frac{\alpha}{b} (\epsilon + c) \right),$$

$$Dd = \frac{e}{a} \left(\frac{cd}{\epsilon \gamma} (\alpha + b) + \frac{\alpha d}{b \gamma} (\epsilon + c) + \frac{\alpha \epsilon}{bc} (\gamma + d) \right).$$

Or, pour le dernier verre, nous trouvons $ET = \frac{EI}{DI} \cdot Dd + \frac{DE}{DI} \cdot Ii$,

& partant

Bb 3

ET



$$ET = \frac{e}{a} \left(\frac{cde}{\epsilon\gamma\delta} (a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta} (\epsilon+c) + \frac{a\epsilon e}{bc\delta} (\gamma+d) + \frac{a\epsilon\gamma}{bcd} (\delta+e) \right),$$

d'où nous tirons ces quatre équations pour trouver le demi-diametre du champ apparent e :

$$I. \quad \frac{e}{a} (a+b) = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon}.$$

$$II. \quad \frac{e}{a} \left(\frac{c}{\epsilon} (a+b) + \frac{a}{b} (\epsilon+c) \right) = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}.$$

$$III. \quad \frac{e}{a} \left(\frac{cd}{\epsilon\gamma} (a+b) + \frac{ad}{b\gamma} (\epsilon+c) + \frac{a\epsilon}{bc} (\gamma+d) \right) = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta}.$$

$$IV. \quad \frac{e}{a} \left(\frac{cde}{\epsilon\gamma\delta} (a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta} (\epsilon+c) + \frac{a\epsilon e}{bc\delta} (\gamma+d) + \frac{a\epsilon\gamma}{bcd} (\delta+e) \right) = \theta''' e.$$

Or, de ces quatre équations il n'y a que celle qui donne pour e la plus petite valeur, qui aura lieu.

Enfin, pour le lieu de l'oeil O , on trouvera

$$k = \frac{bcde}{a\epsilon\gamma\delta} \left(\frac{cde}{\epsilon\gamma\delta} (a+b) + \frac{ade}{b\gamma\delta} (\epsilon+c) + \frac{a\epsilon e}{bc\delta} (\gamma+d) + \frac{a\epsilon\gamma}{bcd} (\delta+e) \right).$$

PROBLEME V.

7. *L'instrument dioptrique étant composé d'autant de verres qu'on voudra, tous rangés sur le même axe EO, trouver tant le champ apparent, que le lieu de l'oeil O.*

SOLUTION.

Poſons le demi-diametre de l'espace viſible $Ee = z$, & ſuppoſant les images, qui en ſont ſucceſſivement repréſentées en Ff , Gg , Hh &c. ſoient les diſtances

$$EA = a; FB = b; GC = c; HD = d; IE = e \text{ \&c.}$$

$$AF = a; BG = \epsilon; CH = \gamma; DI = \delta; EK = e \text{ \&c.}$$



& la distance de l'œil depuis le dernier verre soit $= k$. Ensuite, soient p, q, r, s, t &c. les distances de foyer des verres PP, QQ, RR, SS &c. & les demi-diamètres de leurs ouvertures :

$$x; \theta q; \theta' r; \theta'' s; \theta''' t \text{ \&c.}$$

dont celui du premier verre x n'entre pas ici en considération : & on aura

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}; q = \frac{b\beta}{b+\beta}; r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}; s = \frac{d\delta}{d+\delta}; t = \frac{e\epsilon}{e+\epsilon} \text{ \&c.}$$

Pofons maintenant pour abrégér :

$$a = \alpha + \beta,$$

$$b = \beta + \gamma + \frac{bc}{a\beta} \alpha,$$

$$c = \gamma + \delta + \frac{cd}{\beta\gamma} b,$$

$$d = \delta + \epsilon + \frac{de}{\gamma\delta} c,$$

&c.

& les verres, excepté l'objectif, fourniront les équations suivantes pour le champ apparent :

$$\text{I. } \frac{z}{a} \cdot a = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \text{ ou } z = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a},$$

$$\text{II. } \frac{z}{a} \cdot \frac{a}{b} \cdot b = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma}, \text{ ou } z = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{ab}{a\beta},$$

$$\text{III. } \frac{z}{a} \cdot \frac{a\beta}{bc} \cdot c = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta}, \text{ ou } z = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta} \cdot \frac{abc}{a\beta c},$$

$$\text{IV. } \frac{z}{a} \cdot \frac{a\beta\gamma}{bcd} \cdot d = \frac{\theta''' e \epsilon}{e + \epsilon}, \text{ ou } z = \frac{\theta''' e \epsilon}{e + \epsilon} \cdot \frac{abcd}{a\beta\gamma d},$$



& de ces valeurs de x celle qui sera la plus petite, donnera le véritable demi-diamètre du champ apparent.

Or, pour la distance de l'oeil k depuis le dernier verre oculaire, il faut considérer séparément chaque nombre de verres, & il sera évident, que nous aurons

pour le cas d'un verre: $\frac{k}{a} = 0,$

pour le cas de 2 verres: $\frac{k}{b} = \frac{a}{a},$

pour le cas de 3 verres: $\frac{k}{c} = \frac{b}{b},$

pour le cas de 4 verres: $\frac{k}{d} = \frac{c}{c},$

pour le cas de 5 verres: $\frac{k}{e} = \frac{d}{d},$

pour le cas de 6 verres: $\frac{k}{f} = \frac{e}{e}.$

COROLLAIRE.

8. Les valeurs de ces lettres allemandes a, b, c, d &c. seront donc:

$$a = a + b,$$

$$b = c + c + \frac{bc}{ab} (a + b),$$

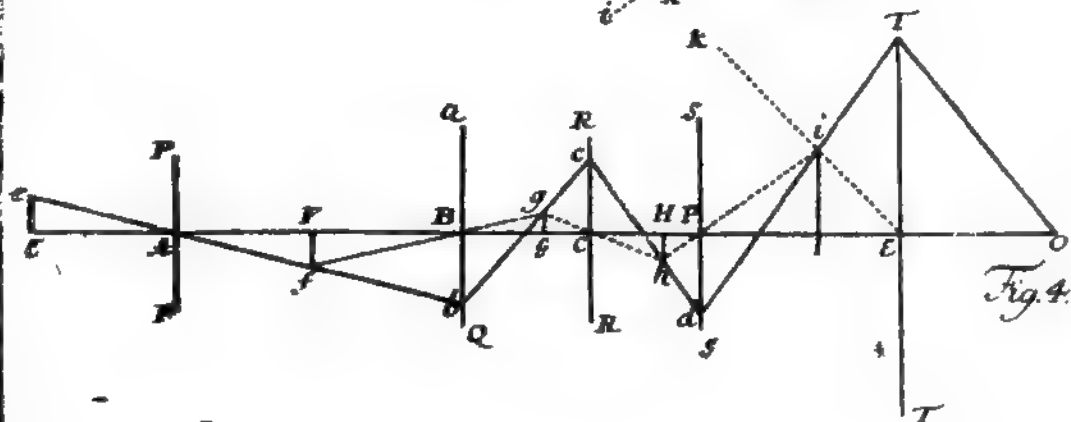
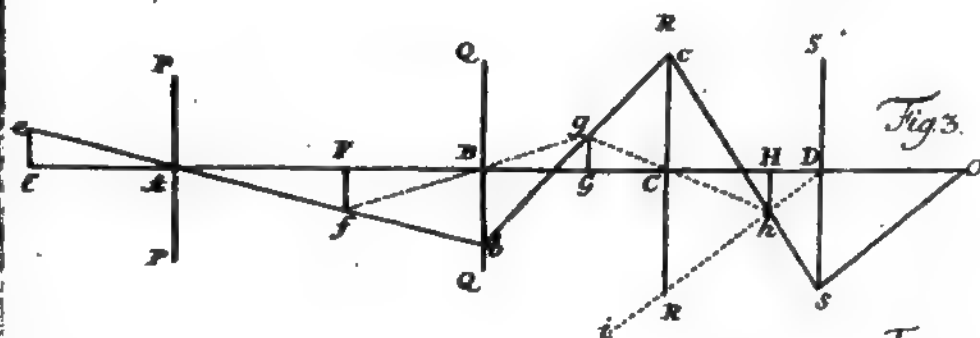
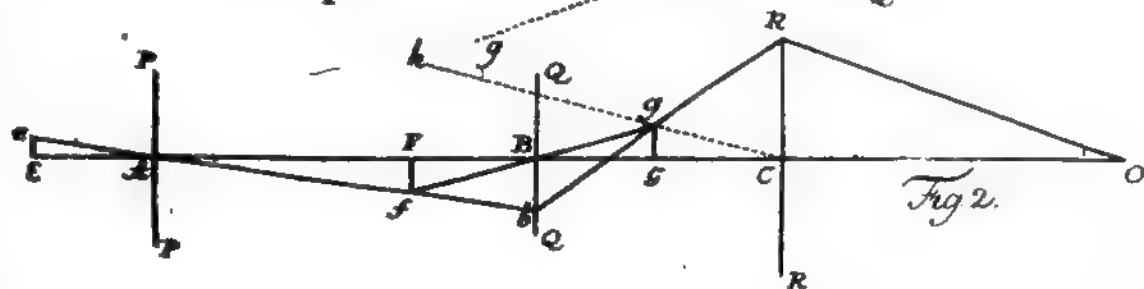
$$c = \gamma + d + \frac{cd}{c\gamma} (c + c) + \frac{bccd}{ab\gamma} (a + b),$$

$$d = \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta} (\gamma + d) + \frac{cdde}{c\gamma\gamma\delta} (c + c) + \frac{bccdde}{ab\gamma\gamma\delta} (a + b),$$

&c.



REG.





REGLES GÉNÉRALES

POUR

LA CONSTRUCTION DES TÉLESCOPES ET
DES MICROSCOPES *)

PAR M. L. EULER.

I.

Après avoir expliqué toutes les conditions qui doivent être observées dans la construction des Télescopes & des Microscopes, de quelque nombre de verres qu'ils soient composés; nous pourrons donner des regles auxquelles il faut satisfaire, si l'on veut porter ces instrumens au plus haut degré de perfection dont ils sont susceptibles. Posons donc, quelque grand que soit le nombre des verres, les distances:

$EA = a$; $FB = b$; $GC = c$; $HD = d$; $IE = e$ &c.

$AF = \alpha$; $BG = \beta$; $CH = \gamma$; $DI = \delta$; $EK = \epsilon$ &c.

les distances de foyer des verres

$$p = \frac{na}{a + \alpha}; q = \frac{b\beta}{b + \beta}; r = \frac{c\gamma}{c + \gamma}; s = \frac{d\delta}{d + \delta}; t = \frac{e\epsilon}{e + \epsilon} \&c.$$

le demi-diametre de l'ouverture du verre objectif $= x$, celui du second verre $= \theta q$, du troisieme $= \theta' r$, du quatrieme $= \theta'' s$, du cinquieme $= \theta''' t$ &c.

Ensuite la multiplication $= m$, le demi-diametre du champ apparent $= z$; le demi-diametre du cylindre lumineux qui entre dans l'oeil

*) Lu en 1756.

l'oeil $\equiv y$; la distance à laquelle nous rapportons la multiplication $\equiv l$; & enfin, soit la distance de l'oeil derrière le dernier verre $\equiv k$. Cela posé, les conditions à remplir pour chaque nombre de verres seront.

I. CAS d'un seul verre.

2. Pour ce cas nous avons $a \equiv \infty$ & $p \equiv a$: & les autres conditions sont

I. La multiplication - - - - $m \equiv \frac{l}{a}$.

II. Le degré de clarté - - - - $y \equiv x$.

III. Le champ apparent est indéterminé.

IV. Le champ apparent exige - - - $k \equiv 0$.

V. Pour éviter la confusion des couleurs $k \equiv 0$.

VI. La confusion causée par l'ouverture $\equiv \frac{\mu x^3}{4} \cdot \frac{\lambda}{aap}$.

3. Ici la valeur de μ est $\equiv 0,93819$, & pour la suite $v \equiv 0,23269$. Or λ est un nombre expliqué cy-dessus, qui dépend de la nature du verre, selon qu'il est simple ou multiple. Ensuite, pour abréger, j'ai posé

$$a \equiv \alpha + b,$$

$$\mathcal{A} \equiv 1 + \frac{\alpha}{a},$$

$$b \equiv \beta + c + \frac{bc}{a\beta} \alpha,$$

$$\mathcal{B} \equiv 1 + \frac{\beta}{b} + \frac{a\beta}{bb} \mathcal{A},$$

$$c \equiv \gamma + d + \frac{cd}{\beta\gamma} b,$$

$$\mathcal{C} \equiv 1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{\beta\gamma}{cc} \mathcal{B},$$

$$d \equiv \delta + e + \frac{de}{\gamma\delta} c,$$

$$\mathcal{D} \equiv 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{\gamma\delta}{dd} \mathcal{C},$$

$$e \equiv \epsilon + f + \frac{ef}{\delta\epsilon} d,$$

$$\mathcal{E} \equiv 1 + \frac{\epsilon}{e} + \frac{\delta\epsilon}{ee} \mathcal{D}.$$

&c.

&c.



II. CAS.

Des Instrumens composés de deux verres.

4. Pour ce cas nous avons $\mathcal{E} = \infty$ & $q = b$, les autres conditions sont :

I. La multiplication $m = + \frac{al}{ab}.$

II. Le degré de clarté $y = \frac{bx}{a}.$

Condition requise pour cela $\theta > \frac{x}{a}.$

III. Le champ apparent $z = \theta b. \frac{\pi}{a}.$

IV. Il exige $\frac{k}{b} = \frac{a}{a}.$

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs $\frac{k}{b} = \frac{(1 + \frac{a}{b}) \mathcal{A}}{1 + \frac{a}{b} \mathcal{A}}.$

VI. La confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu b}{4a} x^3 \left(\frac{\lambda (1 + \frac{a}{a})^2 + vna}{aabbp} + \frac{\lambda'}{aag} \right).$$

III. CAS.

Des Instrumens composés de trois verres.

5. Pour ce cas nous avons $\gamma = \infty$ & $r = c$: les autres conditions sont

I. La multiplication $m = + \frac{a^2 l}{abc}.$

II. Le degré de clarté $y = \frac{bcx}{a^2}.$



Conditions requises pour cela :

$$\theta > \frac{x(b + \epsilon)}{a\epsilon}, \quad \& \quad \theta' > \frac{bx}{a\epsilon}.$$

III. Le champ apparent se détermine par celle de ces deux égalités qui donne la plus petite valeur de z

$$z = \frac{\theta b \epsilon}{b + \epsilon} \cdot \frac{a}{a}, \quad \& \quad z = \theta' \epsilon \cdot \frac{ab}{ab}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{c} = \frac{b}{\epsilon}$.

V. Pour éviter les couleurs $\frac{k}{c} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathfrak{A} + (1 + \frac{\epsilon}{c})\mathfrak{B}}{1 + \frac{\epsilon}{c} \mathfrak{B}}.$

VI. La confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{\mu b c}{4 a \beta} x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta (\lambda (a + a)^2 + v a a)}{a a b b c c p} \\ + \frac{\lambda' (b + \beta)^2 v b \beta}{a a c c q} \\ + \frac{\lambda'' b b}{a a \beta \beta r} \end{array} \right.$$

IV. CAS.

Des Instrumens composés de quatre verres.

6. Pour ce cas nous avons $\delta = \infty$ & $s = d$

I. La multiplication - - - $m = + \frac{a \beta \gamma l}{a b c d}.$

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{b c d x}{a \beta \gamma}.$

Conditions requises pour cela

$\theta >$

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \theta'' > \frac{bcx}{a\beta\gamma}.$$

III. Des trois valeurs suivantes de z la plus petite donne le champ apparent:

$$z = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{a b}{a b}; \quad z = \theta'' d \cdot \frac{a b c}{a b c}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{d} = \frac{c}{\gamma}.$

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{d} = \frac{(1 + \frac{a}{b}) \mathfrak{A} + (1 + \frac{\beta}{c}) \mathfrak{B} + (1 + \frac{\gamma}{d}) \mathfrak{C}}{1 + \frac{\gamma}{d} \mathfrak{C}}.$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est

$$\frac{abcd}{4a\beta\gamma} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta\beta\gamma\gamma (\lambda (a + a)^2 + v a a)}{a a b b c c d d p}, \\ + \frac{\gamma\gamma (\lambda' (b + \beta)^2 + v b \beta)}{a a c c d d q}, \\ + \frac{b b (\lambda'' (c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \beta \beta d d r}, \\ + \frac{\lambda''' b b c c}{a a \beta \beta \gamma \gamma s}. \end{array} \right.$$

V. CAS.

Des Instrumens composés de cinq verres.

7. Pour ce cas nous avons $e = \infty$ & $t = e$.

I. La multiplication $m = + \frac{a\beta\gamma\delta l}{abcde}.$

Cc 3

II.



II. Le degré de clarté $\gamma = \frac{bcdex}{a\beta\gamma\delta}$.

Conditions requises pour cela

$$\theta > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \theta' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \theta'' > \frac{bcx(d+\delta)}{a\beta\gamma\delta}; \theta''' > \frac{bcdx}{a\beta\gamma\delta}.$$

III. Des quatre valeurs suivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent:

$$z = \frac{\theta b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; z = \frac{\theta' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{ab}{ab}; z = \frac{\theta'' d \delta}{d + \delta} \cdot \frac{abc}{abc}; z = \theta''' e \cdot \frac{abcd}{abcd}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{e} = \frac{b}{\delta}$.

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs:

$$\frac{k}{e} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathfrak{A} + (1 + \frac{\beta}{c})\mathfrak{B} + (1 + \frac{\gamma}{d})\mathfrak{C} + (1 + \frac{\delta}{e})\mathfrak{D}}{1 + \frac{\delta}{e} \mathfrak{D}}.$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est exprimée ainsi:

$$\frac{\mu h c d e}{4 a \cdot \gamma \delta} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta \gamma \gamma \delta \delta (\lambda (a + a)^2 + v a a)}{a a b b c c d d e e p}, \\ + \frac{\gamma \gamma \delta \delta (\lambda' (b + \beta)^2 + v b \beta)}{a a c c d d e e q}, \\ + \frac{b b \delta \delta (\lambda'' (c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \beta \beta d d e e r}, \\ + \frac{b b c c (\lambda''' (d + \delta)^2 + v d \delta)}{a a \beta \beta \gamma \gamma e e s}, \\ + \frac{\lambda'''' b b c c d d}{a a \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta t}. \end{array} \right.$$

VI. CAS.

Des Instrumens composés de six verres.

8. Pour ce cas nous avons $\zeta = \infty$ & $u = f$.

I. La multiplication - - - $m = + \frac{a\beta\gamma\delta\epsilon l}{abcdef}$.

II. Le degré de clarté - - - $y = \frac{bcdefx}{a\beta\gamma\delta\epsilon} = \frac{lx}{ma}$.

Les conditions requises pour cela sont :

$$\theta' > \frac{x(b+\beta)}{a\beta}; \theta'' > \frac{bx(c+\gamma)}{a\beta\gamma}; \theta''' > \frac{bcx(d+\delta)}{a\beta\gamma\delta}; \theta^{IV} > \frac{bcdx(e+\epsilon)}{a\beta\gamma\delta\epsilon}; \theta^V > \frac{bcde x}{a\beta\gamma\delta\epsilon}.$$

III. Des cinq valeurs suivantes de z la plus petite donne le demi-diametre du champ apparent :

$$z = \frac{\theta' b \beta}{b + \beta} \cdot \frac{a}{a}; \quad z = \frac{\theta'' c \gamma}{c + \gamma} \cdot \frac{a b}{a b}$$

$$z = \frac{\theta''' d \delta}{d + \delta} \cdot \frac{a b c}{a \beta \gamma}; \quad z = \frac{\theta^{IV} e \epsilon}{e + \epsilon} \cdot \frac{a b c d}{a \beta \gamma \delta}; \quad z = \theta^V f \cdot \frac{a b c d e}{a \beta \gamma \delta \epsilon}.$$

IV. Le champ apparent exige $\frac{k}{f} = \frac{e}{e}.$

V. Or, pour éviter la confusion des couleurs, il faut

$$\frac{k}{f} = \frac{(1 + \frac{a}{b})\mathcal{A} + (1 + \frac{\epsilon}{c})\mathcal{B} + (1 + \frac{\gamma}{\delta})\mathcal{C} + (1 + \frac{\delta}{e})\mathcal{D} + (1 + \frac{e}{f})\mathcal{E}}{1 + \frac{e}{f} \mathcal{E}}.$$

VI. Enfin la confusion causée par l'ouverture est :

$$\frac{\mu b c d e f}{4 a \beta \gamma \delta \epsilon} \cdot x^3 \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda (a + a)^2 + v a a)}{a a b b c c d d e e f f p}, \\ + \frac{\gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda' (b + \beta)^2 + v b \beta)}{a a c c d d e e f f q}, \\ + \frac{b b \delta \delta \epsilon \epsilon (\lambda'' (c + \gamma)^2 + v c \gamma)}{a a \beta \beta d d e e f f r}, \\ + \frac{b b c c \epsilon \epsilon (\lambda''' (d + \delta)^2 + v d \delta)}{a a \beta \beta \gamma \gamma e e f f s}, \\ + \frac{b b c c d d (\lambda^{IV} (e + e)^2 + v e e)}{a a \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta f f t}, \\ + \frac{\lambda' b b c c d d e e}{a a \beta \beta \gamma \gamma \delta \delta \epsilon \epsilon u}. \end{array} \right.$$

9. De là il est aisé de fixer les règles pour la construction de 7 & plusieurs verres, & toute l'adresse consiste maintenant en ce qu'on satisfasse à ces conditions prescrites. Or il s'agit de déterminer en sorte toutes les quantités qui entrent dans nos formules, qu'on obtienne une multiplication donnée avec un degré de clarté donné: ensuite, qu'on acquierre le plus grand champ apparent possible, & que l'expression trouvée pour la confusion qui vient de l'ouverture des verres devienne moindre que le degré de confusion, qui est encore supportable; or nous avons vu que, pour cet effet, nos expressions doivent de-

venir moindres que $\frac{\mu}{200000}$ au moins pour les Télescopes; car pour les Microscopes on peut souffrir un plus grand degré de confusion. Enfin il est fort important, de faire en sorte que les deux valeurs assignées pour k deviennent égales entr'elles, & même positives.

10. Après cela il faut observer, que les quantités a , b , β , c &c. peuvent aussi bien être prises négatives que positives, pourvu que les distances des verres $a + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ &c. soient toutes



toutes positives. De plus, pour ce qui regarde les nombres θ , θ' , θ'' il est indifférent s'ils sont positifs ou négatifs; & la même ambiguïté doit être admise dans la lettre z , qui exprime le demi-diamètre du champ apparent; car, pourvu qu'elle devienne grande, soit quelle soit positive ou négative, on obtiendra toujours un grand champ apparent.

11. Sans encore entreprendre le développement de chaque cas, nous pouvons faire quelques conclusions générales. Ainsi, quel que soit le nombre des verres, on voit qu'il y a toujours $my = \frac{lx}{a}$,

ou $y = \frac{l}{a} \cdot \frac{x}{m}$; ou bien $x = my \cdot \frac{a}{l}$: & partant le demi-dia-

mètre de l'ouverture du verre objectif suit toujours la raison composée de la multiplication m , & de la clarté exprimée par y . Donc, plus on veut grossir les objets, avec le même degré de clarté, & plus doit être grand le diamètre de l'ouverture du verre objectif: & la multiplication demeurant la même, la clarté est proportionnelle à l'ouverture du verre objectif.

12. Ensuite il est clair que le demi-diamètre du dernier verre, ou de celui qui est le plus près de l'œil, doit être plus grand que le demi-diamètre du cylindre lumineux, qui entre dans l'œil, qui nous sert de mesure de la clarté. Donc, dès que le degré de clarté est prescrit, on ne sauroit diminuer la distance de foyer du dernier verre au delà d'un certain terme: puisqu'il faut toujours qu'il admette une plus grande ouverture, que celle dont le demi-diamètre seroit $= y$.

13. Enfin, dans la formule qui exprime la confusion causée par l'ouverture des verres, le premier facteur, qui contient le cube de x , se réduit toujours à cette forme $\frac{\mu l}{4ma} x^3$, quelque grand que soit le nombre des verres: & le premier membre de l'autre facteur, qui répond au verre objectif, prend toujours cette forme:



$\frac{\mu m (\lambda (a + a)^2 + vna)}{aalp}$, & partant la partie de la confusion,

qui est causée par le seul verre objectif est toujours exprimée ainsi :

$$\frac{\mu m x^3}{4aal} \cdot \frac{\lambda (a + a)^2 + vna}{p} = \frac{\mu m x^3}{4aap} \cdot \frac{\lambda (a + a)^2 + vna}{al}.$$

Cette partie est ordinairement la plus considérable de toute la confusion.

14. Les valeurs des petites lettres allemandes a, b, c, d, e &c. si nous y introduisons les distances de foyer q, r, s, t, u &c. pourront être représentées en sorte

$$\frac{a}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a},$$

$$\frac{b}{b} = \frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{a\beta},$$

$$\frac{c}{c} = \frac{\gamma}{c} + \frac{d}{r} + \frac{bcd}{\beta\gamma q} + \frac{bbcd}{a\beta\beta\gamma},$$

$$\frac{d}{d} = \frac{\delta}{d} + \frac{e}{s} + \frac{cde}{\gamma\delta r} + \frac{bccde}{\beta\gamma\gamma\delta q} + \frac{bbccde}{a\beta\beta\gamma\gamma\delta},$$

$$\frac{e}{e} = \frac{\varepsilon}{e} + \frac{f}{t} + \frac{def}{\delta\varepsilon s} + \frac{cddef}{\gamma\delta\delta\varepsilon r} + \frac{bccddef}{\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon q} + \frac{bbccdddef}{a\beta\beta\gamma\gamma\delta\delta\varepsilon}.$$

&c.

d'où il sera plus aisé de développer les formules pour le champ apparent, de même que celles pour la distance de l'oeil derriere le dernier verre.

15. Puisque chaque verre, excepté l'objectif, donne une équation pour le demi-diametre du champ apparent, dont pourtant une seule, savoir celle qui donne la plus petite valeur pour z, a lieu, si nous y remettons ces valeurs développées, ces équations seront

$$\text{I. } \frac{\theta q}{z} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a},$$

$$\text{II. } \frac{\theta' r}{z} = \frac{a\beta}{ab} + \frac{ac}{aq} + \frac{bc}{a\beta},$$

$$\text{III. } \frac{\theta'' s}{z} = \frac{a\beta\gamma}{abc} + \frac{a\beta d}{abr} + \frac{acd}{a\gamma q} + \frac{bcd}{a\beta\gamma},$$

$$\text{IV. } \frac{\theta''' t}{z} = \frac{a\beta\gamma\delta}{abcd} + \frac{a\beta\gamma e}{abcs} + \frac{a\beta de}{ad\delta r} + \frac{acde}{a\gamma\delta q} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta},$$

$$\text{V. } \frac{\theta'''' u}{z} = \frac{a\beta\gamma\delta e}{abcde} + \frac{a\beta\gamma\delta f}{abcdt} + \frac{a\beta\gamma ef}{abces} + \frac{a\beta def}{ab\delta er} + \frac{acdef}{a\gamma\delta eq} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta e}.$$

&c.

ou bien

$$\text{I. } \frac{\theta q}{z} = \frac{a}{a} \left(1 + \frac{b}{a} \right),$$

$$\text{II. } \frac{\theta' r}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta}{b} + \frac{c}{q} + \frac{bc}{a\beta} \right),$$

$$\text{III. } \frac{\theta'' s}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma}{bc} + \frac{\beta d}{br} + \frac{cd}{\gamma q} + \frac{bcd}{a\beta\gamma} \right),$$

$$\text{IV. } \frac{\theta''' t}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma\delta}{bcd} + \frac{\beta\gamma e}{bcs} + \frac{\beta de}{b\delta r} + \frac{cde}{\gamma\delta q} + \frac{bcde}{a\beta\gamma\delta} \right),$$

$$\text{V. } \frac{\theta'''' u}{z} = \frac{a}{a} \left(\frac{\beta\gamma\delta e}{bcde} + \frac{\beta\gamma\delta f}{bcdt} + \frac{\beta\gamma ef}{bces} + \frac{\beta def}{b\delta er} + \frac{cdef}{\gamma\delta eq} + \frac{bcdef}{a\beta\gamma\delta e} \right).$$

&c.



SUR LA PERFECTION

DES

LUNETTES ASTRONOMIQUES, QUI REPRÉ- SENTENT LES OBJETS RENVERSÉS. *)

PAR M. EULER.

I.

Pour perfectionner les lunettes ordinaires à deux verres convexes, qui présentent les objets renversés, il y a deux conditions, qu'il faut principalement avoir en vue. L'une est de les rendre plus courtes, & l'autre de leur procurer un plus grand champ apparent. S'il faut grossir 100 fois le diamètre des objets, une Lunette ordinaire construite selon les règles de Huygens, aura 30 pieds de longueur & ne découvrira qu'un champ de 18' en diamètre, & de plus grandes multiplications demandent des lunettes d'une longueur énorme, qui en rend l'usage presque tout à fait impraticable. Pour le champ apparent on a déjà remarqué, qu'en introduisant un troisième verre au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire, on le peut augmenter considérablement, jusqu'à doubler son diamètre: & en doublant le verre oculaire, on peut pousser cet avantage bien au delà.

2. Mais la longueur des lunettes étant déterminée par la confusion que produisent les verres à cause de leur figure sphérique, le seul moyen de la diminuer est, de former les verres en sorte qu'ils produisent une moindre confusion, sans leur donner une autre figure que la sphérique, ou même de réduire la confusion tout à fait à rien. On peut attendre un tel effet en composant l'objectif de deux ou trois ver-



verres, & si l'on pouvoit former leurs faces sphériques en sorte que la confusion fût tout à fait détruite, ce seroit le moyen de rendre les lunettes les plus courtes qu'il est possible. Pour parvenir à ce but, je vais développer plus soigneusement les principes, sur lesquels cette espece des lunettes à trois verres est fondée.

3. Je considère donc en général une telle lunette, dont PP soit le verre objectif, la distance de son foyer $= p$ le diamètre de son ouverture $= x$, & le nombre, qui en entre dans l'expression de la confusion $= \lambda$. Le second verre QQ, qui est posé à la distance AB $= p$, ait sa distance de foyer $= q$, & le diamètre de son ouverture $= \pi q$, ce verre étant placé au foyer de l'objectif n'influe point dans la confusion. Le troisieme verre ou l'oculaire RR ait sa distance de foyer $= r$, le diamètre de son ouverture $= \pi' r$, & le nombre qui en entre dans la confusion $= \lambda''$; ce verre sera placé à la distance BC $= r$, si l'oeil voit distinctement à une distance infinie; & ceux qui ont la vue courte, l'approcheront d'avantage du verre de milieu BB. Maintenant, si la lunette doit grossir m fois le diamètre des objets, il faut prendre $r = \frac{p}{m}$, & pour obtenir un degré de clarté qui seroit environ 10 fois plus petit qu'à la vue simple, il faut prendre $x = \frac{m}{30}$ ponce.

Planche IX.

Fig. 1.

4. Afin que la confusion soit assez petite, pour ne pas troubler la vision, en consultant l'expérience, on a trouvé qu'il faut prendre

$$p = 15 x \sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{(\lambda m + \lambda'')} \text{ ponces,}$$

d'où il est clair, que si l'on pouvoit déterminer en sorte les nombres λ & λ'' , qu'il devint $\lambda m + \lambda'' = 0$, on pourroit prendre la quantité p aussi petite que l'ouverture nécessaire de ce verre le permet. Or pour les objectifs, il faut bien que leur distance de foyer soit plusieurs fois plus grande que le diamètre de leur ouverture, selon que les faces sont plus ou moins courbes. Si l'objectif étoit également convexe des

deux côtés, on pourroit presque prendre $p = 2x = \frac{m}{15}$ pouce; mais, s'il étoit plano-convexe, il faudroit bien prendre $p = \frac{2m}{15}$ pouce, ou encore plus grand.

5. Si l'on prenoit $p = \frac{m}{5}$ pouce, la distance de foyer du verre oculaire deviendroit $= \frac{1}{2}$ pouce, qui seroit sans doute trop petite, puisqu'elle n'admettroit pas une assez grande ouverture pour transmettre tous les rayons. Car il faut que le diamètre de son ouverture soit au moins $\frac{1}{2}$ pouce, & partant sa distance de foyer au moins $\frac{1}{2}$ pouce. Or, puisque, dès qu'il reste encore quelque confusion, il faut augmenter les mesures, établissons d'abord la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce, & celle de l'objectif sera $p = \frac{m}{2}$ pouces, qui admettra sans doute une ouverture dont le diamètre est $= \frac{m}{30}$ pouces : & si l'on ne devoit pas craindre les erreurs inévitables dans l'anéantissement de la confusion, on pourroit sans crainte donner à p une plus petite valeur, ce qui rendroit la lunette encore plus courte. Mais on a lieu d'être très content de la longueur que nous procurera cette hypothèse de $r = \frac{1}{2}$ pouce, & $p = \frac{m}{2}$ pouces.

6. Pour le champ apparent, si nous posons $q = \frac{p}{n}$, son diamètre sera égal à la moindre de ces deux valeurs $\frac{\pi}{n}$ & $\frac{\pi'}{m - n + 1}$, dont celle-là dépend de l'ouverture du verre moyen, & celle-cy de l'ouverture de l'oculaire. Le plus avantageux est de rendre ces deux valeurs égales entr'elles, d'où l'on tire, $n = \frac{\pi(m+1)}{\pi + \pi'}$, & le dia-

mètre



metre du champ apparent $= \frac{\pi + \pi'}{m + 1}$: donc, plus on sera en état d'augmenter les nombres π & π' , plus on augmentera le champ apparent: & partant il conviendra de faire le verre moyen en sorte que la distance de foyer soit $q = \frac{(\pi + \pi') p}{\pi (m + 1)}$. Pour le lieu de l'œil O, il

le faudra placer derrière l'oculaire à la distance $CO = \frac{m - n + 1}{mm} p$
 $= \frac{\pi' (m + 1)}{(\pi + \pi') mm} p = \frac{\pi' (m + 1)}{(\pi + \pi') m} r$, pour embrasser tout le

champ. Mais, si l'on veut voir les objets sans des bords colorés, il faudra les placer à une distance plus petite $CO = \frac{m - n + 1}{m(m + 1)} p = \frac{\pi'}{\pi + \pi'} r$; la différence entre ces deux lieux n'étant quasi rien dans les grandes multiplications.

7. Tout revient donc à faire les deux verres QQ & RR en sorte qu'ils admettent la plus grande ouverture par rapport à leurs distances de foyers. Pour cet effet, il sera bon de les faire également convexes des deux côtés; en prenant le rayon de chaque face du verre QQ $= \frac{1}{2} q$, & du verre RR $= \frac{1}{2} r$: alors on pourra bien prendre les nombres $\pi = \pi' = \frac{1}{2}$; & le diamètre du champ apparent deviendra $\frac{1}{m + 1}$, ou bien $= \frac{3437}{m + 1}$ minutes, qui est deux fois

plus grand que dans les lunettes ordinaires. Alors on aura $q = \frac{2p}{m + 1}$;

$r = \frac{p}{m}$, & pour le lieu de l'œil $CO = \frac{r}{2}$. Or, faisant le verre

oculaire également convexe des deux côtés, le nombre qui lui répond pour la confusion sera $\lambda'' = 1,62979$. Il faudra donc trouver un tel objet PP, qu'il devienne $\lambda m + 1,62979 = 0$: ou puisqu'il

fau-



faudroit prendre $p = \frac{1}{2} m \sqrt[3]{(\lambda m + 1,62979)}$, & que nous prenons $p = \frac{1}{2} m$, il suffira que la quantité $\lambda m + 1,62979$, ne surpasse point l'unité, tant positivement que négativement.

8. J'ai supposé ici les deux verres QQ & RR simples; mais on pourra doubler l'un ou l'autre, ou tous les-deux, en joignant ensemble deux verres égaux & également convexes des deux côtés: alors, puisque le rayon de chaque face devient deux fois plus grand qu'auparavant, afin que la distance de foyer demeure la même, ces verres admettront une plus grande ouverture & l'on pourra prendre $\pi = \pi' = 1$; de sorte que le diamètre du champ apparent sera aussi deux fois plus grand. Si l'on vouloit chacun de ces deux vers triples, en joignant ensemble trois verres égaux & également convexes des deux côtés, où le rayon de chaque face sera trois fois plus grand; puisqu'on pourra prendre $\pi = \pi' = \frac{2}{3}$, le diamètre du champ apparent deviendra aussi trois fois plus grand. Mais, en doublant le verre oculaire de cette manière, on aura $\lambda'' = 0,979076$, & en le triplant, $\lambda'' = 0,858571$.

9. Si l'on omettoit tout à fait le verre moyen QQ, on auroit une lunette ordinaire, de la même longueur, avec la même multiplication; où la confusion seroit aussi réduite à rien, en rendant $\lambda m + \lambda'' = 0$: mais alors le diamètre du champ apparent seroit $= \frac{\pi'}{m + 1}$, & partant plus petit que dans le premier cas. Outre cela, pour le lieu de l'oeil O, on auroit la distance $CO = \frac{m + 1}{m} r$, ou seulement $CO = r$, si l'on veut éviter les couleurs d'iris. Mais, si l'on doubloit comme auparavant le verre oculaire, puisqu'on pourroit prendre $\pi' = 1$, le diamètre du champ apparent deviendroit aussi deux fois plus grand, & partant le même que si, au lieu de doubler le verre oculaire, on mettoit en B un verre convenable, comme cy-dessus. Si l'on triplait le verre oculaire, on obtiendrait un champ, dont le diamètre



metre seroit trois fois plus grand & ainsi de suite. Mais il faut bien remarquer, qu'en multipliant les verres on perd de la clarté.

10. Supposons qu'on puisse construire de tels verres objectifs où il seroit $\lambda m + \lambda'' = 0$, ou du moins $\lambda m + \lambda'' < 1$; & par rapport aux deux autres verres, selon qu'ils seroient simples ou multiples, on pourra établir plusieurs especes de ces lunettes, pour produire le plus grand champ apparent: je vais en faire le denombrement.

I Espece: Où il n'y a point de verre moyen QQ, l'oculaire CC étant simple également convexe des deux côtés, & le rayon de chaque face $= \frac{1}{2} r$. Alors, prenant $\pi' = \frac{1}{2}$, le diametre du champ apparent sera $= \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1} \cdot 1718\frac{1}{2}$ minutes, comme dans les lunettes ordinaires. Mais, ayant détruit la confusion, puisqu'on pourra prendre $r = \frac{1}{2}$ ponce, & $p = \frac{m}{2}$ ponce, la longueur de la lunette ne sera que de $\frac{m+1}{2}$ ponces. Pour le lieu de l'oeil on aura $CO = r$.

11. *II Espece.* Où il n'y a point de verre moyen QQ, mais le verre oculaire est double, ou composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, de sorte que le rayon de chaque face soit $= \frac{1}{2} r$, ou $= \frac{1}{2}$ ponce, en supposant $r = \frac{1}{2}$ ponce: auquel on donne une ouverture de $\frac{1}{2}$ ponce en diametre.

Ayant donc $\pi' = 1$, le diametre du champ apparent sera $= \frac{1}{m+1}$, ou $= \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes. Pour le lieu de l'oeil on aura comme auparavant $CO = r = \frac{1}{2}$ ponce, & dans cette espece il iera $\lambda'' = 0,979076$.

12. *III Espece.* Où il n' a point de verre moyen QQ, mais l'oculaire RR est triple, ou composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{3}{5} r$, ou $\equiv \frac{3}{5}$ pouce. Cet oculaire admettant une ouverture de $\frac{3}{4}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & pour le diametre du champ apparent $\frac{3}{2(m+1)} = \frac{5}{m+1} \cdot 5155\frac{1}{2}$ minutes. Dans ce cas, la valeur de λ'' sera $\equiv 0,858571$, & l'oeil doit être placé derriere l'oculaire à la distance $CO = r = \frac{3}{5}$ pouce.

13. *IV Espece.* Le verre moyen QQ est simple également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} q$, partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de son ouverture $\equiv \frac{1}{2} q$. Le verre oculaire RR est aussi simple, & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque côté étant $\equiv \frac{1}{5} r = \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r$, ou $\frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$. Ensuite le diametre du champ apparent $\frac{1}{m+1} = \frac{1}{m+1} \cdot 3437$ minutes; & la distance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1,62979$.

14. *V Espece.* Le verre moyen QQ est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, ou le diametre de son ouverture $\equiv \frac{1}{2} q$. Or le verre oculaire RR est double, ou composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $\equiv \frac{1}{5} r = \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de r , ou de $\frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{3p}{m+1}$
 $\equiv$



$= \frac{3mr}{m+1}$. De là le diamètre du champ apparent sera $= \frac{3}{2(m+1)}$

$= \frac{1}{m+1}$. 5155½ min. & la distance de l'oeil derrière l'oculaire

CO $= \frac{2}{3}r = \frac{1}{3}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,979076$.

15. *VI Espece.* Le verre moyen QQ est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}q$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{1}{2}q$ en diamètre. Or le verre oculaire RR est triple, ou composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{2}{5}r = \frac{3}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}r$ ou $\frac{1}{4}$ pouce en diamètre, on aura $\pi' = \frac{2}{3}$, & partant

$q = \frac{4p}{m+1} = \frac{4mr}{m+1}$. De là le diamètre du champ apparent

sera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1}$. 6874 min. & la distance de l'oeil der-

rière l'oculaire $= \frac{3}{4}r = \frac{3}{8}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 0,858571$.

16. *VII Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diamètre. Or le verre oculaire RR est simple & également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{5}r = \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2}r$ ou $\frac{1}{4}$ pouce en diamètre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$, & partant

$q = \frac{3p}{2(m+1)} = \frac{3mr}{2(m+1)}$. De là le diamètre du champ apparent

sera $= \frac{3}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$. 5155½ minutes, & la distance de

l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce: enfin on aura $\lambda'' = 1,62979$.

17. *VIII Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes de deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR est aussi double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} r = \frac{1}{5}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce

en diametre, on aura $\pi' = 1$, & partant $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

Delà le diametre du champ apparent sera $= \frac{2}{m+1} = \frac{1}{m+1} . 6874$ minutes, & la distance de l'oeil derriere l'oculaire $CO = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

18. *IX Espece.* Le verre moyen QQ est double, & composé de deux verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{11}{5} q$, & partant $\pi = 1$, en lui donnant une ouverture de q en diametre. Or le verre oculaire RR est triple, composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés; le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{8} r = \frac{3}{8}$ pouce: donnant à ce verre une ouverture de $\frac{3}{2} r = \frac{3}{4}$ pouce en dia-

metre, on aura $\pi' = \frac{3}{2}$, & partant $q = \frac{5p}{2(m+1)} = \frac{5mr}{2(m+1)}$.

Delà le diametre du champ apparent sera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$.

$8592\frac{1}{2}$ min. & la distance de l'oeil derriere le verre oculaire $CO = \frac{3}{4} r = \frac{3}{8}$ pouce: enfin $\lambda'' = 0,858571$.

19. *X Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres égaux entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon

rayon de chaque face étant $= \frac{1}{2} r$, & partant $\pi = \frac{1}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{1}{2}$ en diametre. Or le verre oculaire RR est simple, également convexe des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de

$\frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce en diametre, on aura $\pi' = \frac{1}{2}$ & $q = \frac{4p}{3(m+1)}$

$= \frac{4mr}{3(m+1)}$. De là le diametre du champ apparent sera $= \frac{2}{m+1}$

$= \frac{1}{m+1}$. 6874 minutes, & la distance de l'oeil derriere le verre

oculaire CO $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 1,62979$.

20. *XI Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres entr'eux, & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} q$ & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire RR est double, composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{2}$ pouce. Donnant à ce verre une ouverture de $r = \frac{1}{2}$ pouce

en diametre, on aura $\pi' = 1$, & $q = \frac{5p}{3(m+1)} = \frac{5mr}{3(m+1)}$.

De là le diametre du champ apparent sera $= \frac{5}{2(m+1)} = \frac{1}{m+1}$.

8592 $\frac{1}{2}$ minutes. Et la distance de l'oeil derriere le verre oculaire sera CO $= \frac{3}{2} r = \frac{3}{2}$ pouce, & enfin $\lambda'' = 0,979076$.

21. *XII Espece.* Le verre moyen QQ est triple, composé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} q$, & partant $\pi = \frac{3}{2}$, en lui donnant une ouverture de $\frac{3}{2} q$ en diametre. Or le verre oculaire est aussi triple, composé de trois verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= \frac{3}{2} r = \frac{3}{2}$ pou-



ces. Donnant à ce verre une ouverture de $\frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce en dia-

metre, à cause de $\pi' = \frac{1}{2}$, on aura $q = \frac{2p}{m+1} = \frac{2mr}{m+1}$.

De là le diamètre du champ apparent sera $= \frac{3}{m+1} = \frac{1}{m+1}$.

10311 minutes, & la distance de l'oeil derriere le verre oculaire CO $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{4}$ pouce, enfin $\lambda'' = 0,858571$.

22. Cette dernière espece découvre un champ, dont le diamètre est six fois, & partant le champ même est 36 fois, plus grand que dans les lunettes ordinaires, ou la première Espece. Or ce champ est si grand qu'il semble impossible de l'appercevoir: car, posant $m = 100$, on découvrira dans le ciel un arc de $102'$; mais, puisqu'on le voit 100 fois plus grand qu'il ne paroîtroit à la vue simple, il devoit paroître comme un arc de 100 fois $102'$, cest à dire de 170° ; ce qui est impossible à la vue simple, & à plus forte raison à un oeil qui regarde par un trou. Mais il faut ici remarquer, que l'estime des arcs & angles, qui entre dans ce calcul, n'a lieu que dans les petits angles, entant qu'ils sont proportionnels à leurs tangentes, & partant ce paradoxe doit être résolu de cette maniere: ledit arc de $102'$ sera vu par la lunette de la même maniere qu'on verroit à la vue simple un arc dont la moitié auroit sa tangente 100 fois plus grande que la tangente de $51'$. Or $\text{tang. } 56'' = 100 \text{ tang. } 51'$, & partant l'arc de $102'$ sera vu de la même maniere qu'on verroit à la vue simple un arc de 112° .

23. Par là on comprend, que quand une lunette grossit 100 fois en diamètre, cela ne regarde que les objets qui se trouvent vers le centre du champ apparent; & ceux qui en sont éloignés, sont grossis selon une moindre raison. Ainsi, pour juger en quelle raison les objets extremes du champ apparent seront multipliés, nous n'avons qu'à chercher comment paroitra le cercle dont le rayon est $50'$: or $100 \text{ tang. } 50' = \text{tang. } 55^\circ, 30'$. Donc l'extreme minute du champ apparent paroitra par la lunette comme un arc de $30'$, ou bien elle ne sera multipliée

riplée que trente fois, pendant que proche du centre du champ apparent la multiplication est centuple. Cette remarque sur le grossissement des lunettes, est fort nécessaire, & sans elle ce qui a été rapporté cy-dessus seroit très absurde; donc, pour profiter du grossissement d'une lunette, il faut toujours porter les objets au milieu du champ apparent. Car en général, si le diamètre du champ apparent est $= 2\phi$, & la multiplication $= m$, les extrémités ne sont grossies que $\frac{m}{m^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi}$ fois: & partant, s'il étoit $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{m+1}}$, les extrémités paroîtroient dans leur épaisseur naturelle.

24. Quand on prend l'oculaire double ou triple, on pourroit bien lui donner une plus petite distance de foyer, savoir $r = \frac{1}{4}$, ou $r = \frac{1}{8}$ pouce, puisqu'il souffriroit alors une ouverture assez grande pour transmettre les rayons. Mais il faut bien considérer que cela ne sauroit avoir lieu, que lorsqu'on seroit en état d'exécuter toutes les mesures à la dernière rigueur. Car, prenant $r = \frac{1}{4}$ pouce, & par conséquent $p = \frac{m}{4}$ pouces, il faudroit que la quantité $\lambda m + \lambda''$ fût du moins au dessous de $\frac{1}{8}$, ce qu'on ne sauroit presque jamais espérer. Il sera même difficile, surtout dans les grandes multiplications de construire l'objectif en sorte que la valeur de $\lambda m + \lambda''$ soit au dessous de l'unité; & partant nous serons obligés de nous tenir à la valeur établie $r = \frac{1}{8}$ pouce, & si l'on n'y réussit pas heureusement, & que cette quantité surpasse l'unité, il faudra encore augmenter les mesures établies, ou bien prendre les pouces plus grands, sans pourtant augmenter les ouvertures des verres.

25. Après ces remarques, passons à la construction du verre objectif, dont le nombre λ doit être tel, que la quantité $\lambda m + \lambda''$ ne surpasse pas l'unité. Or on remplira cette condition pour toutes les espèces en rendant $\lambda m + 1, 25 = 0$. Il faut donc que pour
l'ob-

l'objectif le nombre λ ait une valeur négative, savoir $\lambda = -\frac{1,25}{m}$:

& si l'on peut remplir cette condition, on pourra joindre au même objectif un oculaire simple, ou double, ou triple : car alors, en employant un oculaire simple, on aura $\lambda m + \lambda'' = 0,37979$, pour un oculaire double $\lambda m + \lambda'' = -0,27092$, & pour un triple $\lambda m + \lambda'' = -0,39140$, lesquelles valeurs sont toutes tant au dessous de l'unité, que de petites aberrations ne sont pas fort à craindre.

26. Or on ne sauroit réussir à faire une tel verre objectif, à moins qu'on ne le compose de trois verres : ce qui se peut pratiquer d'une infinité de manieres, dont la construction suivante paroît la plus convenable pour la pratique. La distance de foyer de l'objectif étant $= p$, pour la multiplication $= m$ on fera les trois verres, dont l'objectif est composé, en sorte

du premier verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = 0,61447 p, \\ \text{de derriere} = 5,24160 p, \end{cases}$$

du second verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = \frac{-p}{0,190781 + 0,905133 \sqrt{1 + \frac{5}{4m}}} \\ \text{de derriere} = \frac{-p}{1,627401 - 0,905133 \sqrt{1 + \frac{5}{4m}}} \end{cases}$$

du troisieme verre

$$\text{le rayon de sa face} \begin{cases} \text{de devant} = 0,61447 p, \\ \text{de derriere} = 5,24160 p. \end{cases}$$

27. Cette construction a cet avantage, que le premier & troisieme verre sont égaux entr'eux, chacun ayant la distance de foyer $= p$: mais le second verre est concave, ayant sa distance de foyer négative $= -p$, de sorte que le composé obtient sa distance de foyer $= p$. Ensuite le premier & le troisieme produisent chacun à part la moindre confusion, & partant de petites erreurs commises dans leur construction influent le moins qu'il est possible sur l'effet de l'objectif entr'eux; la construction du verre moyen peut être plus commodément représentée en sorte:

le rayon de sa face de devant

$$= p \left(0,91248 - \frac{0,47102}{m} + \frac{0,39033}{mm} \right),$$

le rayon de sa face de derriere

$$= p \left(1,38453 + \frac{1,08441}{m} + \frac{0,51049}{mm} \right).$$

28. Donc, puisque la construction du premier & troisieme verre n'a aucune difficulté, exposons celle du second verre pour les multiplications principales dans la table suivante:

Construction du second verre de l'objectif.

Multip. <i>m</i>	rayon de la face de devant	rayon de la face de derriere
10	— 0,86928 <i>p</i>	— 1,49807 <i>p</i>
20	— 0,88990 <i>p</i>	— 1,44002 <i>p</i>
30	— 0,89721 <i>p</i>	— 1,42125 <i>p</i>
40	— 0,90095 <i>p</i>	— 1,41196 <i>p</i>
50	— 0,90322 <i>p</i>	— 1,40642 <i>p</i>
60	— 0,90474 <i>p</i>	— 1,40274 <i>p</i>
70	— 0,90583 <i>p</i>	— 1,40012 <i>p</i>
80	— 0,90665 <i>p</i>	— 1,39816 <i>p</i>
90	— 0,90730 <i>p</i>	— 1,39664 <i>p</i>
100	— 0,90781 <i>p</i>	— 1,39542 <i>p</i>
120	— 0,90858 <i>p</i>	— 1,39360 <i>p</i>
140	— 0,90914 <i>p</i>	— 1,39230 <i>p</i>
160	— 0,90955 <i>p</i>	— 1,39133 <i>p</i>
180	— 0,90987 <i>p</i>	— 1,39056 <i>p</i>
200	— 0,91014 <i>p</i>	— 1,38995 <i>p</i>
250	— 0,91060 <i>p</i>	— 1,38888 <i>p</i>
300	— 0,91091 <i>p</i>	— 1,38815 <i>p</i>
350	— 0,91114 <i>p</i>	— 1,38764 <i>p</i>
400	— 0,91131 <i>p</i>	— 1,38725 <i>p</i>
450	— 0,91143 <i>p</i>	— 1,38694 <i>p</i>
500	— 0,91154 <i>p</i>	— 1,38670 <i>p</i>
600	— 0,91170 <i>p</i>	— 1,38634 <i>p</i>
700	— 0,91181 <i>p</i>	— 1,38608 <i>p</i>
800	— 0,91190 <i>p</i>	— 1,38589 <i>p</i>
900	— 0,91196 <i>p</i>	— 1,38573 <i>p</i>
1000	— 0,91201 <i>p</i>	— 1,38562 <i>p</i>

29. Donc, pour chaque multiplication proposée *m*, si nous posons $p = \frac{m}{2}$ pouces, nous pourrons construire un objectif composé de trois verres, dont le premier & le troisieme sont égaux entr'eux suivant

vient la table suivante, qui exprime les rayons de toutes les faces en pouces & centièmes parties d'un pouce, de même que le diamètre de l'ouverture de l'objectif :

TABLE DES OBJECTIFS TRIPLES.

Multipli- cation sur	du premier & troisième verre. rayon de la face		du second verre. rayon de la face		Diamètre de l'ouverture de l'objectif.
	de devant	de derrière	de devant	de derrière	
10	+ 3,07	+ 26,21	— 4,35	— 7,49	0,33
20	+ 6,14	+ 52,42	— 8,90	— 14,40	0,67
30	+ 9,22	+ 78,62	— 13,46	— 21,32	1,00
40	+ 12,29	+ 104,83	— 18,02	— 28,24	1,33
50	+ 15,36	+ 131,04	— 22,58	— 35,16	1,67
60	+ 18,43	+ 157,25	— 27,14	— 42,08	2,00
70	+ 21,50	+ 183,46	— 31,70	— 49,00	2,33
80	+ 24,58	+ 209,66	— 36,27	— 55,93	2,67
90	+ 27,65	+ 235,87	— 40,83	— 62,85	3,00
100	+ 30,72	+ 262,08	— 45,39	— 69,77	3,33
120	+ 36,87	314,50	— 54,51	— 83,62	4,00
140	43,01	366,91	— 63,64	— 97,46	4,67
160	49,16	419,33	— 72,76	— 111,31	5,33
180	55,30	471,74	— 81,89	— 125,15	6,00
200	61,45	524,16	— 91,01	— 139,00	6,67
250	76,81	655,04	— 113,82	— 173,61	8,33
300	92,17	786,24	— 136,64	— 208,22	10,00
350	107,53	917,28	— 159,45	— 242,84	11,67
400	122,90	1048,32	— 182,26	— 277,45	13,33
450	138,26	1179,36	— 205,07	— 312,06	15,00
500	153,62	1310,40	— 227,88	— 346,67	16,67
600	184,34	1572,48	— 273,51	— 415,90	20,00
700	215,07	1834,56	— 319,13	— 485,13	23,33
800	245,79	2096,64	— 364,76	— 554,36	26,67
900	276,51	2358,72	— 410,38	— 623,57	30,00
1000	307,24	2620,80	— 456,01	— 692,81	33,33



Un tel objectif pour la multiplication $m = 10$ est représenté dans la figure II.

30. Ayant construit un tel objectif pour une multiplication proposée $= m$, on pourra l'employer à chacune des 12 Espèces, que j'ai décrites cy-dessus, en prenant toujours la distance de foyer de l'oculaire $r = \frac{1}{2}$ pouce. Alors la longueur de la lunette sera $\frac{m + 1}{2}$ pouces, qui en comparaison des lunettes ordinaires sera d'autant plus courte que la multiplication sera plus grande. Le devis suivant pourra servir d'exemple à d'autres.

*Devis d'une Lunette de $2\frac{1}{2}$ pieds
qui grossit 60 fois le diamètre des objets.*

- 1°. Le verre objectif PP aura une ouverture de deux pouces en diamètre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il est composé.
- 2°. L'objectif sera composé de trois verres, dont voici la construction:

Du premier: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 18 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \\ \text{de derriere} = + 157 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \end{array} \right\}$ pouces,

Du second: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = - 27 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \\ \text{de derriere} = - 42 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \end{array} \right\}$ pouces.

Du troisieme: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 18 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \\ \text{de derriere} = + 157 \frac{1}{8} \frac{1}{8} \end{array} \right\}$ pouces.

- 3°. Derriere ce verre, à la distance AB $= 30$ pouces, ou dans son foyer on placera le verre moyen QQ, dont l'ouverture est de $\frac{60}{1} = 1 \frac{1}{8}$ pouce en diamètre.

- 4°. Or ce verre QQ est composé de deux verres égaux entr'eux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2 \frac{1}{8} \frac{1}{8}$ pouces.



- 5°. Derrière ce verre QQ, à la distance $BC = \frac{1}{2}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont l'ouverture aura $\frac{1}{2}$ pouce en diamètre.
- 6°. L'oculaire sera aussi composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 1\frac{1}{16}$ pouce.
- 7°. Derrière l'oculaire, à la distance $CO = \frac{1}{4}$ pouce, on mettra l'oeil, qui découvrira un champ dont le diamètre est $112\frac{2}{3}$ minutes, ou $1^\circ, 52\frac{2}{3}'$: & ce champ paroitra à l'oeil sous un angle de $89^\circ, 2'$.

31. Voilà un autre devis d'une plus longue Lunette de la
ix Espece:

Devis d'une Lunette de 5 pieds

qui grossit 120 fois le diametre des objets.

- 1°. Le verre objectif aura une ouverture de 4 pouces en diamètre, d'où l'on réglera la grandeur des verres dont il est composé.
- 2°. Cet objectif sera composé de trois verres, dont voici la construction:

Du premier: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 36\frac{8}{100} \\ \text{de derriere} = + 314\frac{5}{100} \end{array} \right\}$ pouces.

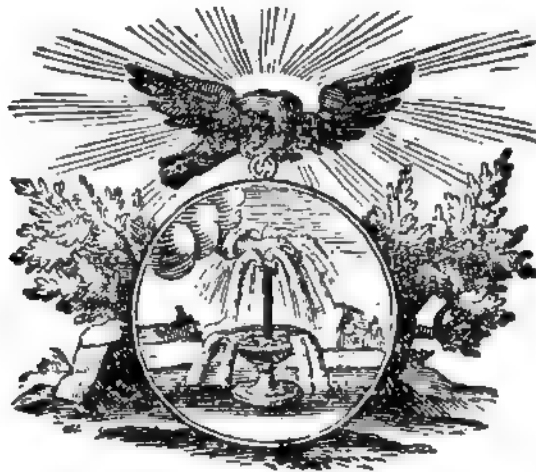
Du second: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = - 54\frac{1}{100} \\ \text{de derriere} = - 83\frac{2}{100} \end{array} \right\}$ pouces.

Du troisieme: le rayon de sa face $\left\{ \begin{array}{l} \text{de devant} = + 36\frac{8}{100} \\ \text{de derriere} = + 314\frac{5}{100} \end{array} \right\}$ pouces.

- 3°. Derrière ce verre; à la distance $AB = 60$ pouces, on mettra le verre QQ, dont l'ouverture doit être de $1\frac{2}{100}$ pouce en diamètre.

- 4°. Le verre QQ est composé de deux verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 2\frac{2}{100}$ pouces.

- 5°. Derrière ce verre QQ, à la distance $BC = \frac{1}{4}$ pouce, on mettra l'oculaire RR, dont le diamètre d'ouverture doit être $\frac{1}{4}$ pouces.
- 6°. L'oculaire RR sera composé de trois verres égaux & également convexes des deux côtés, le rayon de chaque face étant $= 1,65$ pouce.
- 7°. Derrière l'oculaire à la distance $CO = \frac{1}{10}$ pouce, on placera l'oeil, qui découvrira un champ dont le diamètre sera $= 71'$, ou $1^{\circ}, 11'$, & ce champ lui paroitra sous un angle de $102^{\circ}, 12'$.





RECHERCHES

S U R

DES LENTILLES OBJECTIVES FAITES D'EAU ET DE VERRE,
QUI REPRÉSENTENT LES OBJETS DISTINCTEMENT ET
SANS AUCUNE CONFUSION DES COULEURS. *)

PAR M. I. A. E U L E R.

Traduit du Latin.

Dans la dissertation dont mon pere a fait part à l'Académie en dernier lieu **), il avoit principalement en vue d'examiner la construction de deux lentilles de verres d'une différente sorte, lesquelles jointes ensemble seroient exemptes des défauts qu'ont les lentilles simples.

Mais, comme il est peut-être assez difficile de trouver deux semblables especes de verres différens, dont la raison de la réfraction differe suffisamment, il a proposé dans la même dissertation une maniere de faire des lentilles avec de l'eau, en renfermant cette eau entre deux ménisques qui soient partout d'une égale épaisseur, de façon que pour l'un & pour l'autre le rayon de la concavité soit égal au rayon de la convexité: de cette maniere, en effet, le verre ne troubleroit nullement la réfraction des rayons, & ce seroit comme si, en ôtant le verre, la lentille n'étoit faite que d'eau.

Cependant, comme il s'agit ici de joindre une lentille de verre à une lentille d'eau, cela a fait naître la question; si, en donnant à ces

*) Lu le 9 Avril 1761.

**) Elle étoit intitulée: *Constructio lensium objectivarum ex duplici vitro.* M. Euler le pere ne l'a pas fait insérer dans les Memoires de l'Academie.



ces ménisques mêmes une autre figure, on ne pourroit pas se passer tout à fait de la lentille de verre.

Mon pere, qui a déjà à traité autrefois *) de ces lentilles composées, m'a proposé de les soumettre à un examen ultérieur, & de rechercher quels doivent être les rayons des faces des deux ménisques, pour que la lentille qui en est composée, & dont la cavité est remplie d'eau, ou de quelque autre fluide transparent, soit exempte tant de la dispersion des couleurs que de la diffusion de l'image.

Comme, dans la dissertation qui vient d'être indiquée, il n'a été question que de remédier à la dispersion des couleurs, je tâcherai d'obvier ici aux inconvéniens qui naissent de l'ouverture de la lentille.

Ce n'est que par de longs calculs que j'ai pu parvenir à la construction de lentilles qu'on puisse regarder comme véritablement parfaites: mais l'exécution en demeure toujours extrêmement difficile, vu que la moindre erreur commise dans la fabrique produit une très grande différence d'effet.

Le *Sr. Ring*, Mécanicien de l'Académie, n'a pu venir à bout, quelques soins qu'il ait pris, de polir des lentilles suivant les regles qui seront données ici, avec assez d'exactitude, pour que leur effet n'ait pas été trouvé tellement éloigné du but, que non seulement ces lentilles ne se sont pas trouvées meilleures que les lentilles simples ordinaires, mais encore qu'elles leur ont été fort inférieures.

Mais, quoique les recherches présentes paroissent destinées de toute utilité par rapport à la pratique, néanmoins, à cause du développement qu'elles contiennent de formules d'algebre très compliquées, on peut s'en promettre des progrès qui ne sont pas à mépriser tant dans l'Analyse que dans la Dioptrique même.

Aussi le défaut de succès ne m'a pas détourné de mon entreprise. J'ai poussé ce travail tout de suite jusqu'au bout, tel qu'on va le

*) Voyez les Mémoires, de 1747.

le voir dans cette dissertation, avec la ferme espérance qu'ils ne déplairont à aucun amateur de l'Analyse.

PROBLEME I.

1. Si du point lumineux *F* tombe sur la surface sphérique *AM* Pl. VIII.
réfringente le rayon *FM*, peu éloigné de l'axe *FO*, définir le concours Fig. 1.
du rayon réfracté *MS* avec l'axe.

SOLUTION.

Soit *O* le centre de la surface sphérique, & le rayon $OA = OM = a$, afin que la convexité regarde l'objet vers *F*. Que la droite *FO* soit réputée l'axe; que la distance du point lumineux *AF* soit $= f$, & le point d'incidence en *M*; que sa distance de l'axe soit posée $MP = x$, & qu'elle ne soit pas la plus petite, comme on le suppose communément, mais pourtant assez petite pour qu'on puisse négliger dans le calcul sa quatrième puissance & celles qui sont au dessus: que, de plus, la raison de la réfraction du milieu ζ dans le milieu η soit comme $\zeta^0 . \eta$, laquelle raison pour abrégér soit posée $\frac{\zeta}{\eta} = m$.

Parce qu'à présent le rayon *OM* est normal à la surface, on aura par la nature de la réfraction:

$$\sin FMO : \sin GMO = \zeta : \eta = m : 1.$$

Or $\sin FMO : \sin GMO = FO . GM : GO . FM$;
d'où l'on a $m . GO . FM = FO . GM$.

Mais, si d'après ces dénominations, nous posons la distance cherchée $AG = z$, on aura $FO = a + f$; $GO = z - a$;
& par la nature du cercle, $AP = a - \sqrt{aa - xx} = \frac{xx}{2a}$.

De plus, que du centre *F* avec le rayon *FM*, on tire l'arc *Mf*, on aura par la même raison $fP = \frac{xx}{2f}$, & de là $FM = Ff = f$.

$$+ \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2f} = f + \frac{(a+f)xx}{2af}.$$



De la même manière, si du centre G avec le rayon GM on tire l'arc Mg, on aura

$$Pg = \frac{xx}{zz}, \text{ d'où } GM = Gg = z - \frac{xx}{2a} + \frac{xx}{2z} = z - \frac{(z-a)xx}{2az}.$$

Ces valeurs étant substituées dans l'équation précédente, fournissent

$$m(z-a)f + \frac{m(z-a)(a+f)xx}{2af} = (a+f)z - \frac{(a+f)(z-a)xx}{2az},$$

$$\text{ou } ((m-1)f-a)z = maf - \frac{(a+f)(z-a)(f+mz)xx}{2afz},$$

Ainsi, pour les rayons les plus voisins de l'axe, où il est permis de négliger le quarré xx , on aura $z = \frac{maf}{(m-1)f-a}$, laquelle valeur il suffira de substituer dans le dernier membre au lieu de z .

Comme donc il y a $z - a = \frac{a(a+f)}{(m-1)f-a} \& f + mz = \frac{(m-1)f(f+(m+1)a)}{(m-1)f-a}$, on aura assez exactement

$$((m-1)f-a)z = maf - \frac{(m-1)(f+a)^2(f+(m+1)a)xx}{2maf((m-1)f-a)}.$$

Et ainsi la distance cherchée AG sera exprimée en sorte qu'il soit

$$AG = \frac{maf}{(m-1)f-a} - \frac{(m-1)(f+a)^2(f+(m+1)a)xx}{2maf((m-1)f-a)^2}.$$

COROLLAIRE I.

2. Comme l'expression trouvée a cette forme $M - Nxx$, on pourra commodément fournir le réciproque, savoir:

$$\frac{1}{AG} = \frac{1}{M - Nxx} = \frac{1}{M} + \frac{Nxx}{MM}.$$

D'où



D'où pour la distance du point G on aura

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{(m-1)(f+a)^2(f+(m+1)a)}{2m^3a^3f^3}xx.$$

COROLLAIRE 2.

3. On peut aussi introduire commodément ici les réciproques des quantités a & f ; & l'équation trouvée revêt alors cette forme

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3} \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f} \right)xx,$$

qui a plus d'élégance.

PROBLEME II.

4. *Etant proposé le ménisque MMNN, si du point lumineux F situé dans son axe, les rayons passent à une distance donnée AM de l'axe, par le ménisque, dans un autre milieu transparent, par exemple, dans l'eau, assigner le lieu de l'image H.*

Fig 2.

SOLUTION.

5. Soit le rayon de la face convexe MAM = a , le rayon de la face concave NBN = b , la rareté optique du milieu devant le ménisque = ζ , celle de la matière même dont le ménisque est fait = η , & celle du milieu derrière le ménisque = θ . Or la raison de la réfraction des rayons qui entrent d'un milieu dans un autre est proportionnelle à la rareté des milieux mêmes. Posons donc

$\frac{\zeta}{\eta} = m$, & $\frac{\eta}{\theta} = n$. Soit de plus la distance du point lumineux

F devant le ménisque AF = f , & le demi-diamètre du cercle dans le ménisque par la circonférence duquel les rayons sont supposés passer = x , en sorte que x soit le demi-diamètre de l'ouverture du ménisque. A présent, comme les rayons souffrent une double réfraction en M & en N, c'est par la première seulement que les rayons sont ras-

semblés en G; & nous avons trouvé dans le Probleme précédent qu'il en résulteroit

$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f} \right) xx.$$

L'autre réfraction, par laquelle les rayons sont réunis en H, pourra être définie de la même manière. En effet, l'épaisseur du ménisque E étant considérée comme très petite, de façon qu'on puisse la négliger; la distance qui vient d'être trouvée AG prise négativement doit être écrite au lieu de f , & alors b au lieu de a , & n au lieu de m ; à cause que l'épaisseur est très petite, la quantité x demeure la même. Posons, pour abréger,

$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f} \right),$$

en sorte que
$$\frac{1}{AG} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf} + \frac{m-1}{2m^3} Axx.$$

Et afin que nous puissions déduire d'autant plus aisément la distance BH ou AH de la formule précédente, il convient de remarquer que

ce qui étoit auparavant		devient à présent
m		n
a		b
$\frac{1}{f}$		$-\frac{(m-1)}{ma} + \frac{1}{mf} - \frac{(m-1)}{2m^3} Axx,$
AG		AH

& ce qui étoit auparavant A, est présentement indiqué par la lettre B; mais, parce que B est joint à une petite quantité xx , on pourra négliger dans la formule même B cette quantité xx : on aura donc

$$B = \left(\frac{1}{b} - \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mf} \right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(n+1)}{ma} + \frac{n+1}{mf} \right),$$

après

après lesquels changemens nous trouverons

$$\frac{1}{AH} = \frac{n-1}{nb} + \frac{m-1}{mna} - \frac{1}{mnf} + \frac{(m-1)}{2m^3n} Axx + \frac{(n-1)}{2n^3} Bxx.$$

COROLLAIRE 1.

6. Si donc les rayons sont seulement considérés voisins de l'axe au point que l'on puisse tout à fait négliger la quantité xx , on aura

$$\frac{1}{AH} = \frac{m(n-1)af + (m-1)bf - ab}{mnabf},$$

& par conséquent la distance de l'image H derrière le ménisque

$$AH = \frac{mnabf}{m(n-1)af + (m-1)bf - ab}.$$

COROLLAIRE 2.

7. Ainsi, au moyen des membres affectés de la particule xx , on connoit combien l'image souffre de diffusion à cause de l'ouverture de la lentille; & cette diffusion évanouiroit entièrement, si la quantité qui multiplie la particule xx évanouissoit, au quel cas on a

$$\frac{(m-1)A}{m^3n} - \frac{(n-1)B}{n^3} = 0.$$

COROLLAIRE 3.

8. Soit le rayon de la face concave du ménisque MMNN égal au rayon de la face convexe; ou bien, considérons le cas où $a=b$, & nous trouverons

$$B = \frac{1}{m^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1+n-mn}{a} + \frac{n+1}{f} \right),$$

& de là, à cause de $A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{m+1}{f} \right)$, on aura



$$\frac{(m-1)A}{m^3 n} + \frac{(n-1)B}{n^3} = \frac{1}{m^3 n^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{(m-1)nn}{a} + \frac{(m^2-1)nn}{f} \right. \\ \left. + \frac{(n-1)(1+n-mn)}{a} + \frac{nn-1}{f} \right),$$

$$\text{ou} = \frac{1}{m^3 n^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{mn-1}{a} + \frac{mmnn-1}{f} \right),$$

$$\text{ou} = \frac{mn-1}{m^3 n^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{mn+1}{f} \right).$$

C'est pourquoi, au lieu de l'image H, nous aurons

$$\frac{1}{\Delta H} = \frac{mn-1}{mn a} - \frac{1}{mn f} + \frac{mn-1}{2m^3 n^3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{mn+1}{f} \right).$$

COROLLAIRE 4.

9. Mais, par le Probleme premier, cette même expression seroit produite si, en ôtant le ménisque, les rayons passioient immédiatement du point lumineux F par le milieu ζ dans le milieu θ ; où la raison de la réfraction seroit $\zeta : \theta$, ou $\frac{\zeta}{\theta} = 1$. Mais, à cause de

$\frac{\zeta}{\eta} = m$ & de $\frac{\eta}{\theta} = n$, on aura $\frac{\zeta}{\theta} = mn$: d'où, dans la formule donnée §. 3, au lieu de m il faut écrire mn , & la même expression résulte pour ΔG , que nous trouvons ici pour ΔH .

COROLLAIRE 5.

10. Ainsi les ménisques dont la concavité se rapporte à une même sphère, aussi bien que la convexité, ne troublent absolument point la réfraction; & suivant cela, ces lentilles composées que mon pere a indiquées dans sa Dissertation, où l'eau se trouve renfermée entre deux semblables ménisques, peuvent être fort bien considérées comme des lentilles simples, formées seulement d'eau. En effet, ces ménisques n'ont d'autre fonction que de retenir l'eau dans la figure donnée, pour empêcher qu'elle ne s'écoule.

Co-

COROLLAIRE 6.

11. Soit proposée une lentille convexe de part & d'autre MMNN, par laquelle les rayons sont transmis du point lumineux F situé dans son axe, dans un milieu semblable à celui où est l'objet; & cherchons le lieu de l'image H, tant qu'il dépend de l'ouverture de la lentille. Il faut donc poser $\theta = \zeta$, & comme on a $\frac{\zeta}{\eta} = m$, &

Fig. 4.

$\frac{\eta}{\theta} = n$, cela donnera $n = \frac{1}{m}$: ensuite, au lieu de b dans la solution du présent Probleme, nous devons écrire $-b$, de façon que nous ayons

$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f} \right),$$

$$B = \left(-\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} + \frac{1}{mf} \right)^2 \left(-\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(1+m)}{mma} + \frac{1+m}{mmf} \right)$$

& de là pour le lieu de l'image H

$$\frac{1}{AH} = (m-1) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)}{2mm} xx (A - m^4 B).$$

Mais $-m^4 B$ est $= \left(\frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{mm-1}{a} + \frac{mm}{b} - \frac{m-1}{f} \right),$

COROLLAIRE 7.

12. Si nous voulons comparer cette formule avec l'expression que mon pere a donnée sans démonstration dans le Mémoire susdit, pour la diffusion de l'image, nous devons poser $a = \frac{m-1}{\mu} p,$

& $b = \frac{m-1}{1-\mu} p$, afin que $(m-1) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ devienne $= \frac{1}{p};$

& alors on aura

$A =$



$$A = \left(\frac{\mu}{(m-1)p} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{\mu}{(m-1)p} + \frac{m+1}{f} \right), \text{ \&c}$$

$$- m^4 B = \left(\frac{m-\mu}{(m-1)p} - \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{mm-\mu}{(m-1)p} + \frac{m-1}{f} \right).$$

Mais, en développant ces formules, on trouve

$$\begin{aligned} A - m^4 B = & + \frac{1}{(m-1)^3 p^3} (\mu^3 + (mm-\mu)(m-\mu)^2) \\ & + \frac{1}{(m-1)^2 f p^2} ((m+1)\mu\mu + 2\mu\mu - 2(m-\mu)(mm-\mu) - (m+1)(m-\mu)^2) \\ & + \frac{1}{(m-1) f f p} (2(m+1)\mu + \mu + mm - \mu + 2(m+1)(m-\mu)) \\ & + \frac{1}{f^3} (m+1 - m - 1), \end{aligned}$$

laquelle se refferre en la forme suivante

$$\begin{aligned} A - m^4 B = & + \frac{1}{(m-1)^3 p^3} ((m+2)\mu\mu - mm(2m+1)\mu + m^3) \\ & + \frac{1}{(m-1)^2 f p^2} (4m(m+1)\mu - mm(3m+1)) \\ & + \frac{1}{(m-1) f f p} (m(3m+2)). \end{aligned}$$

Comme donc on a $\frac{1}{AH} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)}{2mm} xx (A - m^4 B)$,

on aura $AH = \frac{fp}{f-p} - \frac{(m-1) f f p p}{2mm(f-p)^2} (A - m^4 B) xx$.

D'où naît, pour la particule qui concerne la diffusion de l'image, la même formule dont mon pere s'est servi dans sa Dissertation, savoir

$$+ ((m+2)\mu\mu - m(2m+1)\mu + m^3) ff$$

+

$$+ (m - 1) (+ (m + 1) \mu - m (3m + 1)) fp$$

$$+ \frac{(m - 1)^2 (3m + 2) pp}{2m (m - 1)^2 (f - p)^2} \cdot \frac{xx}{p}$$

SCHOLIE.

13. Ayant ainsi solidement établi ce qui, dans le *Mémoire* de mon pere, paroissoit avoir besoin de démonstration, digression qui, à ce que j'espère, n'aura déplu à personne; je reviens à mon but, & je considérerai deux ménisques entre lesquels il y a une cavité remplie d'eau, ou d'un autre fluide, consacrant tous mes efforts à rechercher quelle est la diffusion de l'image produite par l'ouverture.

Outre cela il convient d'avertir que je n'ai eu ici aucun égard à l'épaisseur du ménisque, parce que le plus souvent elle est si petite qu'on peut la négliger en toute sûreté. Et quand même elle seroit plus grande, cela ne dérangerait rien dans le sujet que je traite: car il arriveroit de là que le lieu de l'image qui souffriroit quelque changement, affecteroit d'une manière égale l'image formée par l'extrémité des rayons, & celle que forment les rayons du milieu. Or ici je n'ai pas tant dessein d'examiner la distance absolue où l'image se trouve de la lentille, que la différence entre les deux images: & l'on comprend aisément que l'épaisseur n'influe point sur cette différence, à moins qu'elle ne fût énorme. C'est pourquoi, dans les recherches suivantes où je réunirai les deux ménisques, je serai en droit de compter l'épaisseur pour rien. Car à toute rigueur il en résulteroit des termes comparables à la quatrième puissance x^4 , qu'on peut hardiment laisser à l'écart dans ce travail.

PROBLEME III.

14. *Etant proposée une lentille composée des deux ménisques EE, entre lesquels il y a une cavité remplie d'eau, ou de quelque autre fluide transparent, déterminer la diffusion de l'image produite par l'ouverture.* Fig. 5.



SOLUTION.

Soit pour le ménisque antérieur le rayon de la face convexe $EAE = a$, le rayon de la face concave $eBe = b$: alors, pour le ménisque postérieur, soit le rayon de la face intérieure concave $eCe = c$, & celui de la face extérieure convexe $EDE = d$: soit de plus la rareté optique de l'air $= \zeta$, celle du verre dans les ménisques $= \eta$, & celle de l'eau renfermée $= \theta$: & qu'on pose comme auparavant $\frac{\zeta}{\eta} = m$, & $\frac{\eta}{\theta} = n$. Ensuite, que la distance de l'objet F situé dans l'axe de la lentille jusqu'à la lentille soit $Af = f$: l'image seroit représentée par ces rayons en H, comme si la réfraction se faisoit seulement dans le ménisque antérieur: & son lieu pour l'ouverture donnée, dont nous posons le demi-diamètre $= x$, est défini dans le Probleme second, de façon qu'en posant pour abrégier

$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f} \right),$$

$$B = \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} + \frac{1}{mf} \right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(n+1)}{ma} + \frac{(n+1)}{mf} \right),$$

on ait $\frac{1}{AH} = \frac{m-1}{mna} + \frac{n-1}{nb} - \frac{1}{mnf} + \frac{xx}{2m^3n^3} (nn(m-1)A + m^3(n-1)B)$.

A présent cette image tient lieu de l'objet par rapport à la réfraction par le ménisque postérieur; & par conséquent cette réfraction fera définie par des formules semblables, pourvu qu'on y fasse les changemens requis. En effet, les rayons s'avancent déjà du milieu θ par le milieu η dans le milieu ζ , & les faces du ménisque postérieur sont renversées par rapport aux précédentes: alors, que l'image soit projetée en K, la distance de l'objet étant CK qui doit être prise négativement. Pour l'épaisseur AD de toute la lentille, je la compterais pour rien à cause des raisons déjà alléguées, comme n'affectant point la diffusion de l'image.



Le changement suivant doit donc arriver.

Ce qui étoit auparavant	devient à présent
m	$\frac{1}{n}$
n	$\frac{1}{m}$
$\frac{1}{a}$	$-\frac{1}{c}$
$\frac{1}{b}$	$-\frac{1}{d}$
$\frac{1}{f}$	$-\frac{(m-1)}{mna} - \frac{n-1}{nb} + \frac{1}{mnf} - \frac{xx}{2m^3n^3} \times$ $(mn(m-1)A + m^3(n-1)B)$
AH	DK.

Au lieu de $\frac{m-1}{mna} + \frac{n-1}{nb} - \frac{1}{mnf}$, écrivons pour abrégier

$\frac{1}{v}$, & que ce que nous avons auparavant désigné par les lettres A & B, soit présentement indiqué par les lettres C & D; & parce que celles-ci affectent la particule très petite xx , il suffira pour elles au lieu de $\frac{1}{f}$ d'écrire $-\frac{1}{v}$; d'où nous obtenons

$$C = \left(-\frac{1}{c} - \frac{1}{v}\right)^2 \left(\frac{-1}{c} - \frac{1-n}{nv}\right) = -\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{v}\right)^2 \left(\frac{1}{c} + \frac{n+1}{nv}\right),$$

$$D = -\left(\frac{n-1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{n}{v}\right)^2 \left(\frac{(m+1)(n-1)}{mc} + \frac{1}{d} + \frac{n(m+1)}{mv}\right).$$

De là donc on conclut

Hh 2

$\frac{1}{DK}$

$$\frac{1}{DK} = \frac{m(n-1)}{c} + \frac{m-1}{d} + \frac{m-1}{a} + \frac{m(m-1)}{b} - \frac{1}{f} + \frac{1}{2}xx \left(\frac{m-1}{mn} A + \frac{m(n-1)}{c} B \right) + \frac{1}{2}xx (-mn(n-1) C - mn(m-1) D),$$

ou plus élégamment,

$$\frac{1}{DK} = (m-1) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right) + (mn-m) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{f} + \frac{1}{2}xx \left(\frac{m-1}{mn} A + \frac{m(n-1)}{nn} B - mn(n-1) C - mn(m-1) D \right).$$

COROLLAIRE 1.

15. Donc, pour les rayons les plus voisins de l'axe, si la distance de l'image derrière la lentille est supposée $= k$, on aura

$$\frac{1}{k} = (m-1) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right) - (m-mn) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{f},$$

& il faut faire en sorte qu'elle ne souffre aucun changement, quoiqu'à cause de la diverse nature des rayons, les nombres m & n reçoivent quelque légère variation.

COROLLAIRE 2.

16. Mais, afin que l'ouverture de la lentille ne cause aucune diffusion de l'image, l'expression par laquelle la particule xx est multipliée, doit être réduite à rien: donc il faut que

$$\frac{m-1}{mn} (A - m^2 D) - \frac{m(1-n)}{nn} (B - n^2 C) = 0.$$

COROLLAIRE 3.

17. Si pour $\frac{1}{v}$ on substitue la valeur prise, les valeurs des lettres A, B, C & D, seront telles que

$$A =$$



$$A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{n+1}{f}\right),$$

$$B = \left(\frac{1}{b} - \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mf}\right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(n+1)}{ma} + \frac{n+1}{mf}\right),$$

$$C = -\left(\frac{1}{c} - \frac{1-n}{nb} + \frac{m-1}{mna} - \frac{1}{mnf}\right)^2 \left(\frac{1}{c} - \frac{(1-nn)}{nnb} + \frac{m-1(1+n)}{mnna} - \frac{n+1}{mnnf}\right),$$

$$D = -\left(\frac{1}{d} - (1-n)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mf}\right)^2 \left(\frac{1}{d} - \frac{(m+1)(1-n)}{m}\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \frac{mm-1}{mna} - \frac{m+1}{mf}\right).$$

COROLLAIRE 4.

18. Ces valeurs étant substituées, l'équation qui détruit la diffusion de l'image

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{(m-1)}{mm} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{m+1}{f}\right) + \frac{m-1}{mn} \left(\frac{1}{d} - m(1-n)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \frac{m-1}{a} - \frac{1}{f}\right)^2 \\ & \left(\frac{mm}{d} - m(m+1)(1-n)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \frac{mm-1}{a} - \frac{m+1}{f}\right) \\ & - \frac{m(1-n)}{nn} \left(\frac{1}{b} - \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mf}\right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)n+1}{ma} + \frac{n+1}{mf}\right) \\ & - \frac{m(1-n)}{nn} \left(\frac{1}{c} - \frac{(1-n)}{b} + \frac{m-1}{na} - \frac{1}{mf}\right)^2 \left(\frac{1}{c} - \frac{(1-nn)}{b} + \frac{(m-1)(1+n)}{na} - \frac{(n+1)}{mf}\right) \end{aligned}$$

SCHOLIE.

19. J'ai donc encore deux Problemes à résoudre; & l'on cherche dans l'un, comment les rayons des faces doivent être définis, afin que la diverse nature des rayons de lumière ne cause aucune diffusion de couleurs, tandis que l'autre est destiné à prévenir la diffusion de l'image causée par l'ouverture de la lentille. On peut satisfaire à la



premiere de ces conditions sans avoir égard à la distance de l'objet f , mais l'autre ne peut avoir lieu, que moyennant une certaine distance de l'objet, qu'il conviendra donc de prendre comme infinie, puisque les Télescopes dont j'ai la perfection en vue, ne s'employent ordinairement que pour des objets fort éloignés.

PROBLEME IV.

20. *Rechercher la raison de la lentille composée ci-dessus décrite, suivant laquelle la diverse nature des rayons de lumiere ne cause aucune dispersion de couleurs dans l'image.*

SOLUTION.

Il est donc requis que la distance $DK = k$ ne souffre aucun changement, quoique dans cette équation

$$\frac{1}{k} = (m-1) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right) - m(1+n) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{f},$$

les nombres m & n soyent un peu changés, ou s'accroissent par leurs différentiels; d'où il faut nécessairement que

$$dm \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right) - (dm - d \cdot mn) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 0.$$

Et afin de satisfaire d'autant plus aisément à cette équation, substituons

pour abrégier $\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$, &

$$a = \frac{1}{\mu} p; \quad b = \frac{1}{\gamma} q; \quad c = \frac{1}{1-\nu} q; \quad d = \frac{1}{1-\mu} p,$$

& l'on aura $\frac{dm}{p} = \frac{dm - d \cdot mn}{q}$.

Or, par la nature de la réfraction, $dm : d \cdot mn$ est $= m/m : mn/mn$. & de là $q = \left(1 - \frac{n/mn}{l/m} \right) p$.

On



On détermine donc la raison entre les quantités p & q , laquelle étant posée $p = \lambda q$, on aura $\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{n/mn}{l/m}$; d'où, par la nature ou la densité optique des moyens, on peut aisément inférer la valeur du nombre λ , laquelle étant trouvée, on aura $p = \lambda q$; & de là

$$a = \frac{\lambda}{\mu} q; b = \frac{1}{\gamma} q; c = \frac{1}{1-\nu} q, \text{ \& } d = \frac{\lambda}{1-\mu} q,$$

de façon que les deux nombres μ & ν demeurent arbitraires. Or alors on aura $\frac{1}{k} = (m-1) \frac{1}{\lambda q} - (m-mn) \frac{1}{q} - \frac{1}{f}$.

C'est pourquoi, si la distance de l'objet F est comme infinie, cela donne $\frac{1}{k} = \frac{m-1-\lambda m(1-n)}{\lambda q}$, ou

$$q = \frac{m-1-\lambda m(1-n)}{\lambda}, \text{ \& } p = (m-1-\lambda m(1-n)) k,$$

en sorte que les quantités q & p sont déterminées par la distance du foyer k .

PROBLEME V.

21. *Rechercher la raison de la lentille composée ci-dessus décrite, suivant laquelle son ouverture ne cause aucune diffusion d'image, en prenant la distance de l'objet infinie.*

SOLUTION.

En posant $f = \infty$, il faudra satisfaire à l'équation trouvée §. 18, laquelle dans ce cas est ainsi

$$a = \frac{m-1}{mm} - \frac{1}{a} + \frac{m-1}{mm} \left(\frac{m}{d} - m(1-n) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \frac{m-1}{a} \right)^2 \left(\frac{m^2}{d} - m(m+1)(1-n) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \frac{mm-1}{a} \right)$$

$$= \frac{m(1-n)}{nn} \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} \right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(1+n)}{ma} \right) \\ - \frac{m(1-n)}{nn} \left(\frac{n}{c} - \frac{(1-n)}{b} \right) + \frac{m-1}{ma} \left(\frac{nn}{c} - \frac{(1-nn)}{b} + \frac{(m-1)(1+n)}{ma} \right).$$

Poſons comme auparavant $\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = \frac{1}{p}$ & $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$; & auſſi-tôt cette équation pourra être exprimée plus ſimplement de la manière ſuivante

$$0 = \frac{m-1}{mm} \left(\frac{1}{a^3} + \left(\frac{m}{p} - \frac{m(1-n)}{q} - \frac{1}{a} \right)^2 \left(\frac{mm}{p} - \frac{m(m+1)(1-n)}{q} - \frac{1}{a} \right) \right) \\ - \frac{m(1-n)}{nn} \left(\left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} \right)^2 \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)(1+n)}{ma} \right) + \frac{n}{q} - \frac{1}{b} + \frac{m-1}{ma} \right)^2 \\ \left(\frac{nn}{q} - \left(\frac{1}{b} + \frac{(m-1)(1+n)}{ma} \right) \right).$$

La première partie poſitive de cette équation ſe développe en

$$m(m-1) \left(\frac{1}{p} - \frac{(1-n)}{q} \right)^2 \left(\frac{m}{p} - \frac{(m+1)(1-n)}{q} \right) - \frac{(m-1)}{a} \left(\frac{1}{p} - \frac{(1-n)}{q} \right) \left(\frac{2m+1}{p} - \frac{(2m+3)(1-n)}{q} \right) \\ + \frac{m-1}{maa} \left(\frac{m+2}{p} - \frac{(m+3)(1-n)}{q} \right).$$

Et la partie poſtérieure négative en

$$- \frac{mmn(1-n)}{q^3} + \frac{m(1-n)}{qq} \left(\frac{2n+1}{b} - \frac{(3n+1)(m-1)}{ma} \right) \\ - \frac{m(1-n)}{nq} \left(\frac{1}{b} - \frac{(m-1)}{ma} \right) \left(\frac{n+2}{b} - \frac{(m-1)(2+3n)}{ma} \right),$$

lesquelles parties étant encore développées chacune à part, en six membres, fournissent

$$I. \frac{mm(m-1)}{p^3} - \frac{m(m-1)(3m+1)(1-n)}{ppq} + \frac{m(m-1)(3m+2)(1-n)^2}{pq q} - \frac{m(mm-1)(1-n)^3}{q^3}.$$

$$II. - \frac{(m-1)(2m+1)}{app} + \frac{4(mm-1)(1-n)}{apq} - \frac{(m-1)(2m+3)(1-n)^2}{aqq}.$$

$$III. \frac{(m-1)(m+2)}{maap} - \frac{(m-1)(m+3)(1-n)}{maaq}.$$

$$IV. - \frac{mnn(1-n)}{q^3}.$$

$$V. + \frac{m(1-n)(2n+1)}{bqq} - \frac{(m-1)(1-n)(3n+1)}{aqq}.$$

$$VI. - \frac{m(1-n)(n+2)}{nb b q} + \frac{4m(m-1)(1-nn)}{mnabq} - \frac{(m-1)^2(1-n)(2+3n)}{mnaaq};$$

lesquels membres réunis doivent être égalés à zéro. Où il faut remarquer que les quantités p & q sont données, & qu'on doit tirer de cette équation les valeurs convenables pour les deux rayons a & b ; mais, avant que d'entreprendre ce travail, j'observe que les deux termes divisés par $mnaaq$, peuvent aussi être représentés ainsi

$$- \frac{4(m-1)(1-n)}{aaq} - \frac{2(m-1)^2(1-n)}{mnaaq},$$

& les deux termes divisés par aqq ainsi,

$$- \frac{2m(m-1)(1-n)^2}{aqq} - \frac{4(m-1)(1-n)}{aqq}.$$

Présentement, comme la condition précédente auroit donné $p = \lambda q$,

& par conséquent $q = \frac{p}{\lambda}$, si nous posons $a = \frac{p}{\mu}$ & $b = \frac{q}{\nu} = \frac{p}{\lambda \nu}$,

nous parviendrons en multipliant par p^3 à cette équation

$$\begin{aligned} \frac{\lambda^3 m(1-n)(n+2)}{n} \nu \nu &= + \frac{4\lambda\lambda(m-1)(1-nn)}{n} \mu\nu + \frac{(m-1)(m+2)}{nn} \mu\mu - (m-1)(2m+1)\mu \\ &+ \lambda^3 m(1-n)(2n+1)\nu - 4\lambda(m-1)(1-n)\mu\mu + 4\lambda(mm-1)(1-n)\mu \\ &- 2\lambda\left(\frac{(m-1)^2(1-n)}{mn}\right)\mu\mu - 2\lambda\lambda m(m-1)(1-n)^2\mu \\ &- 4\lambda\lambda(m-1)(1-n)\mu \\ &+ mm(m-1) \\ &- \lambda m(m-1)(3m+1)(1-n) \\ &+ \lambda\lambda m(m-1)(3m+2)(1-n)^2 \\ &- \lambda^3 m(mm-1)(1-n)^3 \\ &- \lambda^3 mnn(1-n), \end{aligned}$$

où le nombre μ doit être pris, de façon que le nombre ν en reçoive la détermination réelle; & alors on aura

$$a = \frac{p}{\mu}; \quad b = \frac{p}{\lambda\nu}; \quad c = \frac{p}{\lambda(1-\nu)}; \quad \& \quad d = \frac{p}{1-\mu}.$$

Mais, afin que la distance du foyer de cette lentille devienne $= k$, on doit prendre

$$p = (m - 1 - \lambda m (1 - n)) k,$$

& pour détruire en même tems la dispersion des couleurs, il faut prendre

$$\frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{n/mn}{lm}.$$

SCHOLIE.

22. On ne peut tirer d'ici aucune détermination générale; c'est pourquoi, un cas quelconque étant offert, où par la nature des milieux les nombres m & n sont donnés, on doit premierement en inférer le nombre λ ; ensuite chaque partie de l'équation doit être développée en nombres; & afin que cela puisse se faire plus aisément, considé-



fidérons ces parties séparément, & réduisons - les à de moindres termes. Soit donc

$$A = \frac{\lambda^3 m (1 - n) (2 + n)}{n},$$

$$B = \frac{4\lambda^2 (m - 1) (1 - nn)}{n},$$

$$C = \lambda^3 m (1 - n) (1 + 2n),$$

$$D = \frac{(m-1)(m+2)}{m} - 4\lambda(m-1)(1-n) - \frac{2\lambda(m-1)^2(1-n)}{mn},$$

$$E = -(m-1)(2m+1) + 4\lambda(mm-1)(1-n) - 2\lambda\lambda m(m-1)(1-n)^2 \\ - 4\lambda\lambda (m-1) (1-n),$$

$$F = m^2(m-1) - \lambda m(m-1)(3m+1)(1-n) + \lambda\lambda m(m-1)(3m+2)(1-n)^2 \\ - \lambda^3 m(m^2-1)(1-n)^3 - \lambda^3 mn^2(1-n)$$

de sorte que notre équation est réduite à la forme suivante

$$Avv = B\mu v + Cv + D\mu\mu + E\mu + F.$$

PROBLEME VI.

23. Si l'on fait une semblable lentille composée d'eau & de verre, & que la raison de la réfraction de l'air dans le verre soit comme 31 : 20, & celle de l'air dans l'eau comme 4 : 3, définir les lentilles de ce genre qui sont exemptes tant de la diffusion de l'image que de la dispersion des couleurs.

SOLUTION.

Ici donc on a $m = \frac{31}{4} = 7.75$, & $mn = \frac{4}{3} = 1.33333$; de là $n = \frac{8}{9}$, & par conséquent, à cause de $lmn = 0.1249387$, & de $lm = 0.1903317$, $\frac{1}{\lambda}$ devient $= 1 - \frac{80.0,1249387}{93.0,1903317} = 0.4353325$, & par conséquent



$$l \frac{1}{\lambda} = 9,6388225, \text{ \& } l\lambda = 0,3611778.$$

Pour le reste du calcul, les logarithmes de chacun des produits sont

$$\begin{aligned} l m &= 0,1903317, & l\lambda &= 0,3611794, \\ l_4 (m-1) &= 0,3424227, & l\lambda^2 &= 0,7223588, \\ l_2 m (m-1) &= 0,2317244, & l\lambda^3 &= 1,0835382, \\ l m m (m-1) &= 0,1210261, & l n &= 9,9346071, \\ l_2 \frac{(m-1)^2}{m} &= 9,5914237, & l(1-n) &= 9,1454605, \\ l \frac{(m-1)(m+2)}{m} &= 0,1002594, & l \frac{1-n}{n} &= 9,2108534, \\ l(m-1)(2m+1) &= 0,3531466, & l(2+n) &= 0,4563987, \\ l m(m-1)(3m+1) &= 0,6827429, & l(1+2n) &= 0,4346371, \\ l m(m-1)(3m+2) &= 0,7535161, & l \frac{(1-n)(2+n)}{n} &= 9,6672521, \\ l \frac{1}{2} (m-1)(m+1) &= 0,7489629, & l \frac{(1-n)(1+n)}{n} &= 9,4804166, \\ l m (m m - 1) &= 0,3372346, & l(1-n)(1+2n) &= 9,5800976, \\ \frac{(m-1)(m+2)}{m} &= 1,259677, & l(1-n)^2 &= 8,2909210, \\ (m-1)(2m+1) &= 2,255001, & l(1-n)^3 &= 7,4363815, \\ m^2 (m-1) &= 1,321357, & l n^2 (1-n) &= 9,0146747, \end{aligned}$$

De là on infere les valeurs des lettres A, B, C, D, E, F.

$$A = + 8,73217,$$

$$B = + 3,50912, \text{ d'où } \frac{B}{A} = 0,40186,$$

$$C = + 7,14444, \quad \frac{C}{A} = 0,81817,$$

$$D =$$

$$D = + 0,40756,$$

$$\frac{D}{A} = 0,04667,$$

$$E = - 2,25214,$$

$$\frac{E}{A} = - 0,25791,$$

$$F = - 1,65602,$$

$$\frac{F}{A} = - 0,18965,$$

en sorte que

$$v v = 0,40186 \mu v + 0,04667 \mu \mu,$$

$$+ 0,81817 v - 0,25791 \mu,$$

$$- 0,18965.$$

Alors, la distance du foyer de la lentille composée k étant donnée, on aura $p = (m - 1 - \lambda m)(1 - n) k = 0,0522971 k$, & de là

$$a = \frac{p}{\mu}; b = \frac{p}{\lambda v}; c = \frac{p}{\lambda(1-v)}; d = \frac{p}{1-\mu}, \text{ ou}$$

$$a = 0,0522971 \frac{k}{\mu}; b = 0,0227667 \frac{k}{v}; c = 0,0227667 \frac{k}{1-v};$$

$$\& d = 0,0522971 \frac{k}{1-\mu}.$$

COROLLAIRE 1.

23. Or la résolution de l'équation trouvée fournit

$$v = 0,20093 \mu + 0,40908 \pm \sqrt{(0,08704 \mu^2 - 0,09353 \mu - 0,02231)}.$$

Afin de trouver donc pour v une valeur réelle, il faudra poser pour μ une quantité, ou plus grande que $+ 1,27541$, ou moindre que $- 0,20097$.

COROLLAIRE 2.

24. Soit $\mu = - 0,20097$, & l'on trouvera $v = 0,36870$. d'où les rayons des faces

$$a = - 0,26022 k; b = 0,04355 k; c = 0,06175 k; d = 0,02444 k,$$



laquelle construction de la lentille n'est pas à conseiller à cause de d fort petit.

COROLLAIRE 3.

25. Soit $\mu = -0,3$, on aura $\nu = 0,46534$; & les rayons des faces se trouvent de la manière suivante:

$a = -0,17432k$, $b = 0,04842k$, $c = 0,04258k$, $d = 0,04022k$, laquelle construction sera un peu meilleure que la précédente, sans avoir cependant aucune prérogative sur les lentilles simples, à moins que k ne soit pris assez grand; c'est à dire que, si l'on ne fait pas le tube assez long, l'effet ne l'emportera pas sur celui des verres ordinaires.

COROLLAIRE 4.

26. Prenons à présent $\mu = +1,27541$, & l'on trouvera $\nu = 0,66535$, d'où nous obtiendrons la construction suivante

$a = 0,04100k$, $b = 0,03422k$, $c = 0,06803k$, $d = -0,18989k$. Mais, si nous posons $\mu = 1,3$, cela donnera $\nu = 0,61362$; & pour les rayons des faces

$a = 0,04022k$, $b = 0,03710k$, $c = 0,05892k$, $d = -0,17432k$. Ici a & d doivent nécessairement répondre à d & a du Corollaire 3. Mais, pour les constructions tirées des valeurs affirmatives de μ même, elles seront toujours fort inférieures à celles que fournissent les valeurs négatives.

COROLLAIRE 5.

27. Il résulte aussi manifestement de là, que la meilleure construction d'une lentille sera effectuée en posant $c = d$, ou $0,0522971$ $\nu = 0,0227667$ $\mu = 0,0295304$, ou encore $\nu = 0,43534$ $\mu = 0,56467$.

Mais nous parviendrons au but d'une manière plus abrégée, si nous interpolons les valeurs trouvées pour a, b, c, d , dans les Corollaires 2. & 3. En effet, comme

par



par le Coroll. 2.

$$a = -0,26022k; b = 0,04355k; c = 0,06175k; d = 0,02444k,$$

& par le Coroll. 3.

$$a = -0,17432k; b = 0,04892k; c = 0,04258k; d = 0,04022k,$$

prenons les différences

$$0,08590; \quad - \quad 0,00537; \quad 0,01917; \quad - \quad 0,01578,$$

& posons

$$a = -0,17432 - 0,08590 \delta,$$

$$b = 0,04892 - 0,00537 \delta,$$

$$c = 0,04258 + 0,01917 \delta,$$

$$d = 0,04022 - 0,01578 \delta.$$

Déterminons à présent δ , de façon que c devienne $= d$, ou

$$0,04258 + 0,01917 \delta = 0,04022 - 0,01578 \delta,$$

& l'on aura $\delta = -\frac{2436}{3455}$, d'où naît la détermination suivante de la lentille,

$$a = -0,16852k; b = 0,04928k; c = 0,04129k; d = 0,04129k.$$

Cette lentille est représentée par la figure 6.

Les deux autres déterminations peuvent être interpolées de la même manière; mais on s'apperçoit aisément qu'on ne sauroit obtenir de construction supérieure à celle qui vient d'être trouvée.

SCHOLIE.

28. J'ai pris ici la raison de la réfraction de l'air dans l'eau comme 4 à 3; ce qui tient le milieu entre les deux déterminations de Descartes & de Newton; si par hazard la réfraction de l'eau étoit plus grande ou moindre, il faudroit corriger toutes ces déterminations; ou bien, si l'on proposoit un autre fluide transparent, par exemple, de l'esprit de vin, la construction de la lentille seroit toute différente. C'est pourquoi j'ai fait les suppositions suivantes, suivant lesquelles j'ai calculé



culé les constructions des ménisques, qui, étant joints & ayant leur cavité remplie d'un fluide doué de la réfraction proposée, soient entièrement exempts des défauts des lentilles simples. Et comme, dans toutes ces hypothèses, je pose la réfraction du verre la même, savoir $\frac{3}{4} = 1,55$; pour toutes ces réfractions nous aurons comme au commencement de la solution du présent Probleme

$$\begin{aligned}
 m &= 1,55; \quad m - 1 = 0,55; \quad 1/m = 9,2795112, \\
 1m &= 0,1903317 \quad (1a) \quad \frac{(m-1)(m+2)}{m} = 1,2596774 = \pi, \\
 14(m-1) &= 0,3424227 = 16, \\
 12 \frac{(m-1)^2}{m} &= 9,5914237 = 1\gamma, \quad (m-1)(2m+1) = 2,255 = \rho, \\
 14(mm-1) &= 0,7489629 = 1\delta, \quad m^2(m-1) = 1,3213750 = \sigma, \\
 12m(m-1) &= 0,2317244 = 1\epsilon, \\
 1m(m-1)(3m+1) &= 0,6827428 = 1\eta, \\
 1m(m-1)(3m+2) &= 0,7535160 = 1\iota, \\
 1m(mm-1) &= 0,3372346 = 1k.
 \end{aligned}$$

Faisons précéder le

Coup d'oeil du Calcul.

D'abord on calcule les logarithmes des nombres suivans:



$$a = \frac{(1-n)(2+n)}{n} = e(2+n),$$

$$b = \frac{1-n}{n} = e(1+n),$$

$$c = (1-n)(1+2n) = d(1+2n),$$

$$d = 1-n,$$

$$e = \frac{1-n}{n} = \frac{d}{n},$$

$$f = (1-n)^2 = d^2,$$

$$g = (1-n)^3 = d^3,$$

$$h = nn(1-n) = nd. \quad \text{Ensuite}$$

$$l \frac{1}{\lambda} = l \left(1 - \frac{n/mn}{1/m} \right), \text{ d'où l'on obtient aisément } l\lambda; l\lambda^2; l\lambda^3.$$

Après cela on tire les logarithmes de ces nombres.

$$A = \lambda^3. a. a,$$

$$B = \lambda^2. \beta. b,$$

$$C = \lambda^3. \alpha. c,$$

$$D = \pi - \lambda. \beta. d - \lambda. \gamma. e,$$

$$E = -\varrho + \lambda. \delta. d - \lambda^3. \varepsilon. f - \lambda^2. \beta. d,$$

$$F = \sigma - \lambda. \eta. d + \lambda^2. i. f - \lambda^3. \alpha. g - \lambda^3. \alpha. h.$$

lesquels étant trouvés, on cherche

$$2\mathfrak{A} = \frac{B}{A}; 2\mathfrak{B} = \frac{C}{A}; \mathfrak{C} = \frac{D}{A}; \mathfrak{D} = \frac{-E}{A}; \& E = \frac{-F}{A},$$

$$\text{de plus } \mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C}; 2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D}; \mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E},$$

& l'on aura

$$v = \mathfrak{A}(\mu + \mathfrak{B} + \sqrt{((\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{C})\mu^2 + (2\mathfrak{A}\mathfrak{B} - \mathfrak{D})\mu +)(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{E})}).$$



Enfin on calcule

$$la = l\frac{p}{k} = 1(m - 1 - \lambda m(1 - n)),$$

$$lb = l\frac{p}{\lambda k}, \text{ \& les rayons des faces des deux ménisques seront}$$

$$\frac{a}{\mu}k; \frac{b}{\nu}k; \frac{b}{1-\nu}k; \frac{a}{1-\mu}k.$$

HYPOTHESE I.

$$\frac{\zeta}{\theta} = mn = 1,33 \text{ ou } \frac{\eta}{\theta} = n = 0,8580644, \text{ \& l'on trouvera}$$

$$la = 9,6746442; l\frac{1}{\lambda} = 9,6450724; lA = 0,9297588,$$

$$lb = 9,4876320; l\lambda = 0,3549276; lB = 0,5399099,$$

$$lc = 9,5860416; l\lambda^2 = 0,7098552; lC = 0,8411562,$$

$$ld = 9,1520912; l\lambda^3 = 1,0647829; lD = 9,6090060,$$

$$le = 9,2185713; la = 8,7148409; lE = 0,3481252,$$

$$lf = 8,3041824; lb = 8,3599133; lF = 0,2023757,$$

$$lg = 7,4562737; a = 0,0518610,$$

$$lh = 9,0191310; b = 0,0229041;$$

$$l2\mathcal{A} = 9,6101511; \mathcal{A} = 0,2037610; \mathcal{A}^2 + \mathcal{C} = 0,892987,$$

$$l2\mathcal{B} = 9,9113974; \mathcal{B} = 0,4077251; 2\mathcal{AB} - \mathcal{D} = -0,0958823,$$

$$l\mathcal{C} = 8,6792481; \mathcal{C} = 0,0477802; \mathcal{B}^2 - \mathcal{E} = -0,0210944,$$

$$l\mathcal{D} = 9,4183664; \mathcal{D} = 0,2620393;$$

$$l\mathcal{E} = 9,2726169; \mathcal{E} = 0,1873341,$$

\& par conséquent

$$y =$$



$$v = 0,2037610\mu + 0,4077251 + V(0,0892987\mu^2 - 0,0958823\mu - 0,021944.$$

Or μ doit nécessairement être pris, ou plus grand que $+1,261047$, ou plus petit que $-0,187323$: mais, μ & v étant connus, les rayons des faces seront

$$\frac{0,0518610}{\mu} k; \quad \frac{0,0229041}{v} k; \quad \frac{0,0229041}{1-v} k; \quad \frac{0,0518610}{1-\mu} k.$$

D'où l'on forme la Table suivante. Rayons des faces

μ	v	I.	II.	III.	IV.
$+1,261047$	$0,6646773$	$0,041125k$ conv.	$0,034459k$ conc.	$0,068305k$ conv.	$0,198665k$ conc.
$+1,3$	$0,600687$	$0,039893k$ —	$0,035130k$ —	$0,057359k$ —	$0,172870k$ —
$-0,187323$	$0,3736444$	$0,276853k$ conc.	$0,061299k$ conv.	$0,036567k$ conc.	$0,043679k$ conv.
$-0,2$	$0,407643$	$0,259305k$ —	$0,056187k$ —	$0,038666k$ —	$0,031214k$ —
$-0,3$	$0,4719248$	$0,172870k$ —	$0,043534k$ —	$0,043373k$ —	$0,039893k$ —

De là par interpolation

le rayon de la face I. $0,210338k$; II. $0,051851k$; III. $0,041333k$; IV. $0,041333k$,
& en corrigeant par la supposition des formules plus générales,

$$\mu = -0,25471, \text{ \& } v = 0,445864,$$

le rayon de la face I. $0,203608$; II. $0,0513701$; III. & IV. $0,041333$.

Où, en cherchant très exactement la valeur de v même par une équation quadratique, posant comme ci-dessus $\mu = -0,25471$, on aura $v = 0,45118$, & la construction de la lentille fera la meilleure, de la manière suivante.

Premier ménisque qui regarde l'objet	{	Le rayon de la face extérieure concave, $0,203608k$.
		Le rayon de la face intérieure concave, $0,050742k$.
Ménisque postérieur.	{	Le rayon de la face intérieure concave, $0,041748k$.
		Le rayon de la face extérieure convexe, $0,041333k$.

HYPOTHESE II.

$$\begin{aligned}
 m &= 1 - 34, \text{ ou } n = 0,8645162, \text{ \& nous obtiendrons} \\
 /A &= 0,9644932; \quad \mathcal{A} = 0,1952438; \quad \mathcal{A}^2 + \mathcal{C} = 0,0825870, \\
 /B &= 0,5561004; \quad \mathcal{B} = 0,4118135; \quad 2\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathcal{D} = -0,0888700, \\
 /C &= 0,8802237; \quad \mathcal{C} = 0,0444669; \quad \mathcal{B}^2 - \mathcal{C} = 0,0246450, \\
 /D &= 9,6125301; \quad \mathcal{D} = 0,2496780; \quad /a = 8,7255735, \\
 /E &= 0,3618735; \quad \mathcal{E} = 0,194235; \quad /b = 8,3515749. \\
 /F &= 0,2529066;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v &= 0,1952438\mu + 0,4118135 + V(0,082587\mu^2 - 0,08887\mu - 0,024645) \\
 &\text{\& } \mu \text{ ou } > 1,30478, \text{ ou } < -0,22870.
 \end{aligned}$$

Omettons les cas où μ est affirmatif, parce qu'il faut les regarder comme toujours fort inférieurs à ceux où μ est négatif: & la construction d'une semblable lentille sera en général de la maniere suivante

Ménisque antérieur.	{	Le rayon de la face antérieure concave $0,0531586 \frac{k}{-\mu}$.
	{	Le rayon de la face postérieure concave $0,0224685 \frac{k}{v}$.
Ménisque postérieur.	{	Le rayon de la face intérieure concave $0,0224685 \frac{k}{1-v}$.
	{	Le rayon de la face extérieure convexe $0,0531586 \frac{k}{1-\mu}$.

Soit premierement $\mu = -0,22870$, & l'on trouvera $v = 0,3671613$, d'où les rayons des faces;

I. $0,232438k$; II. $0,061195k$; III. $0,035505k$; IV. $0,043264k$.

A' présent soit $\mu = -0,3$, afin que v devienne $= 0,450445$, & nous obtiendrons

I. $0,177195k$; II. $0,049881k$; III. $0,040885k$; IV. $0,040891$.

HY.

HYPOTHESE III.

$$mn = 1,35; n = 0,8709697;$$

$$/A = 1,0012417; \mathcal{A} = 0,1866530; \mathcal{A}^2 + \mathcal{C} = 0,0760254,$$

$$/B = 0,5733068; \mathcal{B} = 0,4159117; 2\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathcal{D} = -0,0819071,$$

$$/C = 0,9212729; \mathcal{C} = 0,0411860; \mathcal{B}\mathcal{B} - \mathcal{E} = -0,0282445,$$

$$/D = 9,6159910; \mathcal{D} = 0,2371695; \quad \hline /a = 8,7363136,$$

$$/E = 0,3763005; \mathcal{E} = 0,2012271; \quad /b = 8,3422496.$$

$$/F = 0,3049282,$$

$$v = 0,1866530\mu + 0,4159117 + V(0,0760254\mu^2 - 0,0819071\mu - 0,0282445),$$

$$\mu < -0,27476.$$

Construction générale de ces lentilles.

Ménisque antérieur. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le rayon de la face extérieure concave } 0,0544889 \frac{k}{-\mu}. \\ \text{Le rayon de la face postérieure concave } 0,021991 \frac{k}{v}. \end{array} \right.$

Ménisque postérieur. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le rayon de la face intérieure concave } 0,021991 \frac{k}{1-v}. \\ \text{Le rayon de la face extérieure convexe } 0,054489 \frac{k}{1-\mu}. \end{array} \right.$

1. Qu'on pose $\mu = -0,27476$, on aura $v = 0,3646269$, & les rayons des faces

I. $0,198317k$; II. $0,042743k$; III. $0,060312k$; IV. $0,034612k$.

2. Soit $\mu = -0,3$, afin que v soit $= 0,416216$, & les rayons des faces seront

I. $0,18163k$; II. $0,05283k$; III. $0,03767k$; IV. $0,04191k$.

3. Qu'on prenne $\mu = 4$, & l'on aura $v = 0,47041$; ce qui donnera pour les rayons des faces



I. 0,13622 k ; II. 0,046749 k ; III. 0,041525 k ; IV. 0,038921 k .

4. De là on tire par interpolation la construction suivante qui est la plus parfaite dans son genre.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave 0,15348 k .
Le rayon de la face postérieure concave 0,04906 k .

Ménisque postérieur. { Le rayon de la face antérieure concave 0,04006 k .
Le rayon de la face extérieure convexe 0,04006 k .

HYPOTHESE IV.

$$mn = 1,36; n = 0,8774192.$$

$$IA = 1,0402248; \mathcal{A} = 0,1779894; \mathcal{A}^2 + \mathcal{C} = 0,0696228,$$

$$IB = 0,5916489; \mathcal{B} = 0,4200203; 2\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathcal{D} = -0,0751322,$$

$$IC = 0,9645251; \mathcal{C} = 0,0379426; \mathcal{C}^2 - \mathcal{E} = -0,0317780,$$

$$ID = 9,6193523; \mathcal{D} = 0,2246509; \frac{1}{a} = 8,7459596,$$

$$I-E = 0,3917329; \mathcal{E} = 0,2081951; \frac{1}{b} = 8,3307346,$$

$$I-F = 0,3586954.$$

$$v = 0,1779898\mu + 0,4200203 + \sqrt{(0,0696228\mu^2 - 0,0751322\mu - 0,0317780)}.$$

$$\mu < -0,3166805.$$

Construction générale de ces lentilles.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave $0,0557134 \frac{k}{1-\mu}$.
Le rayon de la face intérieure concave $0,0214158 \frac{k}{\nu}$.

Ménisque postérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0,0214158 \frac{k}{1-\nu}$.
Le rayon de la face extérieure convexe $0,0557134 \frac{k}{1-\mu}$.

1. Qu'on



1. Qu'on pose $\mu = -0,3166805$, afin que ν soit $= 0,3636544$, & l'on aura pour les rayons des faces
I. $0,1761459 k$; II. $0,05889 k$; III. $0,03365 k$; IV. $0,04231 k$.
2. Soit $\mu = -0,5$, on aura $\nu = 0,4913183$, & l'on obtient pour les rayons des faces
I. $0,1114268 k$; II. $0,043588 k$; III. $0,042686 k$; IV. $0,037142 k$.
3. D'où par interpolation on trouve les rayons des faces
I. $0,136603 k$; II. $0,049561 k$; III. $0,039161 k$; IV. $0,039161 k$,
construction qui a besoin d'être corrigée au cas qu'on veuille s'en servir.

HYPOTHESE V.

$$\begin{aligned}
 mn &= 1,37; \quad n = 0,8838710, \\
 /A &= 1,0816572; \quad \mathcal{A} = 0,1692532; \quad \mathcal{A}^2 - \mathcal{C} = 0,0634002, \\
 /B &= 0,6112242; \quad \mathcal{B} = 0,4241395; \quad 2\mathcal{A}\mathcal{B} - \mathcal{D} = -0,0685297, \\
 /C &= 1,0101959; \quad \mathcal{C} = 0,0347536; \quad \mathcal{B}^2 - \mathcal{E} = -0,0352728, \\
 /D &= 9,6226575; \quad \mathcal{D} = 0,2121037; \\
 /E &= 0,4082054; \quad \mathcal{E} = 0,2151671; \quad \begin{array}{l} /a = 8,7479677, \\ /b = 8,3103684. \end{array} \\
 /F &= 0,4144332. \\
 \nu &= 0,1692532 \mu + 0,4241395 + \sqrt{(0,0634002 \mu^2 - 0,0685297 \mu - 0,0352728)}. \\
 \mu &= -0,3806593.
 \end{aligned}$$

Construction générale de ces lentilles.

$$\text{Ménisque} \left\{ \begin{array}{l} \text{Le rayon de la face antérieure concave } 0,0559716 \frac{k}{-\mu}. \\ \text{antérieur.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Le rayon de la face postérieure concave } 0,0204347 \frac{k}{\nu}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$



Ménisque postérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0,0204347 \frac{k}{1-\nu}$.
 { Le rayon de la face extérieure convexe $0,0559716 \frac{k}{1-\mu}$.

1. Soit $\mu = -0,3806593$, afin que ν soit $= 0,3597117$, & nous aurons pour les rayons des faces
 I. $0,147038k$; II. $0,056809k$; III. $0,031914k$, IV. $0,040549k$,
2. Qu'on pose à présent $\mu = -0,5$; & l'on aura $\nu = 0,4613410$, d'où l'on tire la construction suivante.

Ménisque antérieur. { Le rayon de la face antérieure concave $0,111943k$.
 { Le rayon de la face postérieure concave $0,044294k$.
 Ménisque postérieur. { Le rayon de la face intérieure concave $0,037936k$.
 { Le rayon de la face extérieure convexe $0,037314k$.

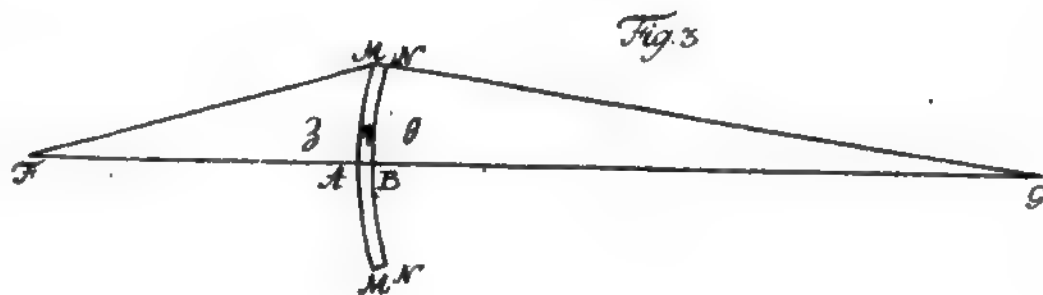
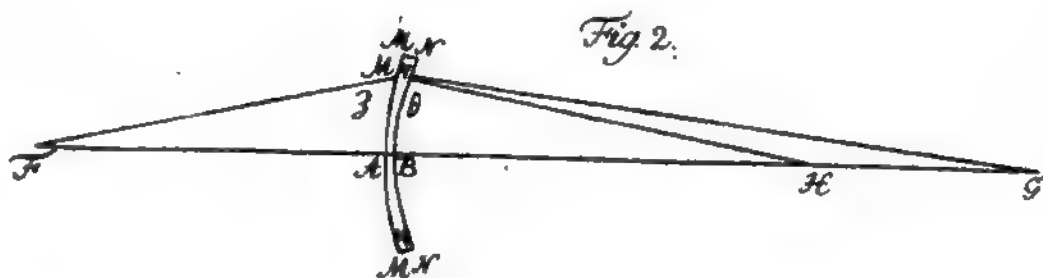
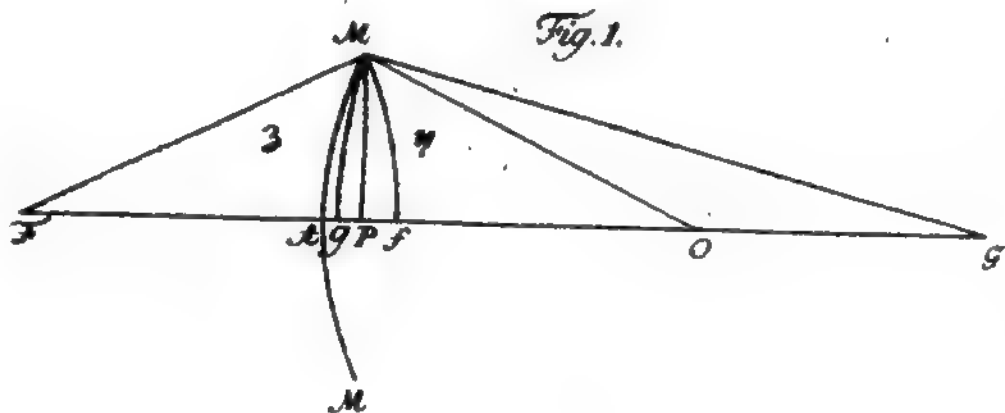
SCHOLIE.

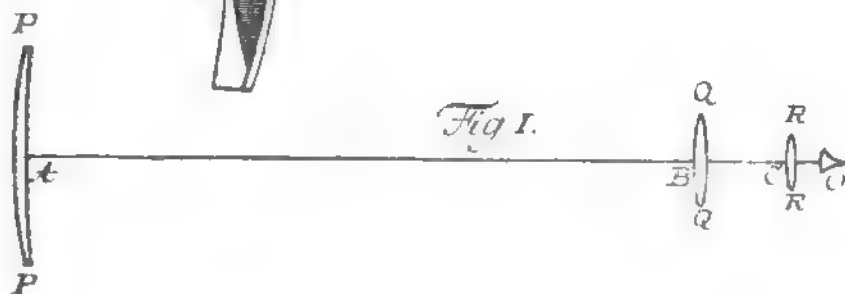
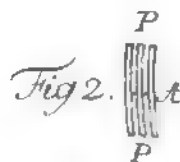
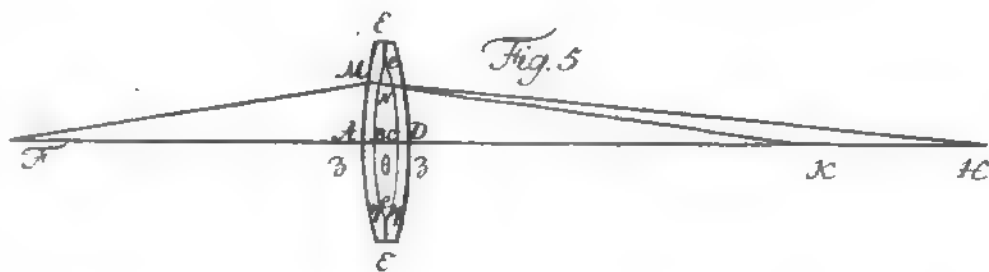
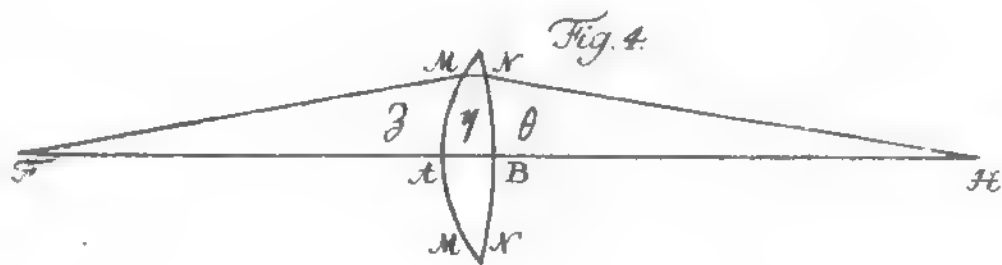
On conclut de là:

1. Que plus la raison de la réfraction de l'air dans le fluide renfermé sera petite, plus les rayons des faces seront grands: par conséquent on pourra donner une plus grande ouverture à la lentille: & cette lentille sera beaucoup meilleure que les lentilles simples.

2. Que la prérogative de ces lentilles composées est d'autant plus grande, que l'on place le foyer à une distance plus éloignée. Car, lorsque cette distance est fort petite, une semblable lentille composée n'aura aucun avantage sur les lentilles simples, à cause de la petitesse des rayons des faces, ou même elle sera fort inférieure aux lentilles ordinaires.









M É M O I R E

S U R

QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES DES
QUANTITÉS TRANSCENDENTES CIRCULAIRES
ET LOGARITHMIQUES.

PAR M. L A M B E R T. *)

§. I.

Démontrer que le diamètre du cercle n'est point à sa circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, c'est là une chose, dont les géomètres ne seront gueres surpris. On connoit les nombres de *Ludolph*, les rapports trouvés par *Archimede*, par *Metius* etc. de même qu'un grand nombre de suites infinies, qui toutes se rapportent à la quadrature du cercle. Et si la somme de ces suites est une quantité rationnelle, on doit assez naturellement conclure, qu'elle fera ou un nombre entier, ou une fraction très simple. Car, s'il y falloit une fraction fort composée, quelle raison y auroit-il, pourquoi plutôt telle que telle autre quelconque? C'est ainsi, par exemple, que la somme de la suite

$$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \&c.$$

est égale à l'unité, qui de toutes les quantités rationnelles est la plus simple. Mais, en omettant alternativement les 2, 4, 6, 8 &c. termes, la somme des autres

*) Lu en 1767.



$$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{9.11} + \frac{2}{13.15} + \&c.$$

donne l'aire du cercle, lorsque le diamètre est $= 1$. Il semble donc que, si cette somme étoit rationnelle, elle devroit également pouvoir être exprimée par une fraction fort simple, telle que seroit $\frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{5}$ &c. En effet, le diamètre étant $= 1$, le rayon $= \frac{1}{2}$, le quarré du rayon $= \frac{1}{4}$, on voit bien que ces expressions étant aussi simples, elles n'y mettent point d'obstacle. Et comme il s'agit de tout le cercle, qui fait une espece d'unité, & non de quelque Secteur, qui de sa nature demanderoit des fractions fort grandes, on voit bien, qu'encore à cet égard on n'a point sujet de s'attendre à une fraction fort composée. Mais comme, après la fraction $\frac{1}{4}$ trouvée par *Archimede*, qui ne donne qu'un à peu près, on passe à celle de *Metius*, $\frac{2}{3} \frac{1}{2}$, qui n'est pas non plus exacte, & dont les nombres sont considérablement plus grands, on doit être fort porté à conclure, que la somme de cette suite, bien loin d'être égale à une fraction simple, est une quantité irrationnelle.

§. 2. Quelque vague que soit ce raisonnement, il y a néanmoins des cas où on ne demande pas d'avantage. Mais ces cas ne sont pas celui de la quadrature du cercle. La plupart de ceux qui s'attachent à la chercher, le font avec une ardeur, qui les entraîne quelque fois jusqu'à révoquer en doute les vérités les plus fondamentales & les mieux établies de la géométrie. Pourroit-on croire, qu'ils se trouveroient satisfaits par ce que je viens de dire? Il y faut toute autre chose. Et s'agit-il de démontrer, qu'en effet le diamètre n'est pas à la circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, cette démonstration doit être si rigide, qu'elle ne le cede à aucune démonstration géométrique. Et avec tout cela je reviens à dire, que les géomètres n'en seront point surpris. Ils doivent être accoutumés depuis longtems à ne s'attendre à autre chose. Mais voici ce qui méritera plus d'attention, & ce qui fera une bonne partie de ce Mémoire. Il s'agit de faire voir, que toutes les fois qu'un arc de cercle quelconque est commensurable au rayon, la tangente de cet arc lui est in-

com-

commensurable; & que réciproquement, toute tangente commensurable n'est point celle d'un arc commensurable. Voilà de quoi être un peu plus surpris. Cet énoncé paroïssoit devoir admettre une infinité d'exceptions, & il n'en admet aucune. - Il fait encore voir jusqu'à quel point les quantités circulaires transcendentes sont transcendentes, & reculées au delà de toute commensurabilité. Comme la démonstration que je vais donner exige toute la rigueur géométrique, & qu'en outre elle sera un tissu de quelques autres theorèmes, qui demandent d'être démontrés avec tout autant de rigueur, ces raisons m'excuseront, quand je ne me hâterai pas d'en venir à la fin, ou lorsque chemin faisant je m'arrêterai à ce qui se présentera de remarquable.

§. 3. Soit donc proposé un arc de cercle quelconque, mais commensurable au rayon: & il s'agit de trouver, si cet arc de cercle sera en même tems commensurable à sa tangente ou non? Qu'on se figure pour cet effet une fraction telle, que son numérateur soit égal à l'arc de cercle proposé, & que son dénominateur soit égal à la tangente de cet arc. Il est clair que, de quelque manière que cet arc & la tangente soient exprimés, cette fraction doit être égale à une autre fraction, dont le numérateur & le dénominateur seront des nombres entiers, toutes les fois que l'arc de cercle proposé se trouvera être commensurable à sa tangente. Il est clair aussi que cette seconde fraction doit pouvoir être déduite de la première, par la même méthode, dont on se sert en arithmétique pour réduire une fraction à son moindre dénominateur. Cette méthode étant connue depuis *Euclide*, qui en fait la 2^{me} prop. de son 7^{me} Livre, je ne m'arrêterai pas à la démontrer de nouveau. Mais il convient de remarquer que, tandis que *Euclide* ne l'applique qu'à des nombres entiers & rationels, il faudra que je m'en serve d'une autre façon, lorsqu'il s'agit d'en faire l'application à des quantités, dont on ignore encore si elles seront rationelles ou non? Voici donc le procédé qui conviendra au cas dont il est ici question.

§. 4. Soit le rayon $\equiv r$, un arc de cercle proposé quelconque $\equiv v$. Et on aura les deux suites infinies fort connues



$$\sin v = v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^7 + \&c.$$

$$\cos v = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} v^6 + \&c.$$

Comme dans ce qui suivra je donnerai deux suites pour l'hyperbole qui ne différeront de ces deux qu'en ce que tous les signes sont positifs, je différerai jusques-là de démontrer la loi de progression de ces suites, &c. encore ne la démontrerai-je que pour ne rien omettre de tout ce que demande la rigueur géométrique. Il suffit donc d'en avoir averti les Lecteurs d'avance.

§. 5. Or comme il est

$$\text{tang } v = \frac{\sin v}{\cos v},$$

nous aurons, en substituant ces deux suites, la fraction

$$\text{tang } v = \frac{v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \&c.}{1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \&c.}$$

Je la poserai pour plus de brièveté

$$\text{tang } v = \frac{A}{B},$$

de sorte qu'il soit

$$A = \sin v,$$

$$B = \cos v.$$

Voici maintenant le procédé que prescrit *Euclide*.

§. 6. On divise B par A; soit le quotient = Q', le résidu = R'.
On divise A par R'; soit le quotient = Q'', le résidu = R''.
On divise R' par R''; soit le quotient = Q''', le résidu = R'''.
On divise R'' par R'''; soit le quotient = Q''', le résidu = R'''. &c.

de

de sorte qu'en continuant ces divisions, on trouve successivement

les quotiens $Q', Q'', Q''' \dots Q'', Q^{n+1}, Q^{n+2} \dots \&c.$

les résidus $R', R'', R''' \dots R'', R^{n+1}, R^{n+2} \dots \&c.$

& il est clair sans que j'en avertisse, que les exposans $n, n+1, n+2 \&c.$ ne servent qu'à indiquer le quantieme quotient ou résidu est celui où ils se trouvent marqués. Ce qui étant posé, voici ce qu'il s'agit de démontrer.

§. 7. En premier lieu, *non seulement que la division peut être continuée sans fin, mais que les quotiens suivront une loi très simple en ce qu'il sera*

$$\begin{aligned} Q' &= + 1 : v, \\ Q'' &= - 3 : v, \\ Q''' &= + 5 : v, \\ Q^{IV} &= - 7 : v, \&c. \end{aligned}$$

Et en général

$$Q^n = \pm (2n - 1) : v,$$

où le signe $+$ est pour l'exposant n pair, le signe $-$ pour l'exposant n impair, & que de la sorte on aura pour la tangente exprimée par l'arc la fraction continue très simple

$$\begin{array}{r} \text{tang } v = \frac{1}{1 : v - 1} \\ \frac{3 : v - 1}{5 : v - 1} \\ \frac{5 : v - 1}{7 : v - 1} \\ \frac{7 : v - 1}{9 : v - \&c.} \end{array}$$

§. 8. En second lieu, *que les résidus $R', R'', R''' \&c.$ seront exprimés par les suites suivantes, dont les loix de progression sont également fort simples:*

$L1 \ 3$

$R' =$

$$R' = -\frac{2}{2 \cdot 3} v^2 + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^4 - \frac{6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^6 + \&c.$$

$$R'' = -\frac{2 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^3 + \frac{4 \cdot 6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^5 - \frac{6 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} v^7 + \&c.$$

$$R''' = +\frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{2 \cdot \dots \cdot 7} v^4 - \frac{4 \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot \dots \cdot 9} v^6 + \frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{2 \cdot \dots \cdot 11} v^8 - \&c.$$

$$R^{IV} = +\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot \dots \cdot 9} v^5 - \frac{4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10}{2 \cdot \dots \cdot 11} v^7 + \frac{6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12}{2 \cdot \dots \cdot 13} v^9 - \&c.$$

&c.

de sorte que les signes des premiers termes changent suivant l'ordre quaternaire — — + +, & qu'en général il sera

$$\pm R^n = -\frac{2^n (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+1)} v^{n+1} + \frac{2^{n+1} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+1))}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+3)} v^{n+3} - \&c.$$

$$\pm R^{n+1} = -\frac{2^{n+1} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+1))}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+3)} v^{n+2} + \frac{2^{n+2} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+2))}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+5)} v^{n+4} - \&c.$$

$$\pm R^{n+2} = +\frac{2^{n+1} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+2))}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+5)} v^{n+3} - \frac{2^{n+3} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+3))}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (2n+7)} v^{n+5} + \&c.$$

§. 9. Or pour donner à la démonstration de ces théorèmes toute la brièveté possible, considérons que chaque résidu R^{n+2} se trouve en divisant par le résidu R^{n+1} , qui le précède immédiatement, l'antépénultième R^n . Cette considération fait, que la démonstration, dont il s'agit peut être partagée en deux parties. Dans la première il faut faire voir que; si deux résidus R^n , R^{n+1} , qui se succèdent immédiatement, ont la forme que je leur ai donnée, le résidu R^{n+2} , qui suit immédiatement, aura la même forme. Ce qui étant une fois démontré, il ne reste plus que de faire voir, dans la seconde partie de la démonstration, que la forme des deux premiers résidus est celle qu'ils doivent avoir.

avoir. Car, de cette manière, il est évident que la forme de tous les suivans s'établit comme d'elle-même.

§. 10. Commençons donc par diviser le premier terme du résidu R^n par le premier terme du résidu R^{n+1} , afin d'avoir le quotient

$$\begin{aligned} Q^{n+1} &= \frac{2^n (1.2.3 \dots n)}{1.2.3 \dots (2n+1)} v^{n+1} : \frac{2^{n+1} (1.2.3 \dots (n+1))}{1.2.3 \dots (2n+3)} v^{n+1} \\ &= 1 : \frac{2(n+1)v}{(2n+2) \cdot (2n+3)} = (2n+3) : v. \end{aligned}$$

Et il est clair que, le résidu R^{n+1} étant multiplié par ce quotient

$$Q^{n+1} = (2n+3) : v,$$

& le produit étant soustrait du résidu R^n , il doit rester le résidu R^{n+2} .

§. 11. Mais afin de n'avoir pas besoin de faire cette opération pour chaque terme séparément & de nous borner par là à une simple induction, prenons le terme général de chacune des suites qui expriment les résidus R^n , R^{n+1} , R^{n+2} , de sorte qu'en prenant le m ème terme des résidus R^n , R^{n+1} , nous prenions le $(m-1)$ ème terme du résidu R^{n+2} . Ce qui étant observé, ces termes seront

$$\begin{aligned} +r^n &= - \frac{2^{n+m-1} (m \cdot (m+1) \cdot (m+2) \dots (n+m-1) v^{n+2m-1})}{1.2.3.4 \dots (2n+2m-1)} \\ +r^{n+1} &= - \frac{2^{n+m} \cdot (m \cdot (m+1) (m+2) \dots (n+m) v^{n+2m})}{1.2.3.4 \dots (2n+2m+1)} \\ +r^{n+2} &= - \frac{2^{n+m} \cdot ((m-1) \cdot m \cdot (m+1) \dots (n+m) \cdot v^{n+2m-1})}{1.2.3.4 \dots (2n+m+1)} \end{aligned}$$

Or, puisqu'il doit être

$$r^n = r^{n+1} \cdot (2n+3) : v = r^{n+2},$$

& qu'en effet il est

$$\begin{aligned} r^n = r^{n+1}(2n+3) : v &= \frac{2^{n+m-1} \cdot (m - \dots - (n+m-1)) v^{n+1m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n+2m-1)} \\ &+ \frac{2^{n+m} \cdot (m - \dots - (n+m)) v^{n+1m}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n+2m+1)} \cdot \frac{2n+3}{v} \\ &= \frac{2^{n+m-1} \cdot (m - \dots - (n+m-1)) v^{n+1m-1}}{1 \cdot 2 \dots (2m+2m-2)} \cdot \left(-1 + \frac{2 \cdot (n+m) \cdot (2n+3)}{(2n+2m) \cdot (2n+2m+1)}\right) \\ &= \frac{2^{n+m-1} \cdot (m - \dots - (n+m-1)) v^{n+1m-1}}{1 \cdot 2 \dots (2n+2m-2)} \cdot \frac{(2m-2) \cdot (2n+2m)}{(2n+2m) \cdot (2n+m+1)} \\ &= \frac{2^{n+m} \cdot ((m-1) \cdot m(m+1) - \dots - (n+m)) v^{n+1m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n+m+1)}, \end{aligned}$$

& partant

$$= \pm r^{n+2}.$$

On voit, que les résidus R^n, R^{n+1} ayant la forme que je leur ai donnée, le résidu R^{n+2} aura la même forme. Il ne s'agira donc plus, que de s'assurer de la forme des deux premiers résidus R', R'' , afin d'établir ce que cette première partie de notre démonstration avoit admis comme vrai en forme d'hypothèse. Et c'est ce qui fera la seconde partie de la démonstration.

§. 12. Souvenons-nous pour cet effet, que le premier résidu R' est celui qui reste en divisant le

$$\cos v = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \dots - \frac{1}{1 \dots m} v^m - \dots - \&c.$$

par le

$$\sin v = v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \dots - \frac{1}{1 \dots (m+1)} v^{m+1} - \dots - \&c.$$

Or

Or le quotient qui résulte de la division du premier terme, étant $= 1 : v$, on voit qu'il sera

$$R' = \cos v - \frac{1}{v} \cdot \sin v.$$

Multipliant donc le terme général du diviseur,

$$+ \frac{1}{1.2. \dots (m+1)} v^{m+1},$$

par $1 : v$, & soustrayant le produit

$$+ \frac{1}{1.2. \dots (m+1)} \cdot v^m,$$

du terme général du dividende

$$+ \frac{1}{1.2. \dots m} \cdot v^m,$$

on aura le terme général du premier résidu R'

$$r' = + \frac{m \cdot v^m}{1. \dots (m+1)}.$$

Or $(m+1)$ étant toujours un nombre impair, m sera un nombre pair, & le premier résidu sera

$$R' = -\frac{2}{2.3} v^2 + \frac{4}{2.3.4.5} v^4 - \frac{6}{2. \dots 7} v^6 + \&c.$$

tel que nous l'avons supposé.

§. 13. Le second résidu R'' résulte de la division de

$$\sin v = v - \frac{1}{2.3} v^3 + \frac{1}{2.3.4.5} v^5 - \&c. \dots + \frac{1}{1.2. \dots (m-1)} v^{m-1}$$

par le premier résidu que nous venons de trouver

$$R' = -\frac{2}{2.3} v^2 + \frac{4}{2.3.4.5} v^4 - \frac{6}{2. \dots 7} v^6 + \dots + \frac{m \cdot v^m}{1. \dots (m+1)}$$

Or le quotient qui résulte de la division du premier terme, étant $\equiv -3 : v$, on voit qu'il sera

$$R'' \equiv \sin v - \frac{3}{v} \cdot R'.$$

Multipliant donc le terme général du diviseur

$$+ \frac{m v^m}{1 - \dots - (m+1)},$$

par $-3 : v$, & soustrayant le produit

$$+ \frac{3 m v^{m-1}}{1 - \dots - (m+1)},$$

du terme général du dividende

$$+ \frac{1}{1 - \dots - (m-1)} v^{m-1},$$

le terme général du second résidu sera

$$\begin{aligned} R'' &\equiv + \frac{v^{m-1}}{1 - \dots - (m-1)} - \frac{3 m v^{m-1}}{1 - \dots - (m+1)} \\ &\equiv + \frac{(m-2) \cdot m \cdot v^{m-1}}{1 - \dots - (m+1)}. \end{aligned}$$

Substituant donc pour m les nombres pairs, nous aurons le second résidu

$$R'' \equiv - \frac{2 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^3 + \frac{4 \cdot 6}{2 - \dots - 7} v^5 - \frac{6 \cdot 8}{2 - \dots - 9} v^7 + \&c.$$

encore tel que nous l'avons supposé. Ainsi la forme des deux premiers résidus étant démontrée, il s'ensuit, en vertu de la première partie de notre démonstration, que la forme de tous les résidus suivans l'est également.

§. 14. Maintenant il n'est plus nécessaire de démontrer séparément la loi de la progression des quotiens Q' , Q'' , Q''' &c. Car la loi des résidus étant démontrée, il est par là même démontré qu'un quotient quelconque sera (§. 10)



$$\pm Q^{n+1} = (2n \pm 3) : v,$$

ce qui, en vertu de la théorie des fractions continues, donne

$$\text{tang } v = \frac{1}{1 : v - 1} \cfrac{3 : v - 1}{5 : v - 1} \cfrac{7 : v - 1}{9 : v - 1} \cfrac{11 : v - 1}{\text{\&c.}}$$

d'où l'on voit en même tems, que toutes les fois que l'arc v sera égal à une partie aliquote du rayon, tous ces quotiens seront des nombres entiers croissans dans une progression arithmétique.

Et voilà ce qu'il faut observer, parce que dans le théoreme d'*Euclide* cité cy-dessus (§. 3.) tous les quotiens sont supposés être des nombres entiers. Ainsi jusques là la méthode que prescrit *Euclide*, sera applicable à tous ces cas, où l'arc v est une partie aliquote du rayon. Mais, encore dans ces cas, il s'y joint une autre circonstance qu'il convient de faire remarquer.

§. 15. Le probleme que propose *Euclide*, c'est de trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers, qui ne sont pas premiers entre eux. Ce probleme est résolvable toutes les fois qu'un des résidus R' , R'' , R''' &c. - - - R^n devient $\equiv 0$, sans que le résidu précédent R^{n-1} soit égal à l'unité, ce qui suivant, la 1^{re} Prop. du même livre n'arrive que lorsque les deux nombres proposés sont premiers entre eux, bien entendu que tous les quotiens Q' , Q'' , Q''' &c. sont supposés être des nombres entiers. Or nous venons de voir, que cette dernière supposition a lieu dans le cas dont il s'agit ici, toutes les fois que $\frac{1}{v}$ est un nombre entier. Mais, quant aux résidus R' , R'' , R''' &c.

il n'y en a aucun qui devienne $\equiv 0$. Tout au contraire, en considé-

rant la loi de progression des résidus que nous venons de trouver, on voit, que non seulement ils décroissent sans interruption, mais qu'ils décroissent même plus fortement qu'aucune progression géométrique. Quoique donc cela continue à l'infini, nous pourrions néanmoins y appliquer la proposition d'*Euclide*. Car, en vertu de cette proposition, le plus grand commun diviseur de A, B , est en même tems le plus grand commun diviseur de tous les résidus R, R', R'' &c. Or ces résidus décroissant en sorte qu'enfin ils deviennent plus petits qu'aucune quantité assignable, il s'ensuit que le plus grand commun diviseur de A, B , est plus petit qu'aucune quantité assignable; ce qui veut dire qu'il n'y en a point, & que par conséquent A, B , étant des quantités incommensurables, la

$$\text{tang } v = \frac{A}{B}$$

sera une quantité irrationnelle toutes les fois que l'arc v sera une partie aliquote du rayon.

§. 16. Voilà donc à quoi se borne l'usage qu'on peut faire de la proposition d'*Euclide*. Il s'agit maintenant de l'étendre à tous les cas où l'arc v est commensurable au rayon. Pour cet effet, & pour démontrer encore quelques autres théorèmes, je vais reprendre la fraction continue

$$\text{tang } v = \frac{1}{1 : v - 1 \over 3 : v - 1 \over 5 : v - 1 \over 7 : v - 1 \text{ \&c.}}}$$

& en faisant $1 : v = w$, je la transformerai en

$$\text{tang } v = \frac{1}{w - 1 \over 3w - 1 \over 5w - 1 \over 7w - 1 \text{ \&c.}}}$$



§. 17. Or, en retenant des quotiens $w, 3w, 5w$ &c. autant qu'on voudra on n'aura qu'à en faire la réduction, pour avoir des fractions qui exprimeront la tangente de v d'autant plus exactement qu'on aura retenu un plus grand nombre des quotiens. C'est ainsi p. ex. qu'en retenant 1, 2, 3, 4 &c. quotiens, on trouve les fractions

$$\frac{1}{w}, \frac{3w}{3w^2 - 1}, \frac{15w^2 - 1}{15w^3 - 6w}, \frac{105w^3 - 10w}{105w^4 - 45w^2 + 1},$$

§. 18. Mais, pour faire toutes ces réductions en ordre, & pour démontrer en même tems la loi de progression que ces fractions observent, nous poserons d'abord

$$\text{tang } v = \frac{1}{w-a} = \frac{1}{w-1} = \frac{1}{w-1} = \frac{1}{w-1} = \text{\&c.}$$

$$\frac{3w-a'}{3w-1} \quad \frac{5w-a''}{3w-1}$$

en exprimant par $a, a', a'', a''' \dots a^n, a^{n+1}, a^{n+2} \dots$ &c. les quantités qui résultent des quotiens qu'on voudra omettre, de sorte que pour les omettre on n'aura qu'à faire $a, a', a'', \dots a^n$ &c. $= 0$.

§. 19. Maintenant je dis, qu'en faisant $a^{n+1} = 0$, la fraction qui résulte de la réduction des quotiens qu'on retient, aura la forme

$$\text{tang } v = \frac{A - m a^n}{B - p a^n},$$

dans laquelle m, n, A, B ne sont point affectées de a^n . Supposons d'abord cette forme comme véritable, & on démontrera sans peine qu'en retenant encore un quotient de plus, la fraction qui résulte de la réduction, aura la même forme. Car comme il est

$$a^n = \frac{1}{(2n+1)w - a^{n+1}},$$

on n'aura qu'à substituer cette valeur dans la forme proposée, & elle se changera en

$$\text{tang } v = \frac{A(2n+1)w - m - A \cdot a^{n+1}}{B(2n+1)w - m - B \cdot a^{n+1}},$$

Comme cette forme est la même, il suffira de faire voir qu'elle est véritable pour le membre a' , puisqu'alors elle sera véritable pour tous les membres suivans $a'', a''', a'''' \dots$ &c. Or pour le membre a' il est

$$\text{tang } v = \frac{1}{\frac{w-1}{3w-a'}}$$

ce qui en faisant la réduction donne

$$\text{tang } v = \frac{3w - a'}{3w^2 - 1 - wa'},$$

la forme telle que nous l'avons supposée.

§. 20. Ayant donc trouvé

$$\text{tang } v = \frac{A - ma^n}{B - pa^n}$$

$$\text{tang } v = \frac{A(2n+1)w - m - A \cdot a^{n+1}}{B(2n+1)w - m - B \cdot a^{n+1}},$$

substituons encore pour a^{n+1} la valeur

$$a^{n+1} = \frac{1}{(2n+3)w - a^{n+2}},$$

& nous aurons

$$\text{tang } v = \frac{[A(2n+1)w - m] \cdot (2n+3w) - A - [A(2n+1)w - m] \cdot a^{n+2}}{[B(2n+1)w - p] \cdot (2n+3w) - B - [B(2n+1)w - p] \cdot a^{n+2}}.$$

§. 21. Donc, en faisant dans chacune de ces trois valeurs de $\text{tang } v$, égales à zéros, les membres a^n, a^{n+1}, a^{n+2} , nous aurons la forme générale des fractions, qu'il s'agit de trouver.

$$\frac{A}{B},$$

$$\frac{A (2n + 1) w - m}{B (2n + 1) w - p},$$

$$\frac{[A (2n + 1) w - m] \cdot (2n + 3) w - A}{[B (2n + 1) w - p] \cdot (2n + 3) w - B}.$$

Ces trois fractions étant pour l'omission de a^n , a^{n+1} , a^{n+2} , elles se suivent immédiatement, & on voit sans peine que la troisième se trouve moyennant les deux précédentes, en sorte que son numérateur & son dénominateur peut être calculé séparément. Car le numérateur de la seconde fraction doit être multiplié par le quotient qui répond à a^{n+1} , & du produit on soustrait le numérateur de la première fraction. Le reste sera le numérateur de la troisième fraction. Son dénominateur se trouve de la même manière par les dénominateurs des deux fractions précédentes.

§. 22. Pour avoir maintenant les fractions elles-mêmes, on n'aura qu'à écrire en trois colonnes les quotiens, avec les numérateurs & les dénominateurs des deux premières fractions (§. 17.) & les numérateurs & les dénominateurs suivans se trouveront par l'opération facile que nous venons d'indiquer. En voici le type

Quotiens	numérateurs	dénominateurs
	1 - - - - -	w
$5w$	$3w$ - - - - -	$3w^2 - 1$
$7w$	$15w^2 - 1$ - - -	$15w^3 - 6w$
$9w$	$105w^3 - 10w$ - -	$105w^4 - 45w^2 + 9$
$11w$	$945w^4 - 105w^2 + 1$	$945w^5 - 420w^3 + 15w$
&c.	$10395w^5 - 1260w^3 + 21w$	$10395w^6 - 4725w^4 + 210w^2 - 1$
	&c.	&c.

Ce qui donne les fractions

$$\frac{1}{w}, \frac{3w}{3w^2-1}, \frac{15w^2-1}{15w^3-6w}, \frac{105w^3-10w}{105w^4-45w^2+1} \&c.$$

dont chacune exprime plus exactement la tangente de v , que celles qui la précèdent.

§. 23. Or, quoique moiennant la regle que nous venons de donner (§. 21.), chacune de ces fractions peut être trouvée par les deux qui la précèdent immédiatement, *il conviendra, pour éviter encore ici une espece d'induction, d'en donner & d'en démontrer l'expression générale.* Commençons d'abord par remarquer, que les coefficients de chaque colonne verticale suivent une loi fort simple en ce que leurs facteurs sont en partie des nombres figurés & en partie des nombres impairs. Les voici résolus

Fraction	Quotient	Dénominateur
1 ^{re}		w
2 ^{de}	$5w$	$3.w^2 - 1.1$
3 ^{me}	$7w$	$3.5.w^3 - 2.3.w$
4 ^{me}	$9w$	$3.5.7.w^4 - 3.3.5.w^2 + 1.1$
5 ^{me}	$11w$	$3...9.w^5 - 4.3.5.7.w^3 + 3.5.w$
6 ^{me}	$13w$	$3...11.w^6 - 5.3...9.w^4 + 6.5.7.w^2 - 1.1$
7 ^{me}	$15w$	$3...13.w^7 - 6.3...11.w^5 + 10.5.7.9.w^3 - 4.7.w$
&c.	&c.	&c.

Fraction	Quotient	Numérateur
1 ^{re}		1
2 ^{de}	$5w$	$3.w$
3 ^{me}	$7w$	$3.5.w^2 - 1.1$
4 ^{me}	$9w$	$3.5.7.w^3 - 2.5.w$
5 ^{me}	$11w$	$3...9.w^4 - 3.5.7.w^2 + 1.1$
6 ^{me}	$13w$	$3...11.w^5 - 4.5.7.9.w^3 + 3.7.w$
7 ^{me}	$15w$	$3...13.w^6 - 5.5...11.w^4 + 6.7.9.w^2 - 1.1$
&c.	&c.	&c.

§. 24.



§. 24. Cette observation nous facilite le moyen de trouver pour une des fractions quelconque l'expression générale. Soit proposée la $n^{\text{ième}}$ de ces fractions, & nous aurons son

Dénominateur

$$\begin{aligned}
 &= w^n [1.3.5.7 \dots (2n-1)] - \frac{w^{n-2}}{2} [(2n-2).1.3.5.7 \dots (2n-3)] \\
 &+ \frac{w^{n-4}}{2.3.4} [(2n-4).(2n-6).1.3.5 \dots (2n-5)] \\
 &- \frac{w^{n-6}}{2.3.4.5.6} [(2n-6).(2n-8).(2n-10).1.3.5 \dots (2n-7)] \\
 &+ \frac{w^{n-8}}{2.3.4.5.6.7.8} [(2n-8).(2n-10).(2n-12).(2n-14).1.3.5.7 \dots (2n-9)] \\
 &- \&c.
 \end{aligned}$$

Numérateur

$$\begin{aligned}
 &= w^{n-1} [1.3.5.7 \dots (2n-1)] - \frac{w^{n-3}}{2.3} [(2n-4).1.3.5.7 \dots (2n-3)] \\
 &+ \frac{w^{n-5}}{2.3.4.5} [(2n-6).(2n-8).1.3.5.7 \dots (2n-5)] \\
 &- \frac{w^{n-7}}{2.3.4.5.6.7} [(2n-8).(2n-10).(2n-12).1.3.5.7 \dots (2n-7)] \\
 &+ \frac{w^{n-9}}{2.3.4.5.6.7.8.9} [(2n-10).(2n-12).(2n-14).(2n-16).1.3.5.7 \dots (2n-9)] \\
 &- \&c.
 \end{aligned}$$

Il ne s'agit donc plus que d'en démontrer l'universalité.

§. 25. C'est ce qui se fera en sorte qu'en admettant cette forme pour la $n^{\text{ième}}$ fraction, on en déduit celle de la $(n-1)^{\text{ième}}$ & de la $(n-2)^{\text{ième}}$, en substituant $(n-1)$, $(n-2)$ au lieu de n . Ensuite on procède conformément à la règle du §. 21. en déduisant tant le dé-



numérateur que le numérateur de la $n^{\text{ième}}$ fraction, de ceux des deux fractions précédentes tels qu'on vient de les trouver par la première opération. Et par là on doit reproduire la forme de la $n^{\text{ième}}$ fraction, telle que nous venons de la donner. On voit bien que ce procédé aboutit à établir, que si deux fractions qui se suivent immédiatement ont cette forme, celle qui les suit, l'aura également, & que par conséquent, les fractions de la table précédente, qui sont les premières, ayant cette forme, il s'ensuivra, que toutes les suivantes l'auront également.

§. 26. Si donc, pour abrégé cette démonstration, nous voulons nous en tenir au terme général, il faudra néanmoins calculer séparément celui du numérateur & celui du dénominateur, ne fut-ce que pour simplifier le calcul. Car du reste l'un & l'autre se calculera suivant la même règle (§. 21.). Commençons par le *dénominateur*, & en prenant le $m^{\text{ième}}$ terme de son expression générale pour la $n^{\text{ième}}$ fraction, il faudra également prendre le $m^{\text{ième}}$ terme pour la $(n-1)^{\text{ième}}$ fraction, mais on ne prendra que le $(m-1)^{\text{ième}}$ terme pour la $(n-2)^{\text{ième}}$ fraction. On voit qu'il faut en agir de la sorte par rapport aux dimensions ou aux exposans de la lettre w .

§. 27. Or le $m^{\text{ième}}$ terme de la $n^{\text{ième}}$ fraction pour le dénominateur est

$$M = \frac{w^{n-2m+2} \cdot [(2n-2m+2) \cdot (2n-2m) \cdot (2n-2m-2) \cdots (2n-4m+6)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-2m+1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots (2m-2)}$$

d'où, en substituant $(n-1)$ au lieu de n , on trouve le $m^{\text{ième}}$ terme de la $(n-1)^{\text{ième}}$ fraction

$$M' = \frac{w^{n-2m+1} \cdot [(2n-2m) \cdot (2n-2m-2) \cdots (2n-4m+4)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-2m-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots (2m-2)}$$

Et en substituant $(n-2)$ au lieu de n , & $(m-1)$ au lieu de m , on trouve le $(m-1)^{\text{ième}}$ terme de la $(n-2)^{\text{ième}}$ fraction.



$$M'' = \frac{w^{n-2m+2} \cdot [(2n-2m) \cdot (2n-2m-2) \cdots (2n-4m+6)] \cdot [1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (2n-2m-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots (2m-4)}$$

Or par la règle du §. 21. il doit être

$$M = (2n - 1) w \cdot M' - M''$$

ce qui fait que nous pourrons débarrasser ces trois expressions de tous les facteurs, qui leur sont communs, en les posant $= P$. Par là nous aurons

$$+ M = \frac{P \cdot w \cdot (2n - 2m + 2) \cdot (2n - 2m + 1)}{(2m - 2) \cdot (2m - 3)}$$

$$+ M' = \frac{P \cdot (2n - 4m + 4)}{(2m - 2) \cdot (2m - 3)}$$

$$- M'' = P \cdot w.$$

Où en faisant

$$\frac{P}{(2m - 2) \cdot (2m - 3)} = Q,$$

il fera

$$+ M = Qw \cdot (2n - 2m + 2) \cdot (2n - 2m + 1)$$

$$+ M' = Q \cdot (2n - 4m + 4)$$

$$- M'' = Qw \cdot (2m - 2) \cdot (2m - 3).$$

De là, en multipliant actuellement, on aura

$$(2n-1)wM' = Qw \cdot (4n^2 - 8nm + 6n + 4m - 4)$$

$$- M'' = Qw \cdot (4m^2 - 10m + 6);$$

donc

$$(2n-1)wM' - M'' = Qw(4n^2 - 8nm + 6n + 4m^2 - 6m + 2).$$

Mais il est aisé

$$M = Qw \cdot (2n-2m+2)(2n-2m+1) = Qw(4n^2 - 8nm + 6n + 4m^2 - 6m + 2).$$

Donc ces deux valeurs étant les mêmes, on voit qu'il est

$$M = (2n - 1) w \cdot M' - M'',$$



& que par conséquent la forme, que nous avons donnée au terme général est telle qu'elle doit être.

§. 28. Passons maintenant au *numérateur*. Le *m^{ème}* terme du numérateur de la *n^{ème}* fraction doit être

$$+N = \frac{w^{n-2m+1} \cdot [(2n-2m) \cdot (2n-2m-2) \dots (2n-4m+4)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-2m+1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (2m-1)}$$

d'où, en substituant $(n-1)$ au lieu de n , on aura le même *m^{ème}* terme pour la $(n-1)^{\text{ème}}$ fraction,

$$+N' = \frac{w^{n-2m} \cdot [(2n-2m-2) \cdot (2n-2m-4) \dots (2n-4m+2)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-2m-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (2m-1)}$$

Et en substituant $(n-2)$, $(m-1)$, au lieu de n , m , on aura le $(m-1)^{\text{ème}}$ terme de la $(n-2)^{\text{ème}}$ fraction,

$$-N'' = \frac{w^{n-2m+1} \cdot [(2n-2m-2) \cdot (2n-2m-4) \dots (2n-4m+4)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-2m-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (2m-3)}$$

Donc, en posant les facteurs communs à ces trois expressions $= P$, nous aurons

$$+N = \frac{Pw \cdot (2n-2m) \cdot (2n-2m+1)}{(2m-1) \cdot (2m-2)}$$

$$+N' = \frac{P \cdot (2n-4m+2)}{(2m-1) \cdot (2m-2)}$$

$$-N'' = Pw,$$

ou en faisant $P = Q \cdot (2m-1) \cdot (2m-2)$, il sera

$$+N = Qw \cdot (2n-2m) \cdot (2n-2m+1)$$

$$+N' = Q \cdot (2n-4m+2)$$

$$-N'' = Qw \cdot (2m-1) \cdot (2m-2)$$

Mais il doit être

$$N = (2n-1)w \cdot N' - N'',$$

donc

donc, en substituant les valeurs trouvées, on aura

$$(2n-1)w N' = Qw \cdot (4n^2 - 8nm + 2n + 4m - 2) \\ - N'' = Qw (4m^2 - 6m + 2),$$

donc

$$(2n-1)w N' - N'' = Qw (4n^2 - 8nm + 2n + 4m^2 - 2m).$$

Or la même valeur résulte de

$$N = (2n - m) \cdot (2n - 2m + 1) \cdot Qw.$$

Il s'ensuit donc de là, que la forme du terme général est telle qu'elle doit être.

§. 29. Reprenons donc les expressions générales que nous avons données au §. 24. & divisons celle du dénominateur par son premier terme, & nous aurons la suite

$$1 - \frac{w^2}{2} \cdot \frac{2n-2}{2n-1} + \frac{w^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{(2n-4) \cdot (2n-6)}{(2n-1) \cdot (2n-3)} - \frac{w^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdot \frac{(2n-6) \cdot (2n-8) \cdot (2n-10)}{(2n-1) \cdot (2n-3) \cdot (2n-5)} \\ + \frac{w^8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \cdot \frac{(2n-8) \cdot (2n-10) \cdot (2n-12) \cdot (2n-14)}{(2n-1) \cdot (2n-3) \cdot (2n-5) \cdot (2n-7)} - \&c.$$

ce qui, en substituant $v = w^2$, & en posant $n = \infty$, donne

$$1 - \frac{v^2}{2} + \frac{v^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{v^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \&c.$$

qui est le cosinus de v , & par conséquent le dénominateur dont nous sommes servis (§. 5.) pour trouver les quotiens w , $3w$ &c.

§. 30. Divisons encore l'expression générale du numérateur (§. 24.) par le même premier terme du dénominateur, & nous aurons la suite

$$w^2 - \frac{w^3}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2n-4}{2n-1} + \frac{w^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{(2n-6) \cdot (2n-8)}{(2n-1) \cdot (2n-3)} \\ - \frac{w^7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \cdot \frac{(2n-8) \cdot (2n-10) \cdot (2n-12)}{(2n-1) \cdot (2n-3) \cdot (2n-5)} \\ + \&c.$$

N^o 3

Ce



Ce qui encore donne pour $n = \infty$, la suite

$$v = \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 + \&c.$$

qui est $= \sin v$, & partant le numérateur, dont nous nous sommes servis §. 5.

§. 31. On voit encore par là, que, quelque grand que puisse être le premier terme des deux formules générales (§. 24.) le second terme, & encore plus les suivans, seront non seulement plus petits, mais même plus petits que la $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \cdot 3}$, $\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}$ &c. partie du premier terme.

Mais, en substituant pour n successivement 1, 2, 3, 4 &c. à l'infini, le premier terme, comme étant le produit d'autant des nombres impairs 1. 3. 5. 7 &c. croîtra plus fortement qu'aucune progression géométrique croissante; on voit encore que, quoique le 2, 4, 6 &c. terme soit soustractif, cela n'empêche pas que la somme des termes ne croisse plus fortement qu'aucune progression géométrique croissante. Et c'est ce que j'observe ici, parce que j'en ferai usage dans la suite de ce Mémoire. En voici d'abord un, qui se présente.

§. 32. Il s'agit de déterminer la loi, suivant laquelle les fractions

$$\frac{1}{w}, \frac{3w}{3w^2 - 1}, \frac{15w^2 - 1}{15w^3 - 6w}, \&c.$$

approchent de la valeur de la tangente? Pour cet effet, nous n'aurons qu'à soustraire chacune de celle qui la suit, & les résidus seront

$$\frac{1}{w \cdot (3w^2 - 1)}, \frac{1}{(3w^2 - 1) \cdot (15w^3 - 6w)}, \&c.$$

Ces résidus font voir de combien chacune des fractions est plus grande que celle qui la précède. Mais faisons voir généralement que tous les numérateurs sont $= 1$, & que tous les dénominateurs sont le produit de ceux des deux fractions dont ces résidus marquent la différence.



§. 33. Pour cet effet, nous reprendrons les trois formules générales que nous avons données au §. 21. & qui sont

$$\frac{A}{B},$$

$$\frac{A (2n + 1) w - m}{B (2n + 1) w - p},$$

$$\frac{[A (2n + 1) w - m] (2n + 3) w - A}{[B (2n + 1) w - p] (2n + 3) w - B}.$$

Or, soustrayant la première de la seconde, le résidu sera

$$= \frac{Ap - Bm}{B \cdot [B (2n + 1) w - p]}.$$

Mais le numérateur de ce résidu est le même qui résulte de la soustraction

$$\frac{A}{B} - \frac{m}{p} = \frac{Ap - Bm}{B \cdot p}.$$

Or $\frac{m}{p}$ étant la fraction qui précède la fraction $\frac{A}{B}$, on voit que le numérateur de tous ces résidus est le même, & que le dénominateur est le produit de ceux des fractions, dont ces résidus marquent la différence. Donc, à commencer d'une des fractions $\frac{m}{p}$ quelconque, les résidus seront

$$\frac{1}{p \cdot B}, \frac{1}{B [B (2n + 1) w - p]} \text{ \&c.}$$

§. 34. Observons maintenant, que tous ces résidus étant ajoutés à la première fraction, qu'on met pour base, la somme exprimera toujours la tangente de v , de sorte qu'en général il sera

$$\text{rang } v = \frac{m}{p} + \frac{1}{p \cdot B} + \frac{1}{B \cdot [B(2n+1)w - p]} + \&c.$$

& par conséquent

$$\text{rang } v = \frac{1}{w} + \frac{1}{w(3w^2 - 1)} + \frac{1}{(3w^2 - 1)(15w^3 - 6w)} + \&c.$$

$$\text{rang } v = \frac{5w}{3w^2 - 1} + \frac{1}{(3w^2 - 1)(15w^3 - 6w)} + \&c.$$

$$\text{rang } v = \frac{15w^2 - 1}{15w^3 - 6w} + \frac{1}{(15w^3 - 6w)(105w^4 - 45w^2 + 1)} + \&c.$$

&c.

On voit donc par ce que nous avons dit (§. 31.) que toutes ces suites sont plus convergentes, que ne l'est aucune progression géométrique décroissante. Soit p. ex. $v = w = 1$, & la tangente de cet arc sera $= 1,55740772 \dots$

$$= 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{9.61} + \frac{1}{61.540} + \frac{1}{540.5879} +$$

$$\frac{1}{5879.75587} + \frac{1}{75587.1147426} + \&c.$$

Et pour tout arc $v < 1$, on aura une suite encore plus convergente.

§. 35. Faisons maintenant $w = \omega : \Phi$, $v = \Phi : \omega$, de sorte que Φ , ω soient des nombres entiers quelconques, premiers entre eux. Nous n'aurons qu'à substituer ces valeurs, & il sera

$$\text{rang} \left(\frac{\Phi}{\omega} \right) = \frac{\Phi}{\omega} - \frac{\Phi\Phi}{3\omega} - \frac{\Phi\Phi}{5\omega} - \frac{\Phi\Phi}{7\omega} - \frac{\Phi\Phi}{9\omega} - \&c.$$

§. 36.



§. 36. Ensuite les fractions approchantes de la valeur de tang.

$\frac{\Phi}{\omega}$ seront

$$\frac{\Phi}{\omega}, \frac{3\omega\Phi}{3\omega^2 - \Phi^2}, \frac{15\omega^2\Phi - \Phi^3}{15\omega^3 - 6\omega\Phi^2}, \frac{105\omega^3\Phi - 10\omega\Phi^3}{105\omega^4 - 45\omega^2\Phi^2 + \Phi^4}, \&c.$$

de sorte que deux de ces fractions quelconques, qui se suivent immédiatement, étant

$$\frac{m}{p},$$

$$\frac{A}{B},$$

celle qui leur succede sera

$$\frac{A(2n+1)\omega - m\Phi^2}{B(2n+1)\omega - p\Phi^2}.$$

§. 37. Enfin les différences de ces fractions seront

$$\frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2 - \Phi^2)}, \frac{\Phi^5}{(3\omega^2 - \Phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\Phi^2)}, \&c.$$

Et la

$$\text{tang} \frac{\Phi}{\omega} = \frac{\Phi}{\omega} + \frac{\Phi^3}{\omega(3\omega^2 - \Phi^2)} + \frac{\Phi^5}{(3\omega^2 - \Phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\Phi^2)} + \&c.$$

Or je dis que cette tangente ne sera jamais commensurable au rayon, quels que soient les nombres entiers ω , Φ .

§. 38. Pour démontrer ce théoreme, posons

$$\text{tang} \frac{\Phi}{\omega} = \frac{M}{P},$$

de sorte que M , P , soient des quantités exprimées d'une façon quelconque, même, si l'on veut par des suites décimales, ce qui pourra toujours se faire, encore que M , P , fussent des nombres entiers, car



on n'auroit qu'à multiplier l'un & l'autre par quelque quantité irrationnelle. On pourra encore, si l'on veut, supposer, $M = \sin \frac{\phi}{\omega}$, $P = \cos \frac{\phi}{\omega}$, comme nous l'avons fait ci-dessus (§. 5.). Et il est clair que, quand même la tang $\frac{\phi}{\omega}$ feroit rationnelle, il n'en feroit pas toujours de même du sin $\frac{\phi}{\omega}$ & du cos $\frac{\phi}{\omega}$.

§. 39. Or la fraction

$$\frac{M}{P}$$

exprimant exactement la tangente de $\frac{\phi}{\omega}$, elle doit donner tous les quotiens w , $3w$, $5w$ &c. qui dans le cas présent sont

$$+ \frac{w}{\phi}, - \frac{3w}{\phi}, + \frac{5w}{\phi}, - \frac{7w}{\phi}, + \text{ \&c.}$$

§. 40. Ensuite, si la tang $\frac{\phi}{\omega}$ est rationnelle il est clair, que M fera à P comme un nombre entier μ à un nombre entier π , de sorte que si μ , π , sont premiers entre eux, il fera

$$M : \mu = P : \pi = D,$$

& D fera le plus grand commun diviseur de M, P. Et comme il est réciproquement

$$M : D = \mu,$$

$$P : D = \pi,$$

on voit que M, P étant supposées être des quantités irrationnelles, leur plus grand commun diviseur sera pareillement une quantité irrationnelle, d'autant plus petite, plus les quotiens μ , π , seront grands.

§. 41.



§. 41. Voilà donc les deux suppositions dont il faudra faire voir l'incompatibilité. Divisons d'abord P par M, & le quotient doit être $\equiv \omega : \Phi$. Mais comme $\omega : \Phi$ est un nombre rompu, divisons ΦP par M, & le quotient ω sera Φ tuple de $\omega : \Phi$. Il est clair qu'on pourra le diviser par Φ , quand on voudra. Ici nous n'en aurons pas besoin, puisqu'il nous suffit qu'il soit nombre entier. Aiant donc, en divisant ΦP par M, obtenu le quotient ω , soit le résidu $\equiv R'$. Ce résidu sera pareillement Φ tuple de ce qu'il auroit été, & c'est de quoi nous tiendrons compte. Or, comme il est $P : D \equiv \pi$, nombre entier, il sera encore $\Phi P : D \equiv \Phi \pi$, nombre entier. Enfin encore $R' : D$ sera un nombre entier. Car, puisque

$$\Phi P \equiv \omega M + R',$$

il sera

$$\frac{\Phi P}{D} \equiv \frac{\omega M}{D} + \frac{R'}{D}.$$

Mais

$$\Phi P : D \equiv \Phi \pi,$$

$$\omega M : D \equiv \omega \mu,$$

donc

$$\Phi \pi \equiv \omega \mu + \frac{R'}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R'}{D} \equiv \Phi \pi - \omega \mu \equiv \text{nombre entier},$$

que nous poserons $\equiv r'$, de sorte que

$$\frac{R'}{D} \equiv r'.$$

Donc le résidu de la première division aura encore le diviseur D, qui est le plus grand commun diviseur de M, P.

§. 42. Passons encore à la seconde division. Le résidu R' étant Φ tuple de ce qu'il seroit si on avoit divisé P, au lieu de ΦP , par M,

M, il faudra dans cette seconde division y avoir égard, en divisant ΦM , au lieu de M, par R' , afin d'avoir le second quotient, qui est $\equiv 3\omega : \Phi$. Mais, pour éviter encore ici le quotient rompu, divisons $\Phi^2 M$ par R' , afin d'avoir le quotient 3ω , nombre entier. Soit le résidu $\equiv R''$, & il sera

$$\Phi^2 M \equiv 3\omega R' + R'',$$

donc en divisant par D,

$$\frac{\Phi^2 M}{D} \equiv \frac{3\omega R'}{D} + \frac{R''}{D}.$$

Mais il est

$$\frac{\Phi^2 M}{D} \equiv \Phi^2 m \equiv \text{nombre entier},$$

$$\frac{3\omega R'}{D} \equiv 3\omega r' \equiv \text{nombre entier},$$

donc

$$\Phi^2 m \equiv 3\omega r' + \frac{R''}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R''}{D} \equiv \Phi^2 m - 3\omega r' \equiv \text{nombre entier},$$

que nous poserons $\equiv r''$, de sorte qu'il soit

$$\frac{R''}{D} \equiv r''.$$

Donc le plus grand commun diviseur de M, P, R' , l'est encore du second résidu R'' .

§. 43. Soient les résidus suivans --- R''' , R^{IV} R^* , R^{n+1} , R^{n+2} . . . , qui répondent aux quotiens Φ^{triples} . . . 5ω , 7ω $(2n-1)\omega$, $(2n+1)\omega$, $(2n+3)\omega$. . . , & il s'agit de démontrer

trer généralement, que si deux résidus quelconques R^n , R^{n+1} , qui se suivent immédiatement, ont encore D pour diviseur, le résidu suivant R^{n+2} l'aura également, de sorte que si, en faisant

$$R^n : D = r^n,$$

$$R^{n+1} : D = r^{n+1},$$

r^n , r^{n+1} sont des nombres entiers, on aura encore

$$R^{n+2} : D = r^{n+2},$$

nombre entier. Voici la démonstration.

§. 44. En divisant $\Phi^2 R^n$ par R^{n+1} , le quotient sera $(2n+1)\omega$ = nombre entier, & le résidu étant = R^{n+2} , il sera

$$\Phi^2 R^n = (2n+1)\omega \cdot R^{n+1} + R^{n+2},$$

donc en divisant par D ,

$$\frac{\Phi^2 \cdot R^n}{D} = \frac{(2n+1)\omega \cdot R^{n+1}}{D} + \frac{R^{n+2}}{D}.$$

Mais il est

$$\frac{\Phi^2 R^n}{D} = \Phi^2 r^n = \text{nombre entier},$$

$$\frac{(2n+1)\omega \cdot R^{n+1}}{D} = (2n+1)\omega r^{n+1} = \text{nombre entier},$$

donc

$$\Phi^2 r^n = (2n+1)\omega \cdot r^{n+1} + \frac{R^{n+2}}{D},$$

ce qui donne

$$\frac{R^{n+2}}{D} = \Phi^2 r^n - (2n+1)\omega \cdot r^{n+1} = \text{nombre entier} = r^{n+2}.$$

Et c'est ce qu'il falloit démontrer.



§. 45. Or nous avons vu que r' , r'' sont des nombres entiers (§. 41. 42.) donc aussi r''' , r^{IV} , ----- r^n ----- &c. à l'infini seront des nombres entiers. Donc indifféremment tous les résidus R' , R'' , R''' ----- R^n ----- &c. à l'infini auront D pour commun diviseur. Trouvons encore la valeur de ces résidus exprimée par M, P.

§. 46. Pour cet effet chaque division nous fournir une équation, en ce qu'il est

$$\begin{aligned} R' &= \phi P - \omega M, \\ R'' &= \phi^2 M - 3\omega \cdot R', \\ R''' &= \phi^2 R' - 5\omega \cdot R'', \\ &\text{\&c.} \end{aligned}$$

Mais observons que, dans le cas dont il s'agit, les quotiens ω , 3ω , 5ω &c. sont alternativement positifs & négatifs, & que les signes des résidus se succèdent dans l'ordre — — + +. Par là ces équations se changent en

$$\begin{aligned} R' &= \omega M - \phi P, \\ R'' &= 3\omega R' - \phi^2 M, \\ R''' &= 5\omega R'' - \phi^2 R', \\ R^{IV} &= 7\omega R''' - \phi^2 R'', \\ &\text{\&c.} \end{aligned}$$

Et en général

$$R^{n+2} = (2n+1)\omega \cdot R^{n+1} - \phi^2 R^n.$$

D'où l'on voit que chaque résidu se trouve, moiennant les deux précédens, de la même manière que les numérateurs & les dénominateurs des fractions approchantes de la valeur de $\text{tang } \frac{\phi}{\omega}$. (§. 36.)

§. 47. Faisant donc les substitutions que ces équations indiquent, afin d'exprimer tous ces résidus par M, P, nous aurons

R'

$$\begin{aligned} R' &= \omega M - \phi P, \\ R'' &= (3\omega^2 - \phi^2) M - 3\omega\phi \cdot P, \\ R''' &= (15\omega^3 - 6\omega\phi^2) M - (15\omega^2\phi - \phi^3) P, \\ &\&c. \end{aligned}$$

Et ces coefficients de M , P , étant les numérateurs & les dénominateurs des fractions trouvées ci-dessus pour la tang $\frac{\phi}{\omega}$, (§. 36.) on voit encore qu'il sera

$$\begin{aligned} \frac{M}{P} - \frac{\phi}{\omega} &= \frac{R'}{\omega P}, \\ \frac{M}{P} - \frac{3\omega\phi}{3\omega^2 - \phi^2} &= \frac{R''}{(3\omega^2 - \phi^2) \cdot P}, \\ \frac{M}{P} - \frac{15\omega^2\phi - \phi^3}{15\omega^3 - 6\omega\phi^2} &= \frac{R'''}{(15\omega^3 - 6\omega\phi^2) P}, \\ &\&c. \end{aligned}$$

§. 48. Mais il est

$$\frac{M}{P} = \text{tang } \phi.$$

Donc (§. 37. 34.)

$$\begin{aligned} \frac{M}{P} - \frac{\phi}{\omega} &= \frac{\phi^3}{\omega(3\omega^2 - \phi^2)} + \frac{\phi^5}{(3\omega^2 - \phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\phi^2)} + \&c. \\ \frac{M}{P} - \frac{3\omega\phi}{3\omega^2 - \phi^2} &= \frac{\phi^5}{(3\omega^2 - \phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\phi^2)} + \&c. \\ &\&c. \end{aligned}$$

Donc

$$\frac{R'}{\omega P} = \frac{\phi^3}{\omega(3\omega^2 - \phi^2)} + \frac{\phi^5}{(3\omega^2 - \phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\phi^2)} + \&c.$$

R''

$$\frac{R''}{(3\omega^2 - \phi^2)P} = \frac{\phi^5}{(3\omega^2 - \phi^2) \cdot (15\omega^3 - 6\omega\phi^2)} + \&c.$$

$$\frac{R'''}{(15\omega^2 - 6\omega\phi^2)P} = \frac{\phi^7}{(15\omega^3 - 6\omega\phi^2) \cdot (105\omega^4 - 45\omega^2\phi^2 + \phi^4)} + \&c.$$

Ainsi tous les résidus se trouvent moiennant la suite des différences (§. 37.)

$$\text{rang } \frac{\phi}{\omega} = \frac{\phi}{\omega} + \frac{\phi^3}{\omega(3\omega^2 - \phi^2)} + \frac{\phi^5}{(3\omega^2 - \phi^2)(15\omega^3 - 6\omega\phi^2)} \\ + \frac{\phi^7}{(15\omega^3 - 6\omega\phi^2)(105\omega^4 - 45\omega^2\phi^2 + \phi^4)} \\ + \&c.$$

en omettant 1, 2, 3, 4 &c. des premiers termes, & en multipliant la somme des suivans par le premier facteur du dénominateur du premier terme qu'on retient, & par P.

§. 49. Or cette suite des différences est plus convergente que ne l'est aucune progression géométrique décroissante (§. 34. 35.). Donc les résidus R' , R'' , R''' &c. décroissent en sorte qu'enfin ils deviennent plus petits qu'aucune quantité assignable. Et comme chacun de ces résidus, aiant D pour commun diviseur, est un multiple de D, il s'ensuit que ce diviseur commun D est plus petit qu'aucune quantité assignable, ce qui fait $D = 0$, & emporte la conséquence, que $(M:P)$ est une quantité incommensurable à l'unité, ou irrationnelle.

§. 50. Donc toutes les fois qu'un arc de cercle $= \frac{\phi}{\omega}$ sera commensurable au rayon $= 1$, ou rationnelle, la tangente de cet arc sera une quantité incommensurable au rayon, ou irrationnelle. Et réciproquement aucune tangente rationnelle n'est celle d'un arc rationnel.

§. 51. Or la tangente de 45° étant rationnelle, en ce qu'elle est égale au rayon, il s'ensuit que l'arc de 45° degrés, & partant aussi



aussi l'arc de 90, 180, 360 degrés, est incommensurable au rayon. Donc la circonférence du cercle n'est point au diamètre comme un nombre entier à un nombre entier. Voilà donc ce théorème en forme de corollaire d'un autre théorème infiniment plus universel.

§. 52. En effet, c'est précisément cette absolue universalité, dont on peut avoir lieu d'être surpris. Outre qu'elle nous fait connaître combien les quantités circulaires sont transcendentes, elle nous fait encore voir, que les tangentes rationnelles & les arcs rationnels ne sont pas distribués par toute la circonférence du cercle, de façon comme s'ils étoient jetés au hasard, mais qu'il faut qu'il s'y trouve un certain ordre, & que cet ordre les empêche de se rencontrer jamais. Cet ordre mérite, sans contredit, d'être connu plus en détail. Voions donc jusqu'où il sera possible d'en déterminer les loix. C'est à quoi aboutiront les théoremes suivans.

§. 53. D'abord on fait que, deux tangentes étant rationnelles, la tangente de la somme & celle de la différence de leurs arcs sont également rationnelles. Car il est

$$\text{tang} (\omega + \phi) = \frac{t\omega + t\phi}{1 - t\omega \cdot t\phi},$$

$$\text{tang} (\omega - \phi) = \frac{t\omega - t\phi}{1 + t\omega \cdot t\phi}.$$

§. 54. De là il suit, qu'une tangente étant rationnelle, la tangente d'un multiple quelconque de son arc sera également rationnelle.

§. 55. Mais au contraire, une tangente étant rationnelle, aucune partie aliquote de son arc n'aura une tangente rationnelle. Car l'arc proposé étant multiple de chacune de ses parties aliquotes, il est clair que la tangente seroit rationnelle, si celle d'une de ses parties aliquotes étoit rationnelle (§. 54.).

§. 56. Si la tangente de chacun de deux arcs commensurables entre eux est rationnelle, la tangente de la plus grande commune mesure de



ces deux arcs sera également rationnelle. Soient ω, ϕ , les deux arcs proposés. Or, étant commensurables, il sera ω à ϕ comme un nombre entier m à un nombre entier n . Soient ces nombres m, n , premiers entre eux, & l'unité sera leur plus grande commune mesure. Faisant donc

$$\omega = m\psi,$$

$$\phi = n\psi,$$

& l'arc ψ sera la plus grande commune mesure des arcs ω, ϕ . Or je dis que la tang ψ sera rationnelle. Soit $m > n$, & en soustrayant n de m autant de fois qu'il se pourra, soit le dernier reste $= r$, toutes les tang $(m - n)\psi = t(\omega - \phi)$, tang $(m - 2n)\psi = t(\omega - 2\phi)$, &c. tang $r\psi$, seront rationnelles (§. 53.). Soustrayez r de n autant de fois qu'il se pourra, soit le dernier résidu $= r'$. Soustrayez encore r' de r autant de fois qu'il se pourra, soit le dernier résidu r'' &c. Et en continuant de la sorte, vous parviendrez à un résidu $= 1$, les nombres m, n étant premiers entre eux. (*Euclid. Pr. I. Livr. VII.*) Mais par le §. 53. toutes les tangentes

$$\begin{array}{llll} t(m - n)\psi, & t(m - 2n)\psi & - & - & - & tr\psi, \\ t(n - r)\psi, & t(n - 2r)\psi & - & - & - & tr'\psi, \\ t(r - r')\psi, & t(n - 2r')\psi & - & - & - & tr''\psi, \\ & \&c. & & & \\ & - & - & - & - & - & t\psi, \end{array}$$

seront rationnelles. Donc &c.

§. 57. Toutes ces tangentes pouvant être trouvées par les tang ω , tang ϕ , sans qu'on en connoisse les arcs (§. 53.) il est clair que de cette manière deux tangentes rationnelles quelconques étant données, on trouvera si leurs arcs sont commensurables entre eux? Mais si les arcs ne le sont point, le travail seroit sans fin.

§. 58. Deux parties aliquotes d'un arc quelconque niant des tangentes rationnelles, je dis que la tangente de la plus grande commune mesure de ces deux parties aliquotes sera pareillement rationnelle. Ce théo-
reme



reme suit immédiatement du précédent (§. 56.). On n'a qu'à se souvenir, que deux arcs ω , ϕ , qui sont des parties aliquotes d'un arc A , sont commensurables entre eux.

§. 59. De la même manière, si autant de parties aliquotes d'un arc A , que l'on voudra, ont des tangentes rationnelles, la tangente de l'arc, qui est la plus grande commune mesure de ces parties aliquotes, sera également rationnelle. Qu'on prenne deux de ces parties aliquotes ω , ϕ , & soit leur plus grande commune mesure $= \psi$, & la tang ψ sera rationnelle (§. 56. 58.). Mais ψ étant partie aliquote des arcs ω , ϕ , qui sont parties aliquotes de l'arc A , il est clair que ψ sera partie aliquote de l'arc A , & qu'au lieu des arcs ω , ϕ , on peut substituer ψ , en comparant ψ avec une des autres parties aliquotes de l'arc A proposées. On continuera de trouver leur plus grande commune mesure, dont la tangente sera également rationnelle. &c.

§. 60. Nommons *tangente première* toute tangente rationnelle, qui soit celle d'un arc, dont aucune partie aliquote n'ait une tangente rationnelle.

§. 61. Telle est p. ex. la tangente de 45° . Car, soit n un nombre entier quelconque, toute tang $(45 : n)^\circ$ sera une des racines de l'équation

$$0 = 1 - nx - n \cdot \frac{n-1}{2} x^2 + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} x^3 + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} x^4 \\ - n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} \cdot \frac{n-4}{5} x^5 - \&c.$$

dont les coefficients sont les mêmes que ceux de la formule binomiale de *Newton*, & dont les signes changent suivant l'ordre — — + +. Mais, pour tout n nombre entier, tous ces coefficients sont des nombres entiers, & toute

$$\text{tang} \left(\frac{45^\circ}{n} \right) < 1.$$



Donc, si une ou plus d'une des tang ($45^\circ : n$) étoit rationnelle, elle feroit une *fraction* rationnelle < 1 , & si cela étoit, tous les coefficients ne sauroient être des nombres entiers. Mais ils le sont. Donc &c.

§. 62. *Une tangente premiere quelconque étant proposée, il n'y a que les multiples de son arc qui ayent des tangentes rationnelles, à l'exclusion de tous les autres arcs qui lui sont commensurables.* Soit tang ω premiere, & m, n , étant des nombres entiers premiers entre eux, supposons que la tang $\left(\frac{m}{n}\omega\right)$ puisse être rationnelle. Or l'arc $\left(\frac{\omega}{n}\right)$ étant la plus grande commune mesure des arcs ω , & $\left(\frac{m\omega}{n}\right)$, la tangente de $\frac{\omega}{n}$ sera rationnelle (§. 56.). Mais $\frac{\omega}{n}$ étant une partie aliquote de ω , la tang ω ne seroit point premiere. Ce qui étant contre l'hypothese, on voit qu'aucune tang $\left(\frac{m}{n}\omega\right)$ ne sauroit être rationnelle. Donc il ne reste que les multiples de ω , dont les tangentes seront rationnelles (§. 54.). Voilà donc la raison, pourquoi ces sortes de tangentes méritent le nom de premieres. Elles ressemblent en quelque façon aux nombres premiers, en ce qu'il n'y a que leurs multiples qui soient des nombres entiers, &c.

§. 63. *Deux tangentes premieres étant proposées, je dis que leurs arcs sont incommensurables entre eux.* Car soient tang ω , tang ϕ premieres, & supposons que les arcs ω, ϕ puissent être commensurables entre eux. Ils seront donc comme un nombre entier m à un nombre entier n . Donc

$$\phi = \frac{m\omega}{n}.$$

Donc (§. 62.) $\frac{\omega}{n}$, partie aliquote de ω , aura une tangente rationnelle
de



de même que $\frac{\Phi}{m}$ partie aliquote de Φ . Donc $t\Phi$, $t\omega$, ne seront point premières. Ce qui étant contre l'hypothèse, il est clair que les arcs ω , Φ , ne sauroient être commensurables entre eux.

§. 64. *Ainsi tous les arcs des tangentes premières sont incommensurables entre eux.* Car, par le théorème précédent, ils le sont deux à deux, combinés d'une façon quelconque.

§. 65. *Une tangente rationnelle quelconque, qui ne soit pas première, étant proposée, je dis que son arc sera un multiple de celui d'une tangente première.* Car cette tangente, toute rationnelle qu'elle est, n'étant point première, ce ne peut être que parce qu'il y a des parties aliquotes de son arc, dont les tangentes soient rationnelles. Soient ces parties aliquotes $\frac{\omega}{m}$, $\frac{\omega}{n}$, $\frac{\omega}{p}$, $\frac{\omega}{q}$ &c. dont le nombre est posé comme étant fini. Or, comme nous les prenons toutes, il faut que celle qui est la commune mesure de toutes les autres s'y trouve aussi, tandis que par le §. 59. la tangente est pareillement rationnelle. Qu'elle soit $\frac{\omega}{r}$, je dis que $\text{tang } \frac{\omega}{r}$ est première. Car, si elle n'étoit pas première, les tangentes de quelques unes des parties aliquotes de $\left(\frac{\omega}{r}\right)$ seroient rationnelles. Or ces parties aliquotes de $\left(\frac{\omega}{r}\right)$ étant également parties aliquotes de l'arc proposé ω , il est clair qu'elles seroient déjà comprises dans les parties aliquotes $\frac{\omega}{m}$, $\frac{\omega}{n}$, $\frac{\omega}{p}$. . . $\frac{\omega}{r}$, & que par conséquent $\frac{\omega}{r}$ seroit pareillement leur plus grande commune mesure. Ainsi $\frac{\omega}{r}$ seroit mesure de ses parties aliquotes. Ce



qui étant absurde, on voit que $\text{tang } \frac{\omega}{r}$ est premiere. Or ω est un multiple de $\frac{\omega}{r}$. Donc &c.

§. 67. Voilà donc toutes les tangentes rationnelles rangées en certaines classes. Elles sont ou premieres elles-mêmes, ou elles descendent, pour ainsi dire, en droite ligne d'une tangente premiere, parce qu'il n'y a que les multiples des arcs des tangentes premieres qui aient des tangentes rationnelles (§. 62.). Or, s'il n'y avoit qu'une seule tangente premiere, toutes les tangentes rationnelles en dériveroient, & tous leurs arcs seroient commensurables entre eux. Mais il s'en faut de beaucoup, qu'il n'y ait qu'une seule tangente premiere. Car elle devroit être plus petite qu'aucune quantité assignable. Donnons lui, pour démontrer cela, une grandeur finie $\equiv \text{tang } \phi$. Et il est clair qu'il y aura des tangentes rationnelles plus petites que $\text{tang } \phi$. Si ces tangentes sont premieres, $\text{tang } \phi$ ne sera pas la seule qui soit premiere. Si elles ne sont point premieres, elles dérivent d'une ou de plusieurs tangentes premieres, en ce que leurs arcs seront des multiples de ceux de ces tangentes premieres (§. 65.). Ainsi il y a plus d'une, plus de 2, 3, 4 &c. tangentes premieres. Et aussi longtems qu'on en suppose le nombre fini, on trouvera de la même manière qu'il y en a d'avantage. Voici encore une autre manière d'en trouver un nombre infini.

§. 67. Soient deux tangentes premieres $t\omega$, $t\phi$. D'abord elles seront rationnelles, & leurs arcs seront incommensurables entre eux (§. 64.). Soient m , n , des nombres quelconques premiers entre eux, & $(m\omega + n\phi)$ sera un arc incommensurable tant à ω qu'à ϕ . Mais la tangente sera rationnelle (§. 62. 53.). Or l'arc $(m\omega + n\phi)$ n'étant point multiple, ni de ω ni de ϕ , la tang $(m\omega + n\phi)$ sera ou premiere elle-même, ou elle dérivera d'une tangente premiere, nécessairement différente de $t\omega$, $t\phi$. Or, en variant les nombres m , n , de toutes les façons possibles, de sorte qu'ils soient toujours premiers entre eux, on trouvera autant d'arcs $(m\omega + n\phi)$ incommensurables
tant



tant entre eux qu'aux arcs ω , ϕ , & qui par conséquent ne sont ni multiples les uns des autres, ni de ω , ϕ . Donc leurs tangentes, qui toutes sont rationnelles, dériveront d'autant de tangentes premières, différentes les unes des autres.

§. 68. Voilà donc ce qui restreint infiniment la possibilité de trouver un arc rationnel, dont la tangente soit également rationnelle. Car les arcs de toutes les tangentes premières étant incommensurables entre eux, il s'ensuit que, quand il seroit possible de trouver une tangente première, dont l'arc fut commensurable au rayon, ce seroit la seule, puisque les arcs de toutes les autres tangentes premières seroient nécessairement incommensurables au rayon. Mais, par ce que nous avons vu ci-dessus, encore cette seule est exclue de la possibilité d'avoir son arc rationnel.

§. 69. La tangente de l'angle de 45° étant première (§. 61.) & se trouvant dans les tables trigonométriques, je remarquerai encore en forme de corollaire, que c'est la seule tangente première, & en même tems la seule tangente rationnelle qui s'y trouve. La raison en est, que tous les arcs dont les tangentes sont marquées dans ces tables, sont commensurables entre eux, sans qu'il s'y trouve d'autre multiple de 45° , que l'angle de 90° , dont la tangente est infinie.

§. 70. J'observerai encore, que le cosinus d'un angle ω quelconque étant rationnel, le cosinus d'un multiple quelconque est pareillement rationnel. Cette circonstance fait, que le même raisonnement que nous avons exposé à l'égard des tangentes, pourra, à quelque changement près, être appliqué aux cosinus. On trouvera des *cosinus premiers* comme nous avons trouvé des *tangentes premières*, & les arcs des cosinus premiers seront pareillement incommensurables entre eux; de sorte que, quand il seroit possible de trouver un cosinus premier dont l'arc fut rationnel, ce ne seroit encore que le seul qu'on pût trouver, vu que par là même les arcs de tous les autres cosinus premiers seroient irrationnels.



§. 71. Il n'en est pas de même des sinus, parce qu'un sin ω quelconque étant rationel, il n'y a en général que les $\sin 3\omega$, $\sin 5\omega$, $\sin 7\omega$ &c. qui soient rationels; mais les sin 2ω , $\sin 4\omega$, $\sin 6\omega$ &c. ne le sont pas toujours, à moins que $\cos \omega$ ne soit aussi rationel, de sorte que si on veut encore ici trouver des *sinus premiers*, il faudra s'y prendre d'une autre façon, que nous ne l'avons fait à l'égard des tangentes.

§. 72. Mais, sans m'y arrêter, je retournerai à la fraction continue, trouvée ci-dessus

$$\text{tang } v = \frac{1}{w - \frac{1}{3w - 1 - \frac{1}{5w - 1 - \frac{1}{7w - 1 - \frac{1}{9w - 1} \text{ \&c.}}}}}$$

Nous avons vu que toutes les fractions

$$\frac{1}{w}, \frac{3w}{3w^2 - 1}, \frac{15w^2 - 1}{15w^3 - 6w}, \text{ \&c.}$$

qu'elle donne, n'approchent de la valeur de la tangente de v , que par défaut en ce qu'elles sont toutes plus petites que cette tangente. Mais, comme il doit être possible de trouver des fractions semblables, qui, quoique approchantes de la valeur de $\text{tang } v$, manquent par excès, je me suis mis à en faire la recherche. Je me bornerai ici à donner encore la fraction continue, qui renferme alternativement & les unes & les autres. La voici

$$\text{tang } v = \frac{1}{0 + \frac{1}{(w-1) + \frac{1}{1 + \frac{1}{(3w-2) + \frac{1}{1 + \frac{1}{(5w-2) + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}$$

Cette fraction continue à l'infini, en sorte que les quotiens sont
 0, (w-1), 1, (3w-2), 1, (5w-2), 1, (7w-2), 1, (9w-2)
 - - - - - 1, ((2n + 1)w - 2), 1 &c.

Et les fractions approchantes de la valeur de tang v, sont

$$\frac{1}{w-1}, \frac{1}{w}, \frac{3w-1}{3w^2-w-1}, \frac{3w}{3w^2-1}, \frac{15w^2-3w-1}{15w^3-3w^2-6w+1},$$

$$\frac{15w^2-1}{15w^3-6w}, \text{ \&c.}$$

La première, 3^{me}, 5^{me}, 7^{me} &c. sont plus grandes que tang v, & la 2^{de}, 4^{me}, 6^{me} &c, sont plus petites, & les mêmes que celles que nous avons trouvées ci-dessus (§. 22.). Je ne m'arrêterai pas à en donner la démonstration, vu que cette fraction continue peut être trouvée de la même manière, que nous avons trouvé celle dont nous nous sommes servi jusqu'à présent, & qui est beaucoup plus simple. Je remarquerai donc seulement, que le premier quotient étant ici = 0, on n'aura, pour l'abolir, qu'à tourner la fraction en sorte qu'elle exprime la cotangente de v, puisqu'il est

$$\cot v = \frac{1}{\text{tang } v}.$$

Ainsi nous aurons

$$\cot v = \frac{1}{(w-1) + 1} \cdot \frac{1 + 1}{(3w-2) + 1} \cdot \frac{1 + 1}{(5w-2) + 1} \cdot \frac{1 + 1}{(7w-2) + 1} \cdot \frac{1 + 1}{1 + \&c.}$$

§. 73. Comparons maintenant les quantités *transcendentes circulaires* aux quantités *logarithmiques* qui leur sont analogues. Soit e le nombre, dont le logarithme hyperbolique est $= 1$. Et on fait, que si dans les deux suites dont nous nous sommes servi ci dessus (§. 4.)

$$\sin v = v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^7 + \&c.$$

$$\cos v = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} v^6 + \&c.$$

tous les signes sont pris positifs, elles se changent en

$$\frac{e^v - e^{-v}}{2} = v + \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^7 + \&c.$$

$$\frac{e^v + e^{-v}}{2} = 1 + \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} v^6 + \&c.$$

Or, en traitant ces deux dernières suites de la même manière que nous avons traité les deux premières (§. 4. & suiv.) l'opération ne différera que dans les signes, qui pour le cas présent seront tous positifs. Comme on peut s'en convaincre sans peine, je n'en rapporterai point le détail. Il sera donc

$$\frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} = \frac{1}{1:v + 1} - \frac{1}{3:v + 1} + \frac{1}{5:v + 1} - \frac{1}{7:v + 1} + \frac{1}{9:v + 1} - \frac{1}{11:v + 1} + \frac{1}{13:v + 1} \&c.$$

§. 74. Et comme il est

$$\frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} = \frac{e^{2v} - 1}{e^{2v} + 1},$$

on voit qu'en faisant $2v = x$, on aura

$$\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1}{2:x + 1} - \frac{1}{6:x + 1} + \frac{1}{10:x + 1} - \frac{1}{14:x + 1} + \frac{1}{18:x + 1} \&c.$$

d'où l'on tire

$$\frac{e^x + 1}{2} = \frac{1}{1 - 1} + \frac{1}{2:x + 1} - \frac{1}{6:x + 1} + \frac{1}{10:x + 1} - \frac{1}{14:x + 1} \&c.$$

ou bien



$$\frac{e^x - 1}{2} = \frac{1}{(2:x) \frac{1}{1 + \frac{1}{6:x + 1} \frac{1}{10:x + 1} \frac{1}{14:x + 1} \frac{1}{18:x + \&c.}}}$$

On voit bien que ces expressions offrent des conséquences semblables à celles que nous avons déduites ci-dessus de la formule

$$\text{tang } v = \frac{1}{w - \frac{1}{3w - \frac{1}{5w - \&c.}}}$$

On trouvera encore ici que v & e^v , de même que x & e^x ne seront jamais des quantités rationnelles en même tems. Ainsi je ne m'arrêterai pas à en faire une déduction reiterée. Il s'agit plutôt d'interpréter les formules que nous venons d'exposer. J'observe donc, qu'elles doivent avoir, à l'égard de l'hyperbole équilaterale, une signification tout à fait analogue à celle qu'avoit la fraction

$$\text{tang } v = \frac{1}{w - \frac{1}{3w - \&c.}}$$

par rapport au cercle. Car, outre qu'on sait que les expressions

$$e^v + e^{-v},$$

$$e^v - e^{-v},$$

en faisant $u = v\sqrt{-1}$, donnent les quantités circulaires

$$e^{v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}} = 2 \cos v,$$

$$e^{v\sqrt{-1}} - e^{-v\sqrt{-1}} = 2 \sin v. \sqrt{-1}.$$



Mr. de Foucenex a encore fait voir d'une maniere très simple & très directe, comment cette affinité se trouve en comparant ensemble le cercle & l'hyperbole équilaterale qui ont un même centre & un même diamètre. Voyez *Miscell. Societ. Taurin.* Tom. J. p. 128. suiv.

§. 75. Mais ici il s'agit de voir jusqu'où cette affinité peut être poussée indépendamment des quantités imaginaires. Soit donc C le centre, CH l'axe, CA le demi-diametre de l'hyperbole équilaterale AMG & du cercle AND, CF l'asymptote, AB perpendiculaire à l'axe, & en même tems la tangente commune au cercle & à l'hyperbole. Soient tirées du centre C les deux droites CM, Cm, infiniment proches l'une de l'autre, & des points d'intersection M, m, N, n, soient abaissées sur l'axe les ordonnées MP, mp, NQ, nq. Enfin soit le rayon AC = 1. Faisons l'angle MCA = ϕ , & soit

Planche X.

pour l'hyperbole	pour le cercle
l'abscisse CP = ξ	CQ = x
l'ordonnée PM = η	QN = y ,
le segment AMCA = $u : 2$	ANCA = $v : 2$
& il sera	
$\text{tang } \phi = \frac{\eta}{\xi}$	$\text{tang } \phi = \frac{y}{x}$,
$1 + \eta\eta = \xi\xi = \eta\eta \cdot \cot^2 \phi^2$	$1 - yy = xx = yy \cdot \cot^2 \phi^2$,
$\xi\xi - 1 = \eta\eta = \xi\xi \cdot \text{tang } \phi^2$	$1 - xx = yy = xx \cdot \text{tang } \phi^2$,
$\text{CM}^2 = \xi^2 + \eta^2 = \xi^2(1 + \text{tang } \phi^2)$	$\text{CN}^2 = x^2 + y^2 = x^2(1 + \text{tang } \phi^2)$,
$= \frac{1 + \text{tang } \phi^2}{1 - \text{tang } \phi^2}$	$= \frac{1 + \text{tang } \phi^2}{1 + \text{tang } \phi^2} = 1$.

Donc

$$\begin{aligned}
 + du &= d\phi \cdot \left(\frac{1 + \text{tang } \phi^2}{1 - \text{tang } \phi^2} \right) = \frac{d\text{tang } \phi}{1 - \text{tang } \phi^2} + dv = d\phi = \frac{d\text{tang } \phi}{1 + \text{tang } \phi^2}, \\
 + d\xi &= \frac{\text{tang } \phi \cdot d\text{tang } \phi}{(1 - \text{tang } \phi^2)^{3/2}} - dx = \frac{\text{tang } \phi \cdot d\text{tang } \phi}{(1 + \text{tang } \phi^2)^{3/2}}, \\
 + d\eta &= \frac{d\text{tang } \phi}{(1 - \text{tang } \phi^2)^{3/2}} + dy = \frac{d\text{tang } \phi}{(1 + \text{tang } \phi^2)^{3/2}},
 \end{aligned}$$

Q 9 3

$\xi =$



$$\begin{array}{l|l} \xi = \frac{1}{V(1-t\phi^2)} & x = \frac{1}{V(1+t\phi^2)}, \\ \eta = \frac{t\phi}{V(1-t\phi^2)} & y = \frac{t\phi}{V(1+t\phi^2)}. \end{array}$$

Donc

$$\begin{array}{l|l} + d\xi : du = \eta & - dx : dv = y, \\ + d\eta : du = \xi & + dy : dv = x, \\ + d\xi = d\eta \cdot \text{tang } \phi & - dx : dy = \text{tang } \phi. \end{array}$$

§. 76. Comme l'angle ϕ est le même pour l'hyperbole & pour le cercle, il suit des deux dernières équations qu'il est

$$\text{tang } \phi = d\xi : d\eta = - dx : dy = \eta : \xi = y : x.$$

Ainsi les angles Mmp , Nnq , sont égaux. Ce qui donne

$$Mm : Nn = d\xi : - dx = d\eta : dy.$$

Et les triangles caractéristiques $Mm\mu$, Nnv , sont semblables. Enfin, comme il est $Cnq = Cmp$, & $Nnq = Mmp$, il sera $Cnq + Nnq = Cmp + Mmp = 90^\circ$. Tirant donc la normale mV , il sera $Vmq + Mmq = 90^\circ$, donc $Vmq = Cmq$. Ainsi la normale mV prolongée jusqu'à l'axe AC , est égale à Cm , tout comme dans le cercle la normale Cn est égale à Cn . Voilà donc surquoi se fonde tout ce qu'il y a de réel dans les comparaisons qu'on a faites entre le cercle & l'hyperbole.

§. 77. Ensuite, si pour l'hyperbole on veut exprimer ξ , η , par u , on trouvera aisément, qu'en employant des suites infinies leur forme doit être

$$\begin{array}{l} \xi = 1 + Au^2 + Bu^4 + Cu^6 + \&c. \\ \eta = au + bu^3 + cu^5 + du^7 + \&c. \end{array}$$

Car, en faisant $u = 0$, on a $\xi = 1$, $\eta = 0$. De plus, en prenant u infiniment petite, ξ croîtra comme u^2 , & η croîtra comme u , parceque l'angle en A est droit, & le rayon osculateur de l'hyperbole en

A est $\equiv AC$. Enfin, en prenant u négative, toutes les valeurs de ξ seront les mêmes que pour les u positives, d'où il suit, que l'abscisse ξ doit être exprimée par des dimensions paires de u . Et en prenant u négative, les valeurs de η seront les mêmes, mais négatives. Donc η doit être exprimée par des dimensions impaires de u . Il ne reste donc plus que de déterminer les coefficients. C'est à quoi nous serviront les deux formules trouvées ci-dessus

$$d\xi : du \equiv \eta,$$

$$d\eta : du \equiv \xi.$$

On aura donc, en différentiant la première suite

$$d\xi : du \equiv 2Au + 4Bu^3 + 6Cu^5 + \dots + \mu \cdot Mu^{\mu-1}$$

qui doit être $\equiv \eta$, donc

$$d\xi : du \equiv au + bu^3 + cu^5 + \dots + m \cdot u^{\mu-1}$$

Donc, en comparant les termes

$$2A \equiv a,$$

$$4B \equiv b,$$

$$6C \equiv c,$$

$$\&c.$$

$$\mu M \equiv m.$$

Mais, en différentiant η , il doit encore être $d\eta : du \equiv \xi$, donc

$$d\eta : du \equiv a + 3bu^2 + 5cu^4 + \dots + (\mu-1) \cdot mu^{\mu-2}$$

$$\equiv 1 + Au^2 + Bu^4 + \dots + L \cdot u^{\mu-2}$$

Donc, en comparant les termes

$$a \equiv 1,$$

$$3b \equiv A,$$

$$5c \equiv B,$$

$$\&c.$$

$$(\mu - 1) m \equiv L.$$

Moyennant ces équations on aura

$$a = 1,$$

$$A = \frac{1}{2} a = \frac{1}{2},$$

$$b = \frac{1}{3} A = \frac{1}{2 \cdot 3},$$

$$B = \frac{1}{4} b = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4},$$

$$c = \frac{1}{5} B = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5},$$

$$C = \frac{1}{6} c = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6},$$

&c.

$$m = \frac{1}{(\mu - 1)} \quad L = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (\mu - 1)},$$

$$M = \frac{1}{\mu} \cdot m = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots \mu}.$$

Ainsi il fera

$$\xi = 1 + \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} u^4 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} u^6 + \&c.$$

$$\eta = u + \frac{1}{2 \cdot 3} u^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} u^5 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} u^7 + \&c.$$

Voilà donc l'abscisse ξ , & l'ordonnée η , exprimées par la lettre u , qui est le double de l'aire du segment hyperbolique AMCA. Or on sçait que si au lieu de u , on prend v , qui est le double du segment circulaire ANCA, l'abscisse x , & l'ordonnée y , circulaires l'une & l'autre, sont

$$x = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} v^6 + \&c.$$

$$y = v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} v^7 + \&c.$$

deux

deux suites, qui pour la forme ne diffèrent des deux précédentes que par le changement alternatif des signes.

§. 78. Et comme il est (§. 73.)

$$\frac{e^u + e^{-u}}{2} = 1 + \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} u^4 + \&c.$$

$$\frac{e^u - e^{-u}}{2} = u + \frac{1}{2 \cdot 3} u^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} u^5 + \&c.$$

on voit qu'il sera

$$\xi = \frac{e^u + e^{-u}}{2},$$

$$\eta = \frac{e^u - e^{-u}}{2},$$

& que par conséquent ces quantités expriment l'abscisse $\xi = CP$, & l'ordonnée $\eta = PM$ de l'hyperbole.

§. 79. Et comme il est $\eta : \xi = \text{tang } \phi$, on voit encore qu'il sera

$$\text{tang } \phi = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}},$$

donc par le §. 81.

$$\text{tang } \phi = \frac{1}{1 : u + 1} \div \frac{3 : u + 1}{5 : u + 1} \div \frac{7 : u + 1}{9 : u + 1} \div \&c.$$

Et comme la même tangente est aussi

$$\text{tang } v = \text{tang } \phi = \frac{1}{1 : v - 1} = \frac{1}{3 : v - 1} = \frac{1}{5 : v - 1} = \frac{1}{7 : v - 1} = \frac{1}{9 : v - \&c.}$$

on voit qu'on trouve cette tangente par ces deux fractions continues, qui pour la forme ne diffèrent que dans les signes : il ne s'agit que d'employer $u = 2 \text{ AMCA}$, quand on se sert de la première, au lieu qu'il faut employer $v = 2 \text{ ANCA}$, pour avoir la même tangente moyennant la seconde. Voilà donc l'analogie qu'il falloit trouver indépendamment des quantités imaginaires, & sans les y mêler.

§. 80. Maintenant nous pourrons tirer en termes très clairs la conséquence, que l'aire du secteur hyperbolique AMCA , tout de même que celle du secteur circulaire ANCA répondant, sera une quantité irrationnelle ou incommensurable au carré du rayon AC , toutes les fois que l'angle ϕ , qui est celui que l'un & l'autre de ces deux secteurs forme au centre C , aura une tangente rationnelle, & que réciproquement cette tangente sera irrationnelle toutes les fois que l'un de ces deux secteurs sera une quantité rationnelle.

§. 81. Il y a une conséquence tout à fait semblable à faire à l'égard de la fraction continue (§. 74.)

$$\frac{e'' + 1}{2} = \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{2 : u + 1} = \frac{1}{6 : u + 1} = \frac{1}{10 : u + 1} = \frac{1}{14 : u + 1} = \frac{1}{18 : u + \&c.}$$

qui se transforme en

$$e'' +$$

$$\frac{e^u + 1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{-2:u + 1} \frac{1}{-6:u + 1} \frac{1}{-10:u + 1} \&c.}$$

& d'où l'on tire pour u négatif

$$\frac{e^{-u} + 1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2:u + 1} \frac{1}{6:u + 1} \frac{1}{10:u + 1} \frac{1}{14:u + 1} \&c.}$$

Ces fractions nous font connoître à quel point l'irrationalité du nombre $e = 2,71828182845904523536028 \dots$ est transcendente, en ce qu'aucune de ses dignités ni aucune de ses racines n'est rationnelle. Car u & e^u ne fauroit être en même tems une quantité rationnelle. Or u étant le logarithme hyperbolique de e^u , il s'ensuit, que tout logarithme hyperbolique rationnel est celui d'un nombre irrationnel, & que réciproquement tout nombre rationnel a un logarithme hyperbolique irrationnel.

§. 82. Mais voyons encore ce que e^u & e^{-u} , signifient dans la figure. Retournons pour cet effet au §. 78. où nous trouverons les deux formules

$$\xi = \frac{e^u + e^{-u}}{2},$$

$$\eta = \frac{e^u - e^{-u}}{2},$$

donc en prenant la somme & la différence, il sera

$$e^u = \xi + \eta,$$

$$e^{-u} = \xi - \eta.$$

Mais les asymptotes CF, CS, formant entre elles un angle droit, que l'axe CH coupe en deux parties égales, il sera

$$\xi = CP = PS = PR,$$

$$\eta = PM,$$

donc

$$\xi + \eta = SM,$$

$$\xi - \eta = MR,$$

& partant

$$e^* = SM,$$

$$e^* = MR,$$

d'où l'on voit en même tems qu'il est

$$e^* \cdot e^* = SM \cdot MR = 1.$$

On voit de plus, que tandis qu'il est

$$e^* = SM,$$

$$e^* = MR,$$

$$AB = 1,$$

il sera, en prenant les logarithmes,

$$u = \log \frac{SM}{AB} = \log \frac{AB}{MR}.$$

Et comme u , e^* , ne fauroient être rationnelles en même tems, on voit qu'il en est de même à l'égard de l'aire du secteur AMCA $= \frac{1}{2}u$, & des ordonnées SM, MR.

§. 83. Nous avons encore (§. 75.) la différentielle

$$du = \frac{d \operatorname{tang} \phi}{1 - t \phi^2},$$

dont l'intégrale se trouve être



$2u = \log \frac{1 + t\phi}{1 - t\phi} = \log. \text{tang. } (45^\circ + \phi) = l. \text{tang SCM},$
ou bien

$$2u = -\log \frac{1 - t\phi}{1 + t\phi} = -l. \text{tang } (45^\circ - \phi) = -l. \text{tang RCM}.$$

Retenons la première de ces formules

$$2u = \log \left(\frac{1 + t\phi}{1 - t\phi} \right),$$

& elle nous mettra en état de retrouver encore à l'égard des secteurs hyperboliques ce que nous avons vu être *tangente première* à l'égard des secteurs circulaires. Voici comment.

§. 84. Considérons d'abord que le secteur hyperbolique AMCA croît avec l'angle $\phi = MCA$, de sorte qu'il devient infini, lorsque $\phi = 45^\circ$. Il est donc clair qu'un de ces secteurs étant donné, on peut trouver d'autres, qui en soient des multiples quelconques, & des parties quelconques, ou qui le surpassent d'une quantité quelconque. Or à chacun de ces secteurs il répond un angle MCP, par lequel il est formé, & la tangente de cet angle étant $= \phi$, le secteur $= \frac{1}{2}u$, nous venons de voir qu'il est

$$2u = \log \frac{1 + t\phi}{1 - t\phi}.$$

§. 85. Soient donc trois secteurs $\frac{1}{2}u$, $\frac{1}{2}u'$, $\frac{1}{2}u''$, tels que le troisième soit la somme des deux premiers. Soient de plus les angles répondans ϕ , ϕ' , ϕ'' . Et il sera

$$2u = \log \frac{1 + t\phi}{1 - t\phi},$$

$$2u' = \log \frac{1 + t\phi'}{1 - t\phi'},$$

$$2u'' = \log \frac{1 + t\phi''}{1 - t\phi''}.$$

Comme donc il doit être

$$\frac{1}{2}u'' = \frac{1}{2}u' + \frac{1}{2}u,$$

il sera également

$$\log \frac{1 + t\phi''}{1 - t\phi''} = \log \frac{1 + t\phi'}{1 - t\phi'} + \log \frac{1 + t\phi}{1 - t\phi},$$

ce qui donne

$$\frac{1 + t\phi''}{1 - t\phi''} = \frac{1 + t\phi'}{1 - t\phi'} \cdot \frac{1 + t\phi}{1 - t\phi},$$

d'où il suit

$$t\phi'' = \frac{t\phi + t\phi'}{1 + t\phi \cdot t\phi'},$$

& réciproquement pour la différence

$$t\phi' = \frac{t\phi'' - t\phi}{1 - t\phi \cdot t\phi''}.$$

Ces deux formules ne diffèrent qu'à l'égard des signes de celles qu'on trouve pour les secteurs, ou les arcs circulaires, & elles nous laissent également conclure, que si les tangentes qui répondent à deux secteurs hyperboliques, sont rationnelles, les tangentes qui répondent au secteur égal à la somme & la différence de ces deux secteurs seront pareillement rationnelles.

§. 86. Cette seule proposition suffit pour faire voir que tout ce que nous avons dit ci-dessus (§. 52 - - - 71) à l'égard du cercle, s'appliquera également à l'hyperbole. On n'a qu'à se servir d'une façon abrégée de parler, en nommant *tangente d'un secteur hyperbolique* quelconque ACMA, la tangente de l'angle ACM, qui est = AT, le rayon AC étant posé = 1. Ensuite il faut observer que tous les secteurs dont il s'agit ici, doivent avoir l'axe AC pour leur commun commencement, comme l'ont les secteurs MCAM, mCAM. Ainsi p. ex. le secteur mCM ne touchant point à l'axe, il faut lui en sub-

substituer un autre qui lui soit égal, & qui soit contigu à l'axe AC, lorsqu'on veut avoir l'angle Φ & la tangente qui lui répond. On voit bien que cette remarque n'étoit point nécessaire lorsqu'il s'agissoit du cercle, parce que chaque diamètre du cercle peut être regardé comme axe.

§. 87. C'est donc dans ce sens, que je dirai que *l'hyperbole a une infinité de tangentes premières, que les secteurs de toutes ces tangentes premières sont incommensurables entre eux & à l'unité, que la tangente d'un secteur étant première, il n'y a que les tangentes des multiples de ce secteur qui soient rationnelles* : Que toute tangente rationnelle est ou première elle-même, ou son secteur est un multiple d'un secteur dont la tangente est première. &c. Comme la démonstration de ces théorèmes ne seroit qu'une répétition de celles que j'ai données pour le cercle, je les omettrai d'autant plus que je ne rapporte ces théorèmes, que pour faire voir encore en ce point l'analogie qu'il y a entre le cercle & l'hyperbole équilatérale.

§. 88. Comparons encore ensemble le secteur circulaire ANCA, & le secteur hyperbolique AMCA. Mr. de Foncenex, dans le Mémoire cité ci-dessus (§. 74.) a fait voir, qu'en employant les quantités imaginaires, ces deux secteurs se trouvent être dans le rapport de 1 à $\sqrt{-1}$, qui est purement imaginaire. Or voions quel sera le rapport réel? C'est ce que nous trouverons en exprimant l'un de ces secteurs par l'autre. Pour cet effet nous employerons les deux suites

$$v = t\Phi - \frac{1}{3}t\Phi^3 + \frac{1}{5}t\Phi^5 - \frac{1}{7}t\Phi^7 + \&c.$$

$$t\Phi = v - \frac{1}{3}u^3 + \frac{1}{5}u^5 - \frac{1}{7}u^7 + \&c.$$

qu'on trouve facilement moyennant les formules différentielles données ci-dessus (§. 75.). Substituant donc la valeur de la seconde de ces suites dans la première, on aura, toute réduction faite,

$$v = u - \frac{2}{3}u^3 + \frac{2}{5}u^5 - \frac{2}{7}u^7 + \&c.$$



& réciproquement

$$u = v + \frac{2}{3}v^3 + \frac{2}{3}v^5 + \frac{2}{15}v^7 + \&c.$$

Ces deux suites ne diffèrent que par rapport aux signes, les coefficients & les exposans étant les mêmes. Si dans la première de ces suites on pose

$$u = v \sqrt{-1},$$

on trouve

$$v = \sqrt{-1} \cdot (v + \frac{2}{3}v^3 + \frac{2}{3}v^5 + \frac{2}{15}v^7 + \&c.)$$

ce qui veut dire

$$v = u \sqrt{-1}.$$

Donc, moyennant un secteur hyperbolique imaginaire, on trouve un secteur circulaire imaginaire, & réciproquement.

§. 89. Tout ce que je viens de faire voir sur les quantités transcendentes circulaires & logarithmiques, paroît être fondé sur des principes beaucoup plus universels, mais qui ne sont pas encore assez développés. Voici cependant ce qui pourra servir à en donner quelque idée. Il ne suffit pas d'avoir trouvé que ces quantités transcendentes sont irrationnelles, c'est à dire incommensurables à l'unité. Cette propriété ne leur est pas unique. Car, outre qu'il y a des quantités irrationnelles qu'on pourra former au hazard, & qui par là même ne sont gueres du ressort de l'analyse, il y en a encore une infinité d'autres qu'on nomme *algébriques*: & telles sont toutes les *quantités irrationnelles radicales*, comme $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ &c. $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ &c. & toutes les *racines irrationnelles des équations algébriques*, comme p. ex. celles des équations

$$0 = xx - 4x + 1,$$

$$0 = x^3 - 5x + 1,$$

&c.



Je nommerai les unes & les autres *quantités irrationnelles radicales*, & voici le théorème, que je crois pouvoir être démontré.

§. 90. Je dis donc *qu'aucune quantité transcendente circulaire & logarithmique ne sauroit être exprimée par quelque quantité irrationnelle radicale, qui se rapporte à la même unité, & dans laquelle il n'entre aucune quantité transcendente.* Ce théorème semble devoir être démontré de ce que les quantités transcendentes dépendent de

$$e^x,$$

où l'exposant est variable, au lieu que les quantités radicales supposent des exposans constans. Ainsi p. ex. un arc de cercle étant rationnel ou commensurable au rayon, sa tangente, que nous avons vu être irrationnelle, ne sauroit être une racine quarrée de quelque quantité rationnelle. Car soit l'arc proposé $= \omega$, & faisons $\text{tang } \omega = \sqrt{a}$, nous aurons

$$t \omega^2 = \frac{f \omega^2}{\cos \omega^2} = \frac{1 - \cos 2 \omega}{1 + \cos 2 \omega} = a,$$

d'où il suit

$$\cos 2 \omega = \frac{1 - a}{1 + a}.$$

or cette quantité étant rationnelle, il s'ensuit que l'arc 2ω est irrationnel, ce qui étant contre l'hypothèse, il est clair qu'en faisant $\text{tang } \omega = \sqrt{a}$, la quantité a ne sauroit être rationnelle, & que partant la tangente d'un arc rationnel quelconque n'est point une racine quarrée de quelque quantité rationnelle.

§. 91. Ce théorème étant une fois démontré dans toute son universalité, il s'ensuivra que la circonférence du cercle ne pouvant être exprimée par quelque quantité radicale, ni par quelque quantité rationnelle, il n'y aura pas moyen de la déterminer par quelque construction géométrique. Car tout ce qu'on peut construire géométri-



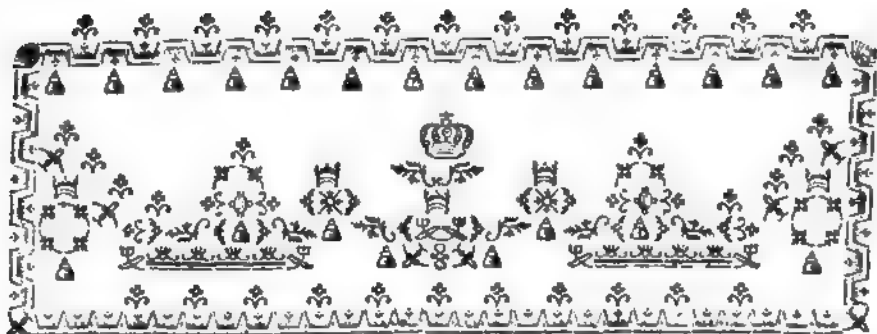
quement revient aux quantités rationnelles & radicales ; & il s'en faut même de beaucoup que ces dernières puissent indifféremment être construites. On voit bien qu'il en sera de même de tous les arcs de cercles dont la longueur ou les deux points extrêmes sont donnés, soit par des quantités rationnelles, soit par des quantités radicales. Car, si la longueur de l'arc est donnée, il faudra trouver ses deux points extrêmes, en y employant la corde, le sinus, la tangente, ou quelque autre ligne droite qui, pour pouvoir être construite, sera toujours dépendante ou réductible à une des lignes que je viens de nommer. Mais la longueur de l'arc étant donnée par des quantités rationnelles ou radicales, ces lignes seront transcendentes, & par là même irréductibles à quelque quantité rationnelle ou radicale. Il en sera de même si les deux points extrêmes de l'arc sont donnés, j'entens par des quantités rationnelles ou radicales. Car, dans ce cas, la longueur de l'arc sera une quantité transcendente : ce qui veut dire irréductible à quelque quantité rationnelle ou radicale, & par là elle n'admet aucune construction géométrique.



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

*CLASSE DE PHILOSOPHIE
SPÉCULATIVE.*





TROISIEME MÉMOIRE
SUR LES
PRINCIPES METAPHYSIQUES.
DE L'USAGE LÉGITIME
DU PRINCIPE DE LA RAISON SUFFISANTE. *)
PAR M. BEGUELIN.

Dans mon dernier Mémoire **) sur les principes métaphysiques, je m'étois engagé d'examiner l'usage légitime qu'on doit faire du célèbre principe de la Raison suffisante. Une absence de plusieurs années, & des devoirs plus essentiels à remplir, m'ont empêché longtems de poursuivre cette matière; d'ailleurs les généralités métaphysiques sont aujourd'hui si décriées; tant de gens, & même tant d'habiles gens, les relèguent dans la classe des spéculations inutiles; qu'avant de dégager ma parole, j'ai crû devoir montrer par des discussions sur des cas particuliers que ces spéculations générales, ne sont pas toujours de vaines futilités, & qu'elles peuvent très bien conduire à la découverte des vérités qui semblent tenir le moins à la

*) Lu à l'Académie le 19. d'Août 1767.

**) Voyez le Volume de 1755.



à la Métaphysique: c'est le but que j'ai eû en vue, dans les Mémoires que j'ai successivement donnés, *sur les forces qui se perdent en Méchanique; sur la découverte des loix du chiffre de Mr. Hermann; sur le calcul des séquences dans la lotterie de Genes, &c.* Présentement je me propose de revenir au sujet général; & après avoir établi dans mes premiers Mémoires la certitude morale de cette proposition „que rien „de ce qui est susceptible d'une raison, n'est comme il l'est sans une „raison suffisante,“ je passe à l'examen de l'usage légitime qu'on doit faire de ce principe dans l'application.

Cette application peut se faire en deux manieres. L'une c'est en remontant de l'effet connu à sa cause inconnue; l'autre c'est en descendant d'une cause dont nous appercevons l'existence à l'effet qu'elle doit produire.

La premiere application est toujours aussi sûre, que le principe lui-même: & elle a deux usages infiniment précieux; l'un c'est de nous conduire à la connoissance de l'existence d'un Dieu, l'autre c'est de nous assurer de la possibilité d'une saine Philosophie.

Cette application est contenue dans ces deux raisonnemens-ci: „Rien de ce qui est susceptible d'une raison n'existe sans une raison suffisante. Or mon existence, & celle de tous les êtres dont j'ai la perception, est susceptible de raison. Donc il y a une Cause premiere, „& cette cause a toutes les propriétés requises à faire comprendre comment il est possible que les autres choses existent de la maniere „qu'elles sont.

Ce n'est pas ici le lieu de m'étendre sur cette preuve; elle a été mise dans tout son jour par Mr. *Wolf*. La *Majeure* est le principe tel que je l'ai établi dans un Mémoire précédent. La *Mineure* est prouvée dès qu'on montre qu'il n'impliquoit pas que ce qui existe, existât autrement, ou n'existât point du tout, & qu'il n'y a nulle raison de supposer ici des existences fortuites.

Le second raisonnement est renfermé dans cette formule-ci:

„Rien

„Rien de ce qui est susceptible de raison n'est sans une raison suffisante.
 „Or les changemens qui arrivent dans l'univers matériel, & dans le
 „monde des esprits, sont susceptibles de raison, c. à d. ne sont ni ab-
 „solumment nécessaires, ni fortuits :

Donc ils ont une raison suffisante. Donc il est possible, absolument parlant, de découvrir comment, & pourquoi ces changemens arrivent.

Voilà jusqu'où s'étend l'usage du principe à cet égard; non à nous rendre Philosophes, mais à nous laisser entrevoir l'espérance de le devenir. En n'adoptant pas ce principe, il y auroit de l'absurdité à vouloir expliquer un événement quelconque. Mais, d'un autre côté, avec son secours seul on n'expliquera jamais rien. S'il étoit faux que les métaux fussent transmuables, il y auroit de l'absurdité à chercher la pierre philosophale; mais, quand même il seroit constaté que le fer a été changé en or, cela pourroit encourager à travailler au grand oeuvre, mais cela seul n'y conduiroit pas.

Le seul cas où ce principe peut nous guider immédiatement du changement arrivé à la connoissance précise de sa cause invisible, c'est lorsqu'à l'aide du principe de la contradiction nous pouvons faire une énumération exacte de tous les moïens qui rendent cet événement ou ce fait possible. Car, si nous sommes assurés que cette énumération est complète, & qu'ensuite nous puissions prouver que, des moïens contenus dans cette énumération, tous hors un seul n'ont pas lieu, nous pouvons alors légitimement conclure que ce moïen unique auquel nous n'avons pas donné l'exclusion est la cause de l'effet en question. Ainsi par ex: s'il s'agit d'expliquer comment le mouvement du bras répond à la volonté de celui qui le meut; tous les moïens imaginables, propres à expliquer ce fait, se réduisent à cinq. Ou l'on peut concevoir que ce que nous nommons *Volonté de l'Ame*, n'est qu'un mouvement dans le corps, d'où suit mécaniquement le mouvement du bras; ou que ce que nous nommons *mouvement du bras* n'est qu'une perception qui résulte d'une perception antécédente nommée *volonté*; ou que
 l'ame

l'ame conçue comme un esprit a le pouvoir réel de remuer le bras; ou qu'à l'occasion de la volonté de cette ame, un être étranger au corps & à l'ame dirige ce mouvement; ou enfin que l'ame & le corps par leur constitution primordiale sont tellement disposés, que sans agir l'un sur l'autre, & en suivant chacun les loix de sa propre nature, le corps se meuve au même moment que l'ame souhaite d'avoir la perception de ce mouvement. Il est aisé de démontrer que l'énumération est complète, & qu'il n'y a d'autres moïens possibles d'expliquer le fait, qu'en admettant ou le Matérialisme, ou l'Idéalisme, ou l'influence réelle soit Physique, soit Psychocratique, ou l'opération immédiate d'un être supérieur, ou enfin une harmonie préétablie. Si donc on est en état de prouver que de ces cinq explications, quatre n'ont pas lieu, il sera aussi vrai que la cinquième est la cause de ce fait, qu'il est vrai que rien n'est comme il est sans raison. Mais la difficulté est de s'assurer que l'exclusion qu'on donne à l'un ou l'autre de ces moïens soit légitime. Elle l'est, lorsqu'on peut prouver que ce moïen qu'on avoit d'abord admis comme possible renferme une contradiction formelle, ou qu'il est en opposition avec quelque vérité démontrée, ou lorsqu'on peut faire voir que ce moïen, bien qu'il ne semble pas impliquer, n'existe pas dans la nature; mais, hors ces deux cas, l'exclusion ne sera fondée que sur des conjectures plus ou moins vraisemblables, & par conséquent l'application du Principe ne sera pas infallible.

On donne assez souvent dans deux extrêmes également vicieux sur cette matière. Les uns, à la faveur des réflexions les plus humiliantes sur l'ignorance de l'homme, croient éluder toute la force du raisonnement que je viens de développer; les autres, aussi téméraires que les premiers sont timides, prétendent tout expliquer à l'aide de ce raisonnement. D'un côté l'on n'a pas droit de se récrier sur la faiblesse de nos lumières dans les cas où à la vérité nous ne voyons pas assez clair pour débrouiller tout; mais où cependant nous ne sommes pas si aveugles que nous ne puissions apercevoir à l'aide d'un dénombrement exact les divers moïens possibles. Dans ces cas-là, il ne suffit pas

pas pour éluder l'énumération, de se retrancher sur l'ignorance humaine; il faut montrer pourquoi on suppose qu'il pourroit y avoir encore d'autres moyens imaginables, outre ceux que la méthode des *épouïsemens* nous indique. Mais, d'un autre côté, ce n'est pas savoir beaucoup que de connoître qu'un effet ne peut résulter que de quatre ou cinq causes différentes, si l'on ignore à laquelle de ces quatre ou cinq il faut précisément l'attribuer; & c'est le plus souvent ici où les réflexions sur le peu d'étendue de nos lumières sont à leur place.

Un troisieme usage général de cette premiere application de notre principe, c'est de nous assurer de l'existence des Corps. On convient assez généralement que les argumens des Idéalistes ne sont pas susceptibles d'une réfutation directe. On sent cependant une repugnance invincible à les adopter. C'est que nos perceptions sont précisément telles qu'elles seroient, s'il y avoit des corps perceptibles, & qu'on ne sauroit assigner une raison suffisante à ces perceptions, si les corps qu'elles représentent n'existoient pas réellement.

La seconde maniere d'appliquer le principe de la raison suffisante, c'est, avons-nous dit, lorsqu'on descend d'une cause dont on aperçoit l'existence à l'effet qu'elle doit produire.

Pour ne pas se tromper dans cette application, il faut ne perdre jamais de vue la maniere dont nous parvenons à nous assurer de la vérité du Principe. C'est en observant que les choses semb'ables existent sous les mêmes circonstances. Alors nous donnons à ces choses le nom d'*effet*, & à l'assemblage des circonstances le nom de *cause*, & nous afirmons que cette cause, c. à d. ces circonstances réunies contiennent la raison suffisante de ce que l'effet existe de la maniere qu'il est, & non autrement.

Pourquoi disons-nous de cette raison qu'elle est *suffisante*? Est-ce parce que nous comprenons parfaitement comment elle suffit à produire l'effet que nous lui attribuons? Non assurément; il est bien rare que notre intelligence pénétre jusque-là. Mais c'est parce que nous n'apercevons point d'autres circonstances toutes les fois que

l'effet est produit, d'où nous concluons que celles que nous avons aperçues suffisent, & qu'elles contiennent seules la raison de cet événement. Quand je remarque que toutes les fois que j'approche un morceau de fer jusqu'à une certaine distance d'une éguille aimantée, celle-ci se remue, j'en conclus que la raison suffisante du mouvement de l'éguille est contenue dans la nature du fer, & dans sa proximité; d'où j'infere ensuite, par une application de notre principe, que toutes les fois qu'un pareil morceau de fer sera approché d'une semblable éguille jusqu'à la même distance, si d'ailleurs rien n'est changé du côté de l'éguille, le même événement arrivera; cependant je suis encore bien éloigné de savoir comment ce mouvement est produit.

Cette maniere d'appliquer notre principe est donc contenue dans le raisonnement suivant :

„L'événement A, est produit sous les circonstances C, D, E, &c.

„Or les circonstances C, D, E, &c. existent

„Donc, en vertu du principe, l'événement A, sera produit.“

Nous nous assûrons de la Majeure en deux manieres. Ou par une simple observation réitérée de ce qui arrive dans la nature sans notre concours; ou par des expériences, en faisant naître, & en combinant ensemble les circonstances C, D, E, &c. pour en observer le résultat. C'est par le premier moien que nous savons que le Soleil produit la lumiere. C'est par le second que nous connoissons que la pesanteur de l'atmosphere fait monter l'eau dans les pompes aspirantes.

Quand la *Majeure* est duement vérifiée par l'expérience; c. à d. quand il est en notre pouvoir de faire naître les circonstances aussi souvent qu'il nous plait, de les combiner à volonté, d'en retrancher, ou d'y ajouter à notre gré, & de connoître par conséquent avec précision lesquelles sont constamment requises pour que l'événement ait lieu; la majeure est alors exactement déterminée; elle acquiert le plus haut degré de certitude morale. La *Mineure* est un fait dont nos sens nous assûrent; il n'y a donc point de doute que l'application du principe général ne soit légitime.

Mais

Mais quand la majeure ne nous est connue que par l'observation, quand il ne dépend pas de nous de séparer les circonstances, & de les rejoindre, alors l'application du principe est moins sûre, & peut souvent être fautive. Car, de ce que nous n'apercevons jamais un événement A, sans appercevoir en même tems les circonstances B, C, D; il ne suit pas que ces circonstances contiennent la raison de A. Il se pourroit que A, B, C, D, fussent tous des effets d'une même cause X, qui ne tombât pas sous nos sens. Il se pourroit que ces circonstances n'eussent pas toujours coëxisté, quoique nous ne les voyons jamais l'une sans l'autre; & à supposer même que B, C, D, continssent la raison de l'événement A, il se pourroit encore que cette raison ne fut que partielle: combien de circonstances imperceptibles à nos sens ne peuvent pas concourir avec celles que j'aperçois lorsqu'un événement est produit?

Les animaux respirent; il y a sans doute une raison de ce fait; le sang circule dans les animaux aussi longtems qu'ils respirent; cette circulation a sans doute sa raison aussi; mais de quel usage m'est ici l'application du principe de la raison suffisante? Puis je conclure de ce que ces deux événemens coëxistent, que l'un contient la raison de l'autre, & décider précisément lequel des deux est la cause, lequel est l'effet? Assûrément, si l'un de ces faits n'avoit jamais été apperçu sans l'autre, on auroit peine à ne pas se persuader qu'ils dépendent l'un de l'autre, & on ne manqueroit pas d'imaginer quelque théorie plausible qui expliquât la liaison de ces deux mouvemens, & qui fît trouver dans l'un la raison suffisante de l'autre: heureusement nous ne risquons plus de tomber dans l'erreur à cet égard; on sait que le sang circule dans le fœtus tandis que l'animal ne respire point encore; mais combien d'autres cas la nature ne peut-elle pas nous offrir, où rien ne pourroit nous avertir que nous nous trompons?

Lorsqu'il s'agit donc d'assigner à une cause, ou à un assemblage de circonstances, l'effet qui en devra résulter, nous ne pourrons jamais le faire avec certitude, que lorsque l'expérience nous aura appris



que cette cause suffit pour produire un certain effet, & qu'elle l'a constamment produit. Alors, sans savoir comment l'effet résulte de la cause, non seulement nous pourrions à coup sûr le lui attribuer; mais encore, cela nous fournira une explication satisfaisante de tous les cas où cette cause concourra dans la production d'un effet. C'est sur ce fondement qu'est appuyée la construction des machines, & de tout ce qui a rapport aux arts mécaniques; c'est en partant de là qu'on prévoit en Physique le succès des expériences qui n'ont pas encore été tentées, & dont on connoit d'avance distinctement la raison prochaine, qui suffit à l'expliquer, mais qui n'est raison suffisante qu'autant qu'on adopte comme un fait vérifié par l'expérience ce qui entre dans l'explication. Dès que nous savons par l'expérience que la pesanteur de l'atmosphère soutient l'eau à 32 pieds, & que nous connoissons par expérience aussi que la pesanteur spécifique de l'eau est à celle du Mercure à peu près comme 1. à 14. nous concevons distinctement, la raison suffisante pourquoi le mercure se soutient plutôt dans le baromètre à 28 pouces, qu'à 20 ou à 40. Mais nous ne savons distinctement ni la raison de la pesanteur en général, ni celle de la diversité spécifique du poids de l'air, de l'eau & du mercure.

Outre ces deux manières positives d'appliquer le Principe du *suffisant pourquoi*, il y en a encore deux négatives, sources inépuisables de sophismes. La première, c'est lorsque ne trouvant point de cause capable de contenir la raison suffisante d'un événement, nous nions l'existence de cet événement; l'autre, c'est quand n'apercevant pas l'effet qui a coutume de suivre une cause, nous concluons que la cause n'existe pas.

La première de ces applications roule sur ce raisonnement:

- „Rien n'existe sans une raison suffisante.
- „Or l'événement E n'auroit point de raison suffisante.
- „Donc l'événement E n'existe pas.“

Le fillogisme est concluant sans doute dès qu'on accorde les deux prémisses ; mais j'ai déjà montré dans mon second Mémoire, que la majeure a besoin d'une détermination plus précise, savoir qu'il s'agisse d'un fait susceptible de raison ; cela posé, il reste à examiner comment on prouvera la mineure.

Ce n'en seroit pas une preuve recevable que de dire, que puis qu'on n'imagine aucun moyen satisfaisant d'expliquer l'existence de E, E ne sauroit avoir une raison suffisante. Avec ce raisonnement je prouverois qu'il n'est pas vrai que les corps gravitent les uns vers les autres, qu'il est faux que les Polypes se multiplient par la section, & un Philosophe Siamois nous démontreroit peut-être qu'il n'existe point de glace.

Nous prenons souvent pour des choses semblables, pour des cas égaux, ce qui ne l'est point ; & dès-lors il n'est pas étonnant que les mêmes circonstances produisent des effets différens. Qu'est-ce qui nous donne le droit de ranger dans une même classe des individus tous différens entr'eux, & d'affirmer de chaque individu renfermé sous cette classe, ce que l'expérience ne nous a appris que d'une vingtaine, ou centaine d'entr'eux ? C'est sans contredit le principe de la raison suffisante, dont l'analogie n'est qu'une application continuelle. Mais savons-nous toujours si la même raison a lieu dans tous les cas où nous l'appliquons ? La plupart des animaux sont produits par l'accouplement, donc aucun ne sauroit produire son semblable sans un accouplement. C'est mal argumenter.

La seule manière légitime de prouver la mineure, c'est d'énumérer exactement, à l'aide du principe de la contradiction, tous les moyens imaginables dont une chose peut être produire, & de prouver ensuite de chacun de ces moyens séparément, qu'il implique, ou que du moins il n'existe pas dans la nature. A moins de cela la mineure sera toujours incertaine.

Le célèbre *Wolf* emploie le raisonnement que je viens d'examiner pour prouver qu'il n'existe point de vuide dans la nature ; s'il y avoir, dit-il, du vuide entre les particules d'un corps, il y auroit des

parties dont la figure & la grosseur n'auroient point de raison suffisante. En raisonnant de la même manière, on prouvera que l'univers est réellement infini en étendue; car, s'il ne l'étoit pas, il y auroit une multitude de particules de matière dont la figure & la grosseur n'auroient point de raison suffisante; & d'un autre côté, si l'univers est réellement infini en étendue, il faudra dire que l'assemblage des individus déterminés qui composent cet univers, forme un tout indéterminé, ce qui choque le principe de la contradiction. J'avoue que je ne conçois pas la force de l'argument de Mr. *Wolf*; car, à moins de se représenter les molécules de matière comme parfaitement fluides, leur figure & leur grosseur n'est point déterminée par la matière étrangère qui les entoure; otez toute cette matière ambiante, le corpuscule n'en conservera pas moins sa figure & sa grosseur. Il implique qu'un être étendu n'ait pas une figure, & une grandeur; la quantité de ses parties & leur situation déterminent l'un & l'autre, qu'il y ait du vuide, ou qu'il n'y en ait pas. Si l'on peut prouver qu'il n'y auroit ni solidité ni cohésion en admettant le vuide, le raisonnement sera concluant; mais il ne fera plus de l'espèce que j'examine ici.

Le même Philosophe emploie un argument tout semblable pour prouver que chaque portion de matière est continuellement en mouvement. Car, dit-il, si deux parties de matière étoient en repos l'une à côté de l'autre, ou si même elles se mouvoient avec la même célérité, & selon la même direction, leur grosseur & leur figure n'auroient point de raison suffisante, & par conséquent seroient indéterminées.

Je veux supposer qu'on ne pût donner aucune autre raison de la figure & de la grosseur d'une particule de matière, qu'en lui attribuant un mouvement continuellement différent de celui de toute autre particule, quoique notre Philosophe ait déjà assigné dans la matière ambiante la raison de cette figure & de cette grosseur; seroit-on bien avancé d'avoir trouvé cette raison dans un mouvement dont on ne sauroit expliquer le suffisant pourquoi? S'il faut admettre des choses inexplicables, n'a-t-on pas autant de raison de s'en tenir à des corpuscules



les déterminés par eux mêmes, quant à la figure & à la grandeur, que de recourir à un mouvement dont on ne peut rendre raison? Du moins est-il certain que les corpuscules existent, au lieu qu'il est fort douteux que ce mouvement soit dans la nature; outre qu'au fond il n'explique rien. Car, avant que le corpuscule puisse se mouvoir, encore faut-il qu'il ait déjà une figure, & une grosseur déterminée; & s'il les a, il n'est plus besoin d'imaginer un mouvement singulier pour lui donner l'une & l'autre.

Il semble qu'on confond ici la figure déterminée des parties, avec la maniere dont notre imagination peut se la représenter. Il se peut bien que tant que les particules de matiere seront conçues en repos l'une à côté de l'autre, l'imagination ne pourra pas les distinguer, & qu'elle se représentera l'ensemble comme un continu indivisible. Mais notre maniere de concevoir n'influe point sur la nature des objets: si les premiers élémens des corps sont des atomes, ils n'en seront pas moins indivisibles, quoique nous y puissions imaginer des parties, & les aggrégés de ces atomes supposés en repos ne feront pas moins un tout composé de parties distinctes, quoique faite de mouvement notre imagination ne distingue, ni ces élémens, ni la figure qui leur est propre.

Au reste, en choisissant mes exemples dans les Ouvrages d'un Philosophie pour lequel j'ai d'ailleurs la plus haute vénération, & dont je respecte infiniment la mémoire, ce n'est pas par une affectation ridicule de combattre les sentimens des grands hommes; c'est que Mr. *Wolf* a fait plus d'usage qu'aucun autre du Principe de la raison suffisante, & que plus j'estime ses écrits, plus je crois qu'il est utile d'observer ce en quoi il paroît s'y être écarté de la rigoureuse exactitude qu'il s'étoit lui même imposée.

Je crois remarquer le même défaut dans l'argument dont il se sert pour prouver la non-existence des corps durs. S'il y avoit des corps durs, dit-il, les parties de ces corps ne seroient distinguées que par le lieu qu'elles occupent; & il n'y auroit point de raison pour-
quoi



quo! elles occuperoient ce lieu; donc les corps durs n'existent pas. Mais comment prouveroit-on que ces parties occuperoient sans raison des places différentes? S'ensuit-il de ce que nous n'en trouvons pas la raison dans les déterminations intrinsèques de ces parties, qu'elle ne sauroit venir d'ailleurs? Si ces parties sont indiscernables, comme Mr. *Wolf* suppose qu'elles le seroient, on n'a plus de raison de demander le suffisant pourquoi de leurs places respectives, comme je crois l'avoir montré dans mon second Mémoire; si au contraire elles diffèrent entr'elles, ce qui n'est rien moins qu'impossible, puisque la notion de la dureté n'épuise pas toutes les déterminations intrinsèques d'un être, on n'en saura, à la vérité, pas mieux pourquoi chacune occupe sa place plutôt qu'une autre, mais on entreverra la possibilité absolue de répondre à la question: & c'est à cela que se réduit le plus souvent notre Physique.

L'autre argument de notre Philosophe contre les corps durs me paroît pécher par le même endroit. S'il y avoit des corps durs, ils ne pourroient, dit-il, ni en mouvoir d'autres, ni être mûs eux-mêmes, parce qu'on ne pourroit point donner de raison de la communication d'un mouvement où il n'y auroit point de compression. Mais, s'il n'est permis de poser du mouvement qu'où l'on est en état d'en expliquer la raison, serions-nous bien plus en droit d'accorder la mobilité aux corps compressibles? Est-ce rendre le passage du repos au mouvement beaucoup plus explicable, que de le partager en une infinité de petits passages dont aucun n'est intelligible? Un fait nous paroît concevable lorsque nous appercevons sa liaison avec un autre fait connu, quoique ce dernier fait soit inintelligible pour nous. Qu'un homme qui aura pris une forte dose d'Opium s'endorme profondément, c'est un événement très intelligible; la raison suffisante de son assoupissement c'est l'Opium qu'il a pris; mais quelle est la raison de cette propriété que l'Opium a d'assoupir? Je pense que nous en savons là dessus précisément autant que le Médecin de *Molière*. En général, lorsqu'il s'agit d'expliquer le *comment* des choses, nous n'y parvenons jamais qu'en suppo-

supposant des faits que nous ne comprenons pas. Expliquez un Phénomène d'une manière intelligible, vous admettrez dans cette explication un fait qui n'est point concevable; ou, si celui-ci l'est encore, ce ne sera qu'en en supposant un autre qui ne le sera plus. Tot ou tard, il faut enfin remonter à l'acte de la création, qui n'est pas intelligible. Alors la saine Philosophie se réduit à montrer pourquoi cet acte n'est point intelligible. Or, si je montre de même pourquoi le passage du repos au mouvement ne doit pas être intelligible dans le choc des corps durs, j'ai satisfait à la Philosophie, sans priver la nature d'une des espèces de corps qu'elle peut renfermer.

La seconde manière d'appliquer négativement le principe du besoin d'une raison suffisante, c'est, avons-nous dit, quand, n'apercevant pas l'effet qui a coutume de suivre une cause, nous concluons que la cause n'existe pas.

Notre raisonnement se réduit à cette formule :

- „Si la cause A, qui contient la raison suffisante de l'événement B,
- „existoit, je devrois appercevoir l'événement B.
- „Or je n'aperçois pas l'événement B.
- „Donc la cause A n'existe pas.“

On peut se tromper doublement dans cette application : l'une & l'autre des prémisses peut être fautive. Un événement peut fort bien exister sans être immédiatement appercevable, & il peut encore être appercevable sans être actuellement aperçu.

D'anciens Physiciens, qui posoient aussi bien que nous la raison suffisante de la chute des corps dans la pesanteur, nioient l'existence de la pesanteur dans le feu; parce qu'ils n'apercevoient point que la flamme, libre de se mouvoir en tout sens, dirigeât son mouvement vers le centre de la terre. L'application qu'ils faisoient de notre principe étoit donc vicieuse ici, parce que la majeure du syllogisme étoit fautive; le feu pouvoit être pesant, sans que l'effet de la pesanteur fût appercevable dans un fluide plus pesant que lui, tel qu'est l'air; & il

n'étoit pas besoin de créer la notion d'une *légèreté positive*, pour expliquer l'absence du phénomène que présentent d'ordinaire les corps graves lorsque rien ne les soutient dans l'air.

Nous n'appercevons point les phases de Vénus, disoient à Copernic les partisans du Systeme de Ptolomée; donc Vénus ne tourne pas autour du Soleil; ici c'étoit la mineure du Syllogisme qui n'étoit pas juste; Vénus avoit des phases très visibles; mais les Astronomes n'avoient point de Téléscopes.

Si, du monde réel dont il a été question jusqu'ici, nous passons à l'univers idéal, nous retrouverons encore les mêmes manieres d'appliquer notre principe, avec quelques modifications relatives à la nature des objets. Tous les beaux arts, toutes les fictions poétiques, tous les romans ingénieux doivent, pour plaire, être appuyés sur la vraisemblance; c'est ce qui constitue leur vérité, & cette vérité est uniquement fondée sur le principe de la raison suffisante. Si quelquefois le merveilleux intercepte la vraisemblance absolue, c'est toujours un défaut qui ne sauroit plaire par lui-même, mais qui devient une beauté lorsqu'on l'emploie pour amener des situations intéressantes, qui n'auroient point eû de raison suffisante sans cette fiction. Ainsi les Divinités, les Génies, les Enchantemens ne sont tolérables qu'autant qu'ils donnent une vraisemblance hypothétique à des événemens qu'on veut lier à un tout, dans lequel ils ne seroient pas entrés naturellement; précisément comme l'on feint que les Héros parlent en vers, ou même en chantant, pour introduire plus de beauté dans les Drames, & dans ces spectacles dont la musique fait le principal agrément. A ces conditions une absurdité peut très bien en faire passer cent autres, qui cessent d'être absurdes dès qu'elles ont leur raison suffisante dans la premiere. Tout ce qu'on a droit d'exiger dans les compositions de ce genre, c'est qu'en observant scrupuleusement notre principe, on n'aille pas choquer le principe plus inviolable encore de la contradiction. Que l'épée de Roland soit d'une trempe à ne jamais trouver de résistance, à la bonne heure, je l'accorderai volontiers, si cette sup-

posi-

position prépare des événemens qui plaisent. Que l'armure d'Hector soit impénétrable, je le veux bien encore à la même condition; mais si Mandricard couvert des Armes d'Hector, attaque le Chevalier qui porte Durindade, le cas devient insoluble. Il implique qu'une épée à quoi rien ne résiste rencontre une résistance invincible; il n'implique pas moins, qu'une armure impénétrable soit entamée. L'Arioste se tire d'affaire en habile homme: Durindade est suspendue à un arbre, & les deux champions se battent à coups de poing.

La vérité est un fait; la vraisemblance est un jugement; dans le monde réel nous reconnoissons mille vérités dont nous ignorons la raison suffisante. Les effets de la poudre à canon, de l'électricité, de la matiere magnétique, la multiplication des polypes, sont comme tant d'autres merveilles de la nature, des faits incompréhensibles; mais ils n'en sont pas moins vrais, quoiqu'on n'en conçoive pas distinctement le *suffisant pourquoi*. Dans le monde idéal, au contraire, tout ce qui n'a pas une raison suffisante clairement indiquée est faux; parce que la vérité dans ce monde-là n'est que la vraisemblance, et que tout ce dont on ne sauroit appercevoir la raison, fût-il même vrai, manque de vraisemblance. L'application négative de notre principe a donc toujours lieu sans restriction dans l'univers idéal; on a toujours droit de dire: „s'il n'y a point de raison appercevable d'un événement, cet événement ne sauroit exister.“ Le Poète, le Romancier, l'Artiste, parlent tous, dans le plan de leur ouvrage, d'un effet auquel ils veulent donner l'existence; le principe de la raison suffisante leur indique successivement les effets intermédiaires qui doivent précéder, pour produire ce dernier. Cette espee d'analyse les fait remonter jusqu'à un premier état, qu'on suppose donné, & où par conséquent il n'est plus question de raison suffisante. De là ils procèdent à la composition actuelle en redescendant, par une espee de synthèse, des causes aux effets, en sorte que chaque état intermédiaire ait la raison suffisante dans celui qui l'a précédé, & qu'il contienne en même tems celle de l'état suivant; d'où il arrive qu'enfin, comme on l'a observé depuis long-tems,

tems, ce qui étoit le premier dans l'intention, se trouve être le dernier dans l'exécution.

Nous pouvons ranger parmi les événemens de l'univers idéal, les probabilités des futurs contingens, où le besoin d'une raison suffisante fait l'unique fondement du calcul. C'est ici que la différence essentielle qu'il y a entre notre principe & celui de la contradiction, peut être rendue sensible, & mise à la portée de tout le monde. Jetez au hasard tous les caractères d'imprimerie qui doivent entrer dans la composition de l'Eneïde entière, il est évident que ces lettres peuvent vous donner exactement l'Eneïde. Non seulement il n'implique point contradiction que la chose arrive, mais il est manifestement impossible qu'elle ne puisse pas arriver. Cependant tout ce qui est possible n'est pas probable, & dès qu'il y a une multitude d'événemens tous également possibles, qui s'excluent mutuellement, nous n'avons pas d'autres moïens de juger lequel aura probablement lieu, que celui qu'indique le principe de la raison suffisante. Il faut calculer les raisons des possibilités. L'événement qui donnera l'Eneïde n'a qu'une seule raison pour son existence, l'événement contraire en admet un nombre prodigieux. Donc il y a une raison suffisante de s'attendre à ce dernier événement, préférablement à l'autre. Mais je réserve les discussions particulières sur la matière des probabilités pour un Mémoire séparé. Ce que j'ai dit jusqu'ici peut suffire pour montrer les divers départemens des deux premiers principes de la Métaphysique. Tandis que le Principe de la contradiction nous découvre ce qui est nécessairement vrai, & ce qui est absolument impossible; le Principe de la raison suffisante nous indique la vérité des faits actuels, la probabilité des possibles, & la certitude morale & physique des événemens contingens.





S U I T E DE LA PSYCHOCRATIE,

O U
DE L'EMPIRE ET DU GOUVERNEMENT DE L'A-
ME SUR LA MULTITUDE DES ETRES, SIMPLES COMME ELLE,
MAIS D'UNE NATURE INFÉRIEURE À LA SIENNE,
DONT LE CORPS EST COMPOSÉ.

QUATRIEME HYPOTHESE
SUR L'UNION DU CORPS ET DE L'AME *).

PAR M. DE PRÉMONTVAL.**)

Il s'agit présentement, Messieurs, de répondre aux Objections qu'on peut former contre mon Hypothese, & de mettre dans son jour ses véritables avantages. Pour le faire à moins de frais j'ai pris le parti de réunir deux objets si différens. Je me propose de répondre aux Objections, sinon de maniere à les tourner toutes également à l'avantage de mon Hypothese; de maniere au moins à joindre à la solution de chaque difficulté la vue nette de quelque avantage bien réel, qu'on ne sauroit me contester sur le point même qu'elle attaque. Malgré cette oeconomie la chose demande plus de détails que je n'ai cru, & je suis bien honteux de vous dire que je ne finirai point encore aujourd'hui. A la bonne heure, si mon sujet me fournit de quoi payer votre complaisance.

La premiere Objection, & celle sur laquelle je souhaite qu'on insiste le plus, (ce serait bonne marque, Messieurs;) c'est que mon

V v 3

Hypo-

*) Voy. Tom. XX. p. 174. & suiv.

**) Lû le 19 Septembre 1763.



Hypothese n'est point nouvelle. C'est le premier compliment que l'on m'ait fait, avant même que de l'avoir comprise. Qu'à cela ne tienne, si ceux qui soutiendront qu'elle n'est point nouvelle, en reconnoissent la vérité, & se félicitent d'avoir toujours conçu la chose en gros de cette façon-là, comme on me l'a dit. Je ne les en démentirai point, quand même je saurais le contraire. Mais, si l'on prétendoit que mon Hypothese est déjà connue, & qu'elle a été proposée publiquement, je demanderois pourquoi donc on a continué de dire qu'il n'y avoit que trois Hypotheses possibles, jusqu'à ce que je me suis avisé d'en articuler une quatrième. Je prierois ensuite d'observer, qu'il ne suffit pas de faire voir qu'un tel a pensé ceci, & un tel cela, comme moi. C'est l'Ensemble & l'Usage qu'il faut me montrer en termes clairs dans quelque Auteur connu. L'habile homme qui s'attire depuis quelque tems l'attention de l'Europe par sa découverte d'une Horloge pour les longitudes, n'a rien trouvé de nouveau, s'il ne s'agit que de lui montrer dans les Boutiques des Horlogers, des Leviers, des Roues & des Pignons avec des Fusées & des Tambours; car probablement il y a de tout cela dans sa Machine. Enfin, entre celles même de mes Opinions que d'autres ont soutenues avant moi, combien n'y a-t-il pas de points de vue avantageux que je suis en droit de m'approprier? La démonstration de la *Simplicité de l'Etre*; le Principe des *différences individuelles*; la maniere de rendre sensible *la variété & la diversité dans l'Etre simple*; la conciliation de *la divisibilité du Corps à l'infini, avec sa réductibilité à des Elémens simples & indivisibles*; &c. Voilà de grandes Vérités, dont le fond m'est commun avec beaucoup de Philosophes: mais qu'on me fasse voir, ou que ces Philosophes ont déjà démontré ces Vérités de la même maniere que moi; ou que je ne les ai pas démontrées plus qu'eux. Je les ai démontrées, & mises dans un jour digne de toute l'attention de ceux qui ont à coeur la perfection de nos connoissances. On l'y donnera, cette attention entiere; le rôl ou le tard m'importe peu.

A l'égard des LeibnitienS qui ont si positivement décidé qu'il n'y a que trois Hypotheses possibles, je ne m'attens pas qu'ils se dédissent.



sent. Quel parti prendront-ils donc? Mon Hypothèse suppose une action réciproque très réelle de l'Ame sur le Corps & du Corps sur l'Ame: elle suppose une action très souvent indépendante de l'action de Dieu, & plus souvent encore contraire aux vues, de même qu'aux saintes loix de sa sagesse. On ne peut rien de plus opposé que cette doctrine à l'Hypothèse Leibnitienne, aussi bien qu'à la Cartésienne. Donc, concluront-ils, ce n'est que l'Hypothèse Péripatéticienne, *l'influence physique*, expliquée différemment . . . Oh très différemment, Messieurs; si différemment que ce n'est absolument plus la même chose, à moins qu'on ne s'oblige à confondre les idées de *réel* & de *physique*. L'Action de Dieu, par exemple, de l'aveu des Leibnitiens, est très réelle, & n'est point physique. Eh bien! j'en dis autant, non seulement de l'action de l'Ame sur le corps, mais de celle même du corps sur l'Ame. Or les Péripatéticiens ont entendu une action physique, & l'ont nommée physique selon ce qu'ils entendoient. Moi, je ne la nomme point physique, & de plus je démontre qu'elle ne peut l'être. Il est donc aussi déraisonnable de confondre mon Hypothèse avec la Péripatéticienne, qu'il le seroit de confondre l'Hypothèse Leibnitienne avec la Cartésienne, sur l'unique prétexte que, dans l'une & dans l'autre, l'action réciproque du Corps & de l'Ame n'est qu'apparente. Je dis *sur cet unique prétexte*. Car je vais prouver, par de bonnes & solides raisons, que ces deux Hypothèses, la Leibnitienne & la Cartésienne, bien analysées & bien comprises, ne sont au pied de la lettre que la même chose. En un mot, il est clair qu'il n'y a dans le fond que deux Hypothèses possibles; l'Hypothèse de l'*Action réelle*, & l'Hypothèse de l'*Action apparente*. Je soutiens, que ma manière d'expliquer l'Action réelle est incomparablement plus éloignée de celle dont les Péripatéticiens l'ont entendue, que la manière dont les Leibnitiens expliquent l'Action apparente ne l'est de celle dont les Cartésiens l'entendent. C'est ce que j'ai eu l'honneur de vous annoncer dès le commencement, Messieurs; que ma *Psychocratie* étoit plus essentiellement & plus avantageusement différente de l'*Influence physique*, que l'*Harmonie préétablie* ne l'est des *Causes occasionnelles*. Prouver cela, fera,

fera, si je ne me trompe, répondre, & répondre avec avantage, à l'Objection: ce sera notre tâche pour aujourd'hui.

Que le Systeme de l'*Harmonie préétablie* puisse être confondu sans beaucoup de peine avec celui des *Causis occasionelles* ou de l'*Affistance divine*, Leibnitz lui-même en est garant, lorsqu'il nous apprend, dans sa *Réplique aux Réflexions de M. Bayle*, que de très habiles gens s'y méprennent, & ne distinguoient point les deux Systèmes, dont, ajoute-t-il, je suis bien aise; mais je ne le suis pas moins, lorsque je vois qu'on examine mon Hypothèse comme ils font *). Le fait est donc, que de très habiles gens, de l'aveu de M. de Leibnitz, prenoient & entendoient les deux Hypothèses dans le même sens: mais est-il bien sûr qu'il y eût méprise de leur part, ou manque d'examen? Pour moi, plus j'y pense depuis 25 ans, & moins je me le persuade. On ne m'accuse cependant pas d'avoir mal expliqué les deux Hypothèses dans l'exposition que j'en ai faite, & il seroit bien étrange que je ne les compris pas depuis tant de tems que je les pese & que je les balance dans mon esprit. J'étois dans ma jeunesse grand partisan de la première, qui m'avoit été enseignée par mes Maîtres de Philosophie; & ce qui est très singulier, je ne l'ai quittée que sur la conviction de sa parfaite identité avec la seconde, qui, tout en ravissant mon admiration, m'a toujours paru insoutenable au dernier point.

Une profonde analyse de l'une & de l'autre a produit sur moi cet effet. Mais comment parviendrai-je, Messieurs, à vous rendre la chose sensible, sans vous jeter dans des longueurs accablantes? Faites-moi la grace de me suivre . . . Supposons que nous ayons ici devant nous Malebranche & Leibnitz, en personne. Je prends Malebranche plutôt que Descartes, parceque c'est lui qui a perfectionné le Systeme des *Causis occasionelles*, si même il n'en est l'Auteur **). Je ne prends point de même Wolff à la place de Leibnitz: premièrement cela est inutile; & puis, ce n'est que sur ce chêne prodigieux que je

*) *Recueil de diverses Pièces*, &c. T. 2. p. 447. *item*, p. 146.

**) *Ibid.* p. 379.



je fixe mes regards avec complaisance, non sur le lierre qui s'y attache. A l'aspect de deux hommes si célèbres je laisse d'abord un libre cours aux marques de l'estime & de l'admiration qui leur sont dues. Admiration plus vive envers Leibnitz, que je regarde comme fort supérieur par le génie. Estime mêlée d'un sentiment plus tendre envers ce bon Pere Malebranche, d'un caractère si aimable, d'ailleurs mon Compatriote, & en quelque sorte mon premier Maître de Philosophie. Ce n'est pas que je l'aie connu; je suis né depuis sa mort: mais je me suis nourri dès l'âge de 17 ans de ses divins ouvrages sous plusieurs de ses Disciples, & j'ai vécu avec quelques-uns de ses intimes Amis, entr'autres M. Pigeon, mon Beaupere, qui paroitra bientôt avec honneur dans cette controverse. Je dois à ce dernier une partie des points de vue que je vous présente. Vous pouvez consulter l'Histoire de sa Vie, composé par sa Fille sous mes yeux, il y a environ 22 ans.

Pour revenir donc à mon dessein; je prens, avec tout le respect dû à de si grands hommes, la liberté de les interroger ici en votre présence. Vous entendrez leurs réponses: ou, ce qui emporte encore mieux l'effet de votre conviction, (comme il est pourtant vrai, Messieurs, qu'ils ne sont point ici,) ce sera vous, vous-mêmes qui répondrez pour eux au fond de votre ame.

Je leur fais observer d'abord, qu'ils ont l'un & l'autre précisément la même idée du grand Être dont ils se sont occupés toute leur vie. L'un & l'autre, leur dis-je, vous regardez Dieu comme Créateur & comme Conservateur. Tous deux vous niez qu'il y ait en Dieu la moindre succession, soit d'existence, soit d'acte, soit de pensée. Ce que Dieu a fait, il le fait; & ce que Dieu fait, il l'a toujours fait, *non par une suite d'Actes semblables, mais par un seul Acte, un seul & même Acte individuel.* Incompréhensibilités, par parenthèse; reste, permettez-moi de vous le dire, des préjugés de l'Ecole! En conséquence, tous deux vous avez articulé une infinité de fois dans vos ouvrages, que la conservation est une création continuée, pour parler le langage ordinaire; mais que, pour parler plus juste, *c'est l'Acte même,*



l'Acte individuel de la création. Dieu n'a pas créé le Monde, mais il le crée; Dieu n'a pas disposé, mais il dispose. Vous avez pareillement tous deux la même idée de l'Intelligence divine. Selon vous, & en ce point je suis votre humble disciple à tous les deux; selon vous, l'infinie sagesse embrasse d'un seul coup d'oeil, sans contention & sans effort, tous les possibles, & toutes les combinaisons possibles des possibles à l'infini. Nulle abstraction en Dieu: il ne pense point à une chose, ou à une modification ou combinaison de chose, sans penser à une autre, ou plutôt sans penser à toutes les autres, à toutes les choses, à toutes les modifications, à toutes les combinaisons, en un mot à tous les rapports, qu'il saisit à la fois avec plus de facilité que nous ne saisissons le nombre *un*. Enfin, vous vous accordez encore l'un & l'autre à dire que Dieu agit toujours en vue *du plus grand & du meilleur*, par les voyes les moins dispendieuses, les plus simples & les plus parfaites qu'il soit possible. Voilà pour ce qui regarde l'action de Dieu en général. Ensuite, pour l'appliquer en particulier à l'union du Corps & de l'Ame, vous convenez l'un & l'autre, que l'Ame est un Etre simple qui n'agit point sur le Corps, & que le Corps est un Etre composé qui n'agit point sur l'Ame. Vous allez plus loin. Aucun Etre créé, simple ou composé, selon vous, n'agit réellement sur un autre Etre créé, simple ou composé. Et pour nous restreindre au Corps & à l'Ame; selon vous, le Corps & l'Ame sont à l'égard l'un de l'autre réellement comme s'ils n'existoient point; comme s'ils étoient seulement possibles. La seule possibilité de l'un des deux est nécessaire à l'autre, au moins comme *Occasion idéale*, ou comme Archétype de *Représentation*; mais l'Existence ne l'est point du tout.

Or, ici, vous semblez vous diviser un peu. Vous, révérend pere Malebranche, vous dites que Dieu *fait tout* dans l'Ame à l'*occasion* du Corps, & qu'il *fait tout* dans le Corps à l'*occasion* de l'Ame. Et vous, Monsieur de Leibnitz, vous dites que Dieu *a tout fait* dans l'Ame *pour représenter* le Corps, & qu'il *a tout fait* dans le Corps *pour représenter* l'Ame. Y a-t-il donc en cela d'autre différence, en vérité,



vérité, qu'une legere différence d'expression, laquelle même examinée de près se réduit à rien? *Dieu fait*, ou *Dieu a fait*, pour vous autres qui ne reconnoissez point de succession en Dieu, cela ne revient-il pas absolument au même? Lorsque M. de Leibnitz dit que Dieu *a fait dès le commencement*, c'est une façon de parler, n'est il pas vrai? Il ne veut pas dire, Dieu ne fait pas actuellement & dans cet instant: il entend que Dieu fait, qu'il a fait & qu'il fera, *par un seul Acte individuel*. De même lorsque le P. Malebranche dit *) que Dieu *fait à chaque instant*, n'est-il pas vrai que c'est encore une façon de parler, & que cela signifie que Dieu a toujours fait, qu'il a fait dès le commencement, qu'il fait actuellement, & qu'il fera toujours, *par un seul Acte individuel*. Cet Acte unique & individuel, vous est donc commun de part & d'autre; & il n'y a rien, il n'y a quoi que ce soit qui le contredise dans la façon de penser de chacun de vous: mais dans la façon de s'exprimer, l'un prend la chose *à priori*, & l'autre *à posteriori*, par une abstraction, dites - vous, presque indispensable dans le langage humain; abstraction, que celui qui la fait sait bien n'être point en Dieu. Pourquoi donc affecter de la prendre au pied de la lettre? Sur quel fondement M. de Leibnitz compare-t-il l'ouvrage de Dieu, dans son Systeme, à une excellente Horloge qui n'auroit pas besoin que l'ouvrier y retouchât jamais, &, dans le système du P. Malebranche **), à une méchante patraque qui va au doigt & à l'oeil sous la main qui la gouverne? Une pareille comparaison ne peut être applicable dans la façon de penser qui vous est commune à tous deux. J'ose dire qu'elle seroit encore injuste entre deux Philosophes, qui, ayant d'ailleurs l'idée que vous avez de l'intelligence divine en qui il n'y a point d'abstraction, & admettant comme vrai une succession éternelle en Dieu, se partageroient ensuite. L'un croiroit que Dieu réitère à chaque instant l'Acte de la Création, & l'autre croiroit que Dieu ne le réitère point. M. de Leibnitz disconviendra-t-il que ce dernier auroit grand tort de reprocher à l'autre un Dieu, dont la mal-adresse n'auroit fait qu'un

X x 2

Mon-

*) Recueil de Pièces, Tom. II. p. 537.

**) Voy. Entretiens sur la Met. p. 413. & 414.



Monde à qui il seroit obligé de retoucher à chaque instant? C'est comme si l'on vous reprochoit, à vous, un Dieu, dont la mal-adresse a fait un Monde qu'il a été obligé de créer. Quelle absurdité, diriez-vous! Si le Monde n'existe pas de lui-même, ce n'est pas mal-adresse en Dieu; telle est la nature de la chose. Telle est aussi la nature de la chose, & nullement mal-adresse, si Dieu ayant créé le Monde dans un instant quelconque par un acte de Volonté, est obligé de réitérer l'acte s'il veut qu'il existe dans l'instant suivant. Car, quoique nous supposions ici succession réelle en Dieu, nous n'y supposons point d'abstraction. Dans le second instant, & à chaque instant suivant, pris à la rigueur, en Dieu, comme dans le Monde, Dieu ne laisse pas là son Monde de côté pour n'y plus penser. S'il y pense, ou il veut, ou il ne veut pas que le Monde existe: s'il ne le veut pas, le Monde existera-t-il? Et s'il le veut, ne voilà-t-il pas l'acte réitéré? Il suffiroit donc, dans le cas même d'une succession commune à Dieu & au Monde, que Dieu conservât sans cesse le Monde selon un même plan parfait, pour qu'il n'y eût point à imputer à mal-adresse la réitération continuelle de l'acte. A plus forte raison dans le cas où vous êtes avec le P. Malebranche, qui admettant le même plan de sagesse que vous, n'admet non plus que vous aucune succession dans Dieu! *)

Que le grand Leibnitz n'est-il ici, Messieurs, autrement qu'en fiction, ou dans le Tableau muet qui le représente. Je serois bien curieux d'entendre sa réponse. C'est de ceux d'entre vous qui se piquent d'en être les vivans portraits, c'est de la multitude de ses zélés disciples, que je l'attens. Ne vous flattez pas, me diront-ils; vous n'avez encore rien fait . . . Quoi rien? Cela est étrange. Je me figurois que le plus fort étoit emporté, & qu'on me demanderoit grâce du reste. Allons: je vois que le brillant morceau de l'Hypothèse Leibnitienne, les *Miroirs rayonnans*, les *Mondes concentrés*, la *Force représentative universelle*, tout cela tient au coeur. Le bon pere Malebranche a-t-il rien dit de pareil? Non: mais le malheur pour lui est

*) Voy. Theod. §. 109.



est qu'il a pensé précisément les mêmes choses. Les mêmes sublimes erreurs que Leibnitz a exprimées par les termes les plus pompeux, le pere Malebranche les avoit exprimées bonnement par les plus simples. Et moi, je vous avouerai que j'ai été un tems la dupe des termes simples, & que bien loin de l'être des termes pompeux, c'est, en pénétrant le vuide de ceux-ci, que mes yeux se sont ouverts sur le faux des autres. M. Pigeon, grand Admirateur de Leibnitz, mais ancien ami & disciple de Malebranche, m'ayant fait voir, en 1738, l'année avant sa mort, la parité des deux Hypotheses, produisit un effet sur moi auquel il ne s'attendoit guere. Ce fut de m'éloigner presque entièrement de la doctrine du P. Malebranche en ce qui regarde l'Action de Dieu. Il est vrai que les violentes secousses, & les révolutions arrivées dans mon ame, depuis trois au quatre ans, en matiere de Religion & de Philosophie, avoient bien avancé la chose. Je puis dire en passant que cette derniere révolution fut à-peu-près l'Epoque de mon Hypothese: mais il ne s'agit point de cela; suivons notre point. Examinons cette fameuse *Force représentative*, dont l'Ecole Leibnitienne fait tant de bruit. Seulement, songez, je vous prie, Messieurs, que ce n'est plus qu'à vous que je m'adresse. Je cesse une fiction, qui d'abord a pû réveiller vos esprits, animer les miens. Il sembleroit, si je la continuois, que je n'aurois évoqué deux grandes Ombres, que pour leur faire jouer en votre présence un Personnage fort humiliant.

Hé bien ! Il y a donc une prodigieuse différence *entre faire tout dans une chose à l'occasion d'une autre, ou faire tout dans une chose pour en représenter une autre* ? Nous n'en saurions douter. L'Ecole Leibnitienne auroit elle enfanté des Volumes énormes, fondé une Secte à part, bâti une troisieme Hypothese sur l'union du Corps & de l'Ame, traité celle du P. Malebranche du haut en bas, à propos de rien ? Y a-t-il de l'apparence ? C'est pourtant la vérité pure. Des Philosophes pleins de sagacité n'ont pas daigné comprendre que qui dit chose faite *pour en représenter une autre*, dit chose faite *à l'occasion d'une autre*. Voyez ce Portrait du second Leibnitz placé sous vos



yeux. Pourquoi cette main qui comprime un Globe? Pourquoi cet habillement de Lappon? Ce regard vif, spirituel, & où la satisfaction est peinte? Il n'y a pas un trait qui ne soit à l'occasion de M. de Maupertuis, c'est-à-dire *pour représenter* M. de Maupertuis. Toute chose représentante est faite en général à l'occasion de la représentée: plus elle est représentante, & plus il y a en elle de détails faits à l'occasion de la représentée. Est-elle parfaitement représentante? Il n'y a rien en elle que ne soit ordonné, réglé, fixé à l'occasion de la représentée. On voit des Livres, comme les Métamorphoses d'Ovide, où une suite d'Estampes est faite pour représenter une suite d'Événemens. On en voit d'autres où une suite d'Événemens est faite pour représenter une suite d'Estampes préexistantes, comme l'Acajou de M. Duclos. Dans le premier cas, les Estampes qui représentent les Événemens sont imaginées à l'occasion des Événemens; & dans le second, les Événemens qui représentent les Estampes, sont imaginés à l'occasion des Estampes. S'il étoit possible qu'un Auteur pût imaginer à la fois une suite d'Événemens & une suite d'Estampes qui se répondissent, c'est-à-dire qui se représentassent l'une l'autre, sans aucune priorité d'existence d'une suite sur l'autre suite; (supposition que nous examinerons après;) ce seroit le véritable Systeme des *Causes occasionelles*, ou de l'*Harmonie préétablie*. Le Pere Malebranche diroit: l'Auteur a imaginé les Estampes à l'occasion des Événemens du livre, & il a imaginé les Événemens du livre à l'occasion des Estampes. M. de Leibnitz diroit: l'Auteur a imaginé les Estampes *pour représenter* les Événemens du livre, & il a imaginé les Événemens du livre *pour représenter* les Estampes. Croiriez-vous qu'il y auroit là dedans la moindre différence? Si présentement M. de Leibnitz attachoit à ce mot de *représenter* une efficace merveilleuse: si, sous prétexte que l'Auteur qui a imaginé le livre, ou quelqu'un qui le sauroit par coeur, ne pourroit voir un Événement ou une Estampe, ou même un petit trait de chaque Événement ou de chaque Estampe, sans se rappeler tous les Événemens, toutes les Estampes, & le Livre entier; si, dis-je, M. de Leibnitz sous ce prétexte s'avisoit d'enfler son style; s'il disoit „que l'Auteur a fait ce „livre



„livre avec un artifice sans exemple, & que personne que lui, Leibniz, n'a bien connu . . . L'Auteur a mis dans chaque petit Trait du Texte ou des Gravures une *Force représentative* du livre entier; „chacun de ces petits Traits est une *Concentration* du livre; c'est un „*Miroir* sur qui le livre entier rayonne, & qui rayonne sur tout le livre. Quel est le Carrésien, quel est le Malebranchiste, ajouteroit-il, qui ait eu l'esprit de pénétrer ce Mystere, & de l'exprimer en si beau style? Ils n'ont pas même l'esprit de le comprendre, quand je „l'explique.“ De bonne foi, M. de Leibnitz ne voit-il pas que ceux qui ne l'ont point compris lui ont fait beaucoup d'honneur? On n'a pû se persuader qu'un si grand homme dit avec tant d'emphase une chose si simple.

Nous ne sommes pas au bout, Messieurs. Si c'étoit à Leibnitz même que j'eusse à faire, je me flatte que je n'en serois pas loin: mais, ses disciples . . . Que fais-je? Ils me diront sans doute que je n'attache pas la même idée qu'eux au mot de *Représentation*. En effet il ne tient pas à eux, qu'on ne l'entende point. Ou bien, ils remarqueront, pour incider, que, s'il est vrai que toute chose représentante soit faite à l'occasion de la représentée, il n'est pas vrai réciproquement que toute chose faite à l'occasion d'une autre soit représentative de celle-ci. Donnez-vous mille peines à l'occasion d'une personne à qui vous voulez rendre service; cela ne commence pas la première ébauche de son Portrait. Les Leibnitiens auroient-ils bien le courage de me faire cette objection? Car c'est moi qui me la fais à moi-même. Je n'ai garde absolument de la leur attribuer; mais il faut la prévenir. De leur part elle perd tout le mérite de la justesse. Elle suppose que l'expression *faire pour représenter* se prend au propre dans leur langage, auquel cas j'aurois tort de dire que *faire à l'occasion* fût la même chose. Mais bien loin que la première de ces expressions soit prise au propre chez eux, elle est prise sans cesse au figuré, & dans un sens aussi vague que la seconde. *Représenter*, dans le langage Leibnitien, signifie *répondre, se rapporter, avoir un rapport quelconque*, (prochain ou éloigné, simple ou baroque,) &, à plus forte rai-



raison, *être fait à l'occasion d'une chose*. Me le nie-t-on? Soutient-on encore que je ne l'entens point? Je demande d'abord; à qui la faute? Il n'y a pas un mot dans nos Langues, dont les Leibnitien^s fassent un plus grand & plus fréquent usage, un étalage plus imposant, que de celui de *représenter*, & de ses dérivés *représentation*, *représentant*, *représentatif*, & de ses synonymes, &c. Cependant, comme si le Secret de la Secte, interdit aux Profanes, se trouvoit caché dans ce mot mystérieux, ils semblent s'être tous entendus à ne le définir nulle part. Des gens qui définissent jusqu'aux termes indéfinissables, *être*, *chose* &c. ne pas définir le mot de *représenter*! Je vous en ai fait la remarque autrefois au sujet de l'*Aliquid* de Wolff. Ne le pas définir, & s'en servir jusques dans la définition de *quelque chose*! Comme si *représenter*, qui ne signifie que *représenter quelque chose*, étoit plus clair que *quelque chose* même! Mais il y a bien pis: il se trouve jusqu'à deux fois dans la définition de *quelque chose*, une fois en personne, si je puis parler ainsi, & une fois par son équivalent. Avec un peu d'analyse, & en substituant les définitions aux définis, nous avons vu, avec étonnement, que *quelque chose est quelque chose: à quoi répond quelque chose qui représente quelque chose qui est quelque chose*. Maintenant, au lieu de *à quoi répond quelque chose*, mettons *qui est représenté par quelque chose*: nous aurons, *quelque chose est quelque chose qui est représenté par quelque chose qui représente quelque chose qui est quelque chose*. Or, que *répondre* soit équivalent à *représenter* dans le langage Leibnitien, si on me le contestoit, je le prouverois par cent & cent exemples de Leibnitz même, de Bulfinger, de Wolff, de Baumgarten, de Plouquet, de Boerner &c. les Chefs de la Secte, que j'ai lus, médités, commentés, je ne fais combien de fois, particulièrement sur cet article. Tous vous disent indifféremment, que telle modification de l'Âme *est représentée par quelque chose dans le Corps*, ou bien *qu'il y a quelque chose dans le Corps qui y répond*; & de même, que telle modification du Corps *est représentée par quelque chose dans l'Âme*, ou bien *qu'il y a quelque chose dans l'Âme qui y répond*.



Si donc la Secte Leibnitienne va sans cesse se plaignant, qu'on ne l'entend point, qu'on n'a pas bien pris sa pensée; si même elle vous articule obligeamment, que vous n'êtes pas partie capable de l'entendre; à qui la faute encore un coup? Pourquoi s'opiniâtrer à ne point définir ce terme essentiel surquoi tout roule, tandis qu'on nous rompt la tête de cent définitions, aussi importantes & aussi heureuses que celle que vous venez de voir, accompagnées de scholies qui ne finissent point? Il faut qu'elle ait ses raisons d'en agir de la sorte. *Noluit intelligi, nec ego intelligere*, pourrais-je lui dire. Mais non, Messieurs; j'ai voulu l'entendre, & je l'ai entendue; & je vais lui prouver que je l'entens, & mieux qu'elle ne s'entend elle-même.

Qu'est-ce que la *Force représentative universelle*? Une idée qui doit paroître d'abord fort abstruse; éblouissante ensuite, quand on commence à la saisir; moins que rien quand on l'a conçue. Il n'y a dans ce Monde, dit Leibnitz, aucun Être simple qui ne soit *représentatif* de tout autre Être simple; & de tout autre Être composé quelconque, & du Monde entier: c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun Être simple, selon lui, que Dieu n'ait constitué de façon en le créant, que qui connoitroit distinctement tout ce qui lui appartient, connoitroit distinctement le Monde dans sa totalité & dans ses détails. Ainsi, par exemple, prenons une Monade des plus subalternes, non de la tasse de Café de M. de Leibnitz, mais de la patte d'un insecte, dans une Planete quelconque d'un Tourbillon quelconque des plus éloignés du nôtre: cette Monade & ce Monde sont construits de telle façon, que qui connoitroit parfaitement la Monade & tous ses rapports internes & externes, y liroit couramment l'Histoire, passée présente & à venir, tant de notre Globe, que de tous les Globes imaginables, en un mot les Archives de l'Univers. Suis-je expressif? Eh bien! que croiez-vous, Messieurs, que je pense de cette *Force représentative* inhérente à tous les Êtres? Vous vous attendez que je trouve cela fort absurde. Point du tout. Je soutiens que cela est exactement vrai; vrai au pied de la lettre . . . O! bien heureux Adepte de l'*Harmonie préétablie*, doit



s'écrier d'une voix toute l'Ecole Leibnitienne! Quoi? Parlez-vous sérieusement? Très sérieusement; mais modérez ce transport; dans un instant je n'en serai plus digne. Je tiens que cela est vrai, non seulement dans le Systeme de Leibnitz & dans celui de Malebranche, que je crois avec votre permission n'être que le même: mais cela est encore vrai dans le mien qui est si différent; & je n'en suis pas plus fier, parce que je fais que cela est également vrai dans le Monde d'Epicure, & dans le Cahos, & dans le Cahos des Cahos, c'est-à-dire, dans la collection de tous les possibles. Cela est vrai, vous dis-je; & ce n'est pas Dieu qui a mis dans les Etres cette propriété, cette force, comme vous voudrez l'appeler. Il ne l'y a pas plus mise qu'il n'a fait que deux & deux font quatre; elle est de l'essence des Etres; qu'il bouleverse le Monde, elle y fera encore; elle y seroit, quand par impossible il voudroit qu'elle n'y fût pas. C'est une Vérité mathématique, vous allez me comprendre; il n'y a pas là le plus petit mystère.

Le merveilleux Mémoire qui j'ai l'honneur de vous lire, Messieurs! Chénif Mortel que je suis, je l'ai composé avec tant d'art qu'il n'y a pas une seule lettre de ce griffonnage depuis la première jusqu'à la dernière qui ne soit disposée de façon, que, qui eût bien connu tous les rapports avec les autres lettres, eût pu dire tout ce que j'avois écrit & tout ce que je devois écrire, à mesure que je le composois; & même encore, qui seroit capable de savoir bien exactement tous les rapports d'une seule lettre, sauroit mon Mémoire par coeur. Quelle *Harmonie préétablie*? . . . Hé! ne voit-on pas . . . (du moins je suis bien sûr que Mrs. Euler le voyent, & c'est une heureuse Harmonie que je crois lire dans leurs regards,) ne voit-on pas, que supposer tous les rapports d'une seule lettre avec les autres connus aussi parfaitement qu'il soit possible, c'est supposer ce Mémoire connu bien mieux que je ne le connois moi-même? Sans entrer dans tous les détails du nombre des lettres, de leur position, de leur arrangement, dont la parfaite connoissance emporte la connoissance parfaite de ce Mémoire; ne suffit-il pas de dire qu'un des rapports de cette lettre avec les autres est de servir à composer ce Mémoire? Pour que ce rap-
port



port soit connu aussi parfaitement qu'il est possible, il faut que tout ce qui entre dans l'expression du rapport soit connu aussi parfaitement qu'il est possible. Or l'idée de ce Mémoire est un des élémens qui entre dans l'expression du rapport. Il faut donc que cette idée soit la plus exacte qu'il est possible, & celle que Dieu-même en pourroit avoir. Appliquez cela à un Monde régié par une Providence; appliquez-le à celui qui auroit été rencontré par le hazard; appliquez-le au Chaos: ce sera toujours la même chose. Chaque Etre, chaque Atome, une partie quelconque aura toujours avec le Tout, supposé soit en confusion soit en ordre, certains rapports déterminés. Qui connoitroit distinctement ces rapports, connoitroit distinctement ou le Monde ou le Chaos. Et n'avons-nous pas un exemple de cela bien plus surprenant dans les quantités, objet des Mathématiques? Qui connoit, je dis qui connoit bien, l'équation d'une seule Courbe, les connoit toutes. Il n'y en a point de si bizarres, qui ne soyent essentiellement *représentatives* les unes des autres, & du Cercle même, chacune à sa maniere. Dans une seule Série toutes les Séries existent. Les rapports d'un seul nombre embrassent tous les nombres. Aussi n'y a-t-il pas une seule quantité qui ne puisse être rendue égale à une autre quantité quelconque, ou mise avec elle en tel rapport que l'on voudra, par chacune des six opérations de l'Algebre, Addition, Soustraction, Multiplication, Division, Exaltation & Extraction. Il n'y a pas un nombre qui ne soit une certaine Puissance & une certaine Racine d'un autre nombre. Il n'y a pas un nombre dont l'expression algébrique n affectée d'un exposant p , n^p , ne devienne la *Formule représentative* de tout autre nombre quelconque, entier, fractionnaire ou mixte, positif ou négatif, réel ou imaginaire. Je ne dis pas qu'ayant nommé n un nombre quelconque, 7 par exemple, on peut aussi nommer n , dans une autre occasion, un autre nombre comme 9. Ce ne seroit là vraiment que le premier pas de l'Algebre, au lieu que ce que je veux dire, (j'en appelle à Mr. le Prof. Euler;) est une des conséquences les plus profondes du calcul des Exposans. Je dis que n continuant à représenter 7 par exemple, n^p devient la *For-*



mule représentative de tout autre nombre quelconque, relativement à 7 pris pour racine. Cela n'est-il pas vrai? . . . Voilà sans doute des points de vûe d'une généralité où *la Force représentative universelle* de Leibnitz ne paroît plus qu'un Élément imperceptible. Quand on pense au fracas qu'il a fait de son Atome, & à trois grosses Erreurs qu'il y a jointes, 1°. de regarder l'Atome comme le Tout, 2°. de croire la chose propre à son Système, 3°. d'attribuer à la sagesse divine ce qu'elle n'a pas plus préétabli, qu'elle n'a préétabli que deux & deux feroient quatre; on ne peut qu'admirer, Messieurs, la fortune des Opinions humaines. Les Miroirs, les Concentrations du Monde trouvent leur juste valeur.

Notre grand Leibnitz, en substituant sans nécessité au terme simple de *Causes occasionelles* le terme figuré de *Forces représentatives*, s'est jetté de gayeté de coeur dans une infinité de travers que n'a point le Malebranchisme, & a gardé tous ceux du Malebranchisme. Son imagination vive & forte, plus rayonnante que ses Miroirs, plus concentrée que ses Mondes, ne cessant de travailler sur la Métaphore & de pousser la Figure à l'excès, s'échauffe & parvient bientôt à prendre pour des réalités les idées les plus abstraites. On ne peut disconvenir, sans s'aveugler, que dans l'Hypothèse de Malebranche tout est passif sous la main de Dieu, l'Ame aussi bien que le Corps. Leibnitz l'a parfaitement compris, & il a cru tout sauver par la vertu magique du mot *Force*. Dieu a donné une Force à chaque Etre, non pas pour agir sur un autre Etre, mais pour agir sur lui-même; comme s'il étoit plus aisé, Messieurs, de concevoir l'Action d'un Etre sur lui-même, que de concevoir l'Action d'un Etre sur un autre Etre. L'une & l'autre Action est aussi inconcevable. Si l'on nie l'une, il faut nier l'autre; si l'on affirme l'une, il faut affirmer l'autre, mais également sans rien comprendre. Ce sont les conséquences, c'est la Moralité de nos Etres qui seule doit nous décider dans ces tenebres. Voilà une Bouffole: elle me tourne & me conduit invariablement vers une Action réelle & réciproque, au moins entre les Etres moraux, & puis par analogie
entre



entre tous les Etres. C'est l'avantage inestimable de mon Hypothese, &c'en est aussi l'essentiel. Pour les Leibnitiens, ils auront beau dire que chaque ame est un Ressort, un Automate spirituel, qui déploye sur lui-même, & non sur d'autres, selon une certaine loi fixe & déterminée, la Force que Dieu lui a donnée dès le commencement; & que la Liberté, la Moralité se retrouve là clair comme le jour. Je n'en croirai rien, & je leur déclarerai net, que ce n'est point à des gens convaincus de se payer de phrases & de jargon, qu'il convient de demander qu'on les en croye. Ils n'en croient pas le bon Pere Malebranche, & ils ont raison: je ne les en crois pas non plus. Si le Malebranchisme détruit la Liberté, comme il n'y a point de doute, le Leibnitianisme la détruit pour le moins autant. Dans l'un & dans l'autre Syltème, l'acte individuel de la Création durant toujours, & ne pouvant effectivement que toujours durer, Dieu fait tout; & si Dieu fait tout, il fait trop. Inconvénient de toute Hypothese, théologique ou philosophique, qui croit faire merveille en outrant la dépendance où nous devons être de l'Etre supreme!

Il y a encore un travers qui est si précisément le même dans le Leibnitianisme & dans le Malebranchisme, soit sous l'expression simple de *Causes occasionelles*, soit sous l'expression figurée de *Forces représentatives*, qu'il acheve de démontrer la parité des deux Hypotheses. Je l'ai déjà touché plus haut, & j'ai promis d'y revenir. Nous parlions d'imaginer à la fois toute une suite d'Evénemens & toute une suite d'Estampes, sans aucune priorité d'existence d'une suite sur l'autre suite, & de façon pourtant qu'on pût dire; ou bien avec Malebranche, que l'Auteur auroit imaginé les Estampes *à l'occasion* des Evénemens du Livre, & qu'il auroit imaginé les Evénemens du Livre *à l'occasion* des Estampes; ou bien avec Leibnitz, que l'Auteur auroit imaginé les Estampes *pour représenter* les Evénemens du Livre, & qu'il auroit imaginé les Evénemens du Livre *pour représenter* les Estampes. Mais la supposition est-elle possible, même en Dieu, Messieurs? Ou plutôt n'implique-t-elle pas visiblement contradiction? Les deux



suites arithmétiques, l'une des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9 &c. & l'autre des nombres quarrés, 1, 4, 9, 16, 25 &c. sont représentatives l'une de l'autre, & il n'y a aucune priorité d'existence d'une suite sur l'autre suite. Cela est vrai: mais aussi ne peut-on pas dire qu'elles ont été imaginées *à l'occasion* l'une de l'autre, ou *pour se représenter* l'une l'autre. Elles n'ont été ni imaginées, ni inventées, ni faites; elles sont de toute nécessité & de toute éternité ce que les voilà. Quand on dit qu'elles sont représentatives l'une de l'autre, il ne faut point trop presser cette expression métaphorique; & franchement même il vaudroit mieux la laisser là, & dire simplement que ces deux suites ont un tel rapport l'une avec l'autre, que la loi qui est l'essence de l'une fait penser à la loi qui est l'essence de l'autre, dans toute la continuité, terme pour terme. Or toutes les séries ou suites arithmétiques ont entr'elles de pareils rapports: mais ces rapports mathématiques, bien loin de supposer une antériorité, même de raison, de l'une des suites sur l'autre, y supposent une éternelle coexistence. En est-il de même de ce qu'on articule expressément *avoir été fait à l'occasion d'une chose, ou pour représenter une chose*? Si A a été fait à l'occasion de B, ou pour représenter B, comment B a-t-il été fait à l'occasion A, ou pour représenter A? Comment A & B peuvent-ils avoir l'un sur l'autre tout à la fois une antériorité, je ne dis pas réelle, mais seulement même de raison? Vous me dites que Dieu a fait mon Corps pour représenter mon Ame. Je vous conçois: cela signifie que si par impossible l'idée de mon Ame n'étoit pas encore déterminée, celle de mon Corps ne le seroit pas non plus; mais que du moment que l'idée de mon Ame est déterminée celle de mon Corps l'est aussi. L'idée de mon Ame a donc au moins une antériorité de raison sur celle de mon Corps. Aussi Malebranche & Leibnitz manifestèrent-ils que Dieu pouvoit ne créer que mon Ame toute seule, & qu'elle auroit eu, vis-à-vis de Dieu, sans mon Corps & sans le reste de l'univers, toute la suite de modifications, de pensées, de sentimens, qu'elle a eue avec mon Corps & le reste de l'Univers . . . Comment? Elle auroit senti des pieds, des bras, des mains! Elle auroit pensé à du papier, de l'encre,



une Sale académique, des sieges, des auditeurs, une table &c.! Oui: c'est que Dieu, en déterminant l'idée de mon Ame, l'auroit déterminée de façon à la rendre représentative de mon Corps conçu comme possible, & par mon Corps, de l'Univers entier aussi conçu comme possible. Mais vous m'avez dit que c'étoit mon Corps qui avoit été fait représentatif de mon Ame. Sans doute: mais votre Ame a été faite aussi représentative de votre Corps. Bien plus: elle a été faite représentative de chaque Erre de l'Univers, tant simple que composé; & chaque Erre de l'Univers, tant simple que composé, a été fait représentatif de votre Ame. Ho! je n'y suis plus; je me perds dans toutes ces représentations faites à l'occasion les unes des autres. Je vois tant de choses représentantes que je n'en vois plus de représentées. Tâchons pourtant de nous démêler de tout cela, si nous pouvons.

Soit l'Univers la collection de A, B, C & D. Malebranche dit: Dieu a tout fait dans A à l'occasion de B, de C & de D; il a tout fait dans B à l'occasion de A, de C & de D; il a tout fait dans C à l'occasion de A, de B & de D; enfin il a tout fait dans D à l'occasion de A, de B & de C. Leibnitz dit: Dieu a tout fait dans A pour représenter B, C & D; il a tout fait dans B pour représenter A, C & D; il a tout fait dans C pour représenter A, B & D; enfin il a tout fait dans D pour représenter A, B & C. Y a-t-il, Messieurs, cercle plus sensible & plus palpable que celui-là? N'est-ce pas un jeu puéril d'expressions vuides de sens? Or c'est dans le mot *fait pour représenter*, ou *fait à l'occasion*, qu'est toute l'absurdité, à cause de l'antériorité essentielle, du moins antériorité de raison, de la chose occasionnante sur l'occasionnée; ou, au contraire, de la chose représentée sur la représentante. Il faut donc abandonner ces expressions si cheres aux deux Sectes; il faut y substituer le terme simple de *Rapport* ou de *Relation*. Dieu a vu toutes les relations possibles de A avec B, C & D; toutes celles de B avec A, C & D; toutes celles de C avec A, B & D; & enfin toutes celles de D avec A, B & C: mais Dieu n'a pas plus fait ces relations qu'il n'a fait les relations des nombres;



bres; elles sont toutes, les unes comme les autres, de la même co-existence éternelle. Dieu voit tous les termes de la suite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5 &c.; il voit tous les termes de la suite des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9 &c.; il voit tous ceux de la suite des nombres quarrés, 1, 4, 9, 16, 25 &c.; il voit de même tous ceux de la suite des nombres cubiques, 1, 8, 27, 36, 64 &c.; il voit enfin distinctement toutes les suites des nombres primitifs, triangulaires, pyramidaux, &c. Dieu voit toutes les relations & toutes les correspondences mutuelles que ces suites ont les unes avec les autres; & il est vrai qu'il apperçoit dans la loi de chaque série les loix de toutes les séries imaginables, & les relations de tous leurs termes. Pourquoi n'y a-t-il point là de cercle vicieux? Pourquoi n'y a-t-il rien de contradictoire? C'est qu'il n'y a rien de fait, d'ordonné, de préétabli. Tout est de la même date & de la même éternité que deux & deux font quatre.

Vous voilà donc retranchés, Malebranchistes, & vous Leibnitiens, à dire que Dieu n'a ni *ordonné*, ni *préétabli* . . . (ce n'est que façons de parler chez vous;) que Dieu, dis-je, n'a ni *ordonné*, ni *préétabli* les relations de mon Ame avec chaque Etre de l'Univers, & les relations de chaque Etre de l'Univers avec mon Ame; mais qu'il les a vûes comme *possibles*, & qu'il n'a fait que les rendre *actuelles* par la Création. En effet, c'est ce que le grand Leibnitz, dont le langage varioit beaucoup, articule lui-même en plusieurs endroits, & notamment à la dernière page de sa sublime Théodicée. Dieu, dit-il, *n'a point fait Tarquin méchant; il l'étoit de toute éternité . . . dans la région des Etres possibles, comme dans celle des Etres actuels.* Il est vrai que M. de Leibnitz intercale ici le mot de *librement*; Tarquin étoit *méchant de toute éternité librement*: mais ce mot de *librement* est plus facile à intercaler, Messieurs, qu'à justifier. Quoi! Dieu verra toute la suite déterminée des modifications de mon Ame. comme il voit toute la suite déterminée des termes d'une série; & l'on me soutiendra que la suite déterminée des modifications de mon Ame, en tant que telle Ame, n'est pas de la même nécessité mathématique que la suite



suivre déterminée des termes d'une série, entrant que telle série! Non, me répliquent les Leibnitiens & les Malebranchistes, non; car Dieu voit que l'une de ces suites est *libre*, & que l'autre est *nécessaire* . . . A ce que vous dites, en nous payant de mots; mais vous ne vous en croyez pas réciproquement, Leibnitiens & Malebranchistes; comment voulez-vous encore un coup qu'on vous en croie? Tout plein de préjugés d'école, je m'éblouissois autrefois avec le bon Pere Malebranche, qui du moins ménage ses expressions. Mais avec Leibnitz, on ne peut pas s'éblouir, il faut se crever les yeux! Il nous dit en propres termes, qu'une Ame n'a d'autres modifications possibles, absolument parlant, que celles qu'elle éprouve; & que Sextus Tarquin, par exemple, écoutant & suivant le conseil qu'on lui donne pour éviter le crime, *eût été un autre Sextus Tarquin*, un autre Etre, si essentiellement différent de celui dont il s'agit, qu'il n'eût pû se trouver que dans un Monde essentiellement différent du Monde créé. Et de peur que nous n'allions nous imaginer, qu'une suite de modifications *unique, invariable & essentielle à une Ame*, ne s'accommode pas au mieux avec la Liberté; *c'est cela-même*, vous disent froidement les Leibnitiens; *c'est cela-même que nous appelons la LIBERTÉ*. Ho! je crois que vous l'appellez ainsi: mais c'est cela-même que la Terre entiere appelle avec raison la FATALITÉ, & la FATALITÉ PAR EXCELLENCE!

Tournons-nous maintenant, Messieurs, d'un autre côté; c'en est assez sur cette matiere. Les Leibnitiens, pour établir à toute force une différence avantageuse entre leur Systeme de l'*Harmonie préétablie* & celui de l'*Assistance divine*, entre les *Forces représentatives* & les *Causes occasionelles*, ne manqueront pas de m'alléguer le Principe de la *Raison suffisante*. A cela je pourrois répondre trois choses que je ne veux qu'indiquer: 1°. que ce Principe ne leur est pas si propre, que de l'aveu même de Leibnitz on n'en trouve de fréquentes traces chez tous les Philosophes, notamment dans le Pere Malebranche. En effet plusieurs Malebranchistes l'ont admis jusqu'à un certain point, &



M. Pigeon entr'autres. 2°. Je pourrois répondre que ce Principe, pris dans toute l'étendue que Leibnitz lui donne, est indémontrable & faux. Il est inutile de répéter ce que j'ai dit là dessus en tant d'endroits. 3°. On ne peut disconvenir qu'après tout ce n'est qu'une différence accidentelle, qui n'altère point la parité étonnante que je montre d'ailleurs entre les deux Systemes. Mais j'ai quelque chose de mieux que tout cela. C'est l'excellente Remarque de M. Pigeon qui prouve de deux choses l'une; ou que le Systeme de l'*Harmonie préétablie* n'est point conforme au Principe de la *Raison suffisante*; ou que, s'il y est conforme, ce n'est qu'écart pris dans un sens d'une absurdité complète. Je comptois, Messieurs, vous lire le morceau même, tel que sa Fille l'a traité en 1741, d'après les conversations que j'avois eues avec son digne Pere, en sa présence, trois ans auparavant, & la Note que ce vénérable Vieillard, aveugle & âgé de 89 ans, lui dicta pour me la remettre. Cela nous mèneroit trop loin pour le présent: deux mots pourront suffire.

Ou il s'agit d'une *Harmonie préétablie*; ou il s'agit d'une *Harmonie prévue*. La maniere des plus équivoques, dont M. de Leibnitz s'exprime, sans doute à dessein, donne lieu à cette distinction. Si Dieu a fait les Corps pour représenter les Ames, & qu'il ait fait les Ames pour représenter les Corps; s'il a plu à Dieu de faire les uns pour les autres, d'ajuster les uns aux autres, de donner à chacun une suite de Représentations qu'il n'auroit pas de sa nature, & qu'il n'a que par un effet de la volonté divine; voilà une *Harmonie préétablie*. Si au contraire Dieu a trouvé dans l'ordre éternel des possibles les Ames & les Corps d'une nature déjà toute déterminée indépendamment de son action, comme des Cercles & des Triangles inscrits & circonscrits qui ont une nature propre que Dieu ne leur a point donnée, & à laquelle il se conforme en les créant; voilà une *Harmonie prévue*. Il est vrai que la premiere est aussi prévue, & que la seconde est aussi préétablie: mais la premiere est prévue parce qu'elle a été préétablie & la seconde est préétablie parce qu'elle a été prévue. C'est donc aux Leibnitiens à nous



nous dire laquelle des deux ils entendent; il n'y a point à reculer. Est-ce la première; l'*Harmonie préétablie*; celle où la *Prestabilitation* est conçue antérieure à la *Prévision*? Point de *Raison suffisante* en ce cas de l'union de telle Ame & de tel Corps, non plus que dans le Malebranchisme. Il reste à demander pourquoi il a plu à Dieu de faire ces deux-là l'un pour l'autre, plutôt que de les faire tels que le Corps pût ensuite convenir à une autre Ame, & l'Ame à un autre Corps. Il n'y a plus à répondre que c'est par la vûe de leur nature que Dieu s'est déterminé, puisque leur ayant lui-même donné cette nature, il resteroit à savoir pourquoi il la leur a donnée, c'est-à-dire pourquoi il ne leur a pas donné une autre nature, qui l'eût déterminé à former pour chacun une union toute différente. Est-ce donc la seconde; l'*Harmonie prévue*; celle où la *Prévision* est conçue antérieure à la *Prestabilitation*? Nous avons alors la *Raison suffisante* de l'union de tel Corps avec telle Ame & de telle Ame avec tel Corps; cela est clair. Mais par quelle bisarrerie, une Ame, ou pour mieux dire, chaque Ame se trouve-t-elle, par sa nature, représentative d'une infinité d'infinités d'actions qui toutes sont chimériques selon vous? Si mon Corps, ou Dieu à l'occasion de mon Corps, peut modifier mon Ame par son action, je conçois comment l'idée de mon Ame, image fidelle des choses possibles, doit dans la région même des possibles être représentative de ces actions qui ont un fondement en nature, & qui peuvent être réelles. Vous supposez au contraire qu'aucune de ces actions n'a de fondement en nature: & d'où voulez-vous que l'idée de ces actions, entant qu'actions, & tout ce qui s'ensuit, se trouve, comme il est de fait, dans l'Ame? Dans l'Ame actuelle; & par conséquent dans l'Ame possible? Ce seroit là le comble de l'absurdité?

Tel est le fond de la Remarque de M. Pigeon. Je l'ai tournée de façon à éluder les subtilités Leibnitiennes, dont je suis plus au fait qu'il n'a pu l'être, & que je ne l'étois encore au tems dont je parle. Avec quelle force ne pousserois-je pas aujourd'hui sa pensée? & avec quel avantage, Messieurs, dégagé que je suis des préjugés communs à



nitz & à Malebranche, ne ferois-je pas disparoitre l'unique chicane qui pourroit peut-être obscurcir un point de vûe si lumineux? Prétendrait-on que l'idée éternelle d'un Etre n'est que le plan que Dieu se forme lui-même de cet Etre, & que par conséquent le *Prévu* & le *Préétabli* ne sont qu'un? Le langage assez constant du Pere Malebranche, & les ambiguïtés perpétuelles de Leibnitz, favorisent cette méchante chicane. Je demanderois pourtant au dernier ce qu'il veut donc dire, quand il avance, *que Dieu n'a point fait Tarquin méchant, mais qu'il l'étoit de toute éternité dans la région des possibles.* Pur jargon, si c'est Dieu qui s'est formé le plan ou l'idée de Tarquin! Et pourquoi se l'est-il formé comme cela? C'est lui qui l'a fait méchant! Quant à moi, je nie très expressément que Dieu *se forme* aucun plan des Etres, à moins qu'on n'entende par là *voir & saisir l'idée de chaque Etre.* L'intelligence divine voit les idées des choses, mais ne les forme pas: bien loin de les former, elle s'y conforme en les voyant ce qu'elles sont, & non ce qu'elles ont été faites. Si Dieu, si ce Dieu de toute bonté, formoit les idées, c'est-à-dire les possibilités des Etres; ah qu'il ne s'amuseroit pas à former le plan, l'idée, la possibilité d'un Tarquin, ni même d'un Publicola; d'un Néron, ni même d'un Titus! Il ne formeroit que des possibilités de Dieux, & n'auroit pas de plus grande hâte que d'en faire des existences! Il en feroit à l'infini: il s'en feroit, non des Adorateurs, mais des Egaux; & s'estimeroit assez Dieu d'être la source de tant de bonheur! Mais les possibilités ne dépendant point de lui; & la possibilité entr'autres d'un bonheur solide n'étant pour les misérables Etres que nous sommes qu'à parvenir lentement à connoître, aimer, adorer l'Etre des Etres; voilà selon moi le fondement légitime, & le vrai but de la Religion!

Je ferre mes raisonnemens & mes preuves le plus que je puis, Messieurs; mais entraîné par l'abondance de ma matiere & par les pénétrantes Vérités que j'en vois naître, je suis contraint de m'étendre insensiblement beaucoup plus que je n'avais cru. Si je ne me flatte, j'ai démontré qu'il n'y a pas la moindre différence pour le fond entre le
Syl-



Système des Causes occasionnelles, & celui de l'Harmonie préétablie, & que, s'il y a en a dans l'expression, c'est tout au désavantage de l'Hypothèse Leibnitienne, qui est plus dure, moins conciliante, moins d'accord avec elle-même, & très souvent voisine du ridicule par le singulier contraste de la pompe de son langage avec le vuide du sens. Au reste ce que je vous dis avec ma franchise accoutumée, & sans le moindre fiel, ne diminue rien de ma haute estime pour le Génie de Leibnitz, & ne m'empêche pas de reconnoître dans sa Philosophie divers points en quoi je la tiens supérieure à celle de Malebranche; par exemple les Etres simples, & essentiellement différens les uns des autres, dont le Corps est composé. Leibnitz est le seul Philosophe qui ait eu cette idée juste de la substance corporelle: mais je lui reproche que cette idée soit si stérile entre ses mains, & de si peu d'usage pour l'union du Corps & de l'Ame. Car elle n'y sert à quoique ce soit. Dès qu'il n'y a point d'Action réciproque du Corps sur l'Ame & de l'Ame sur le Corps; dès que c'est Dieu qui a tout fait ou qui fait tout dans l'un & dans l'autre par l'Acte individuel de la Création; peu importe en vérité que le Corps soit composé d'Etres simples, comme l'enseigne de Leibnitz, ou qu'il ne le soit pas, comme l'a cru le Pere Malebranche. Mais il n'en est pas de même entre les Péripatéticiens & moi, qui croyons que l'Ame agit réellement sur le Corps, & que le Corps agit réellement sur l'Ame. En vain sommes-nous réunis de sentiment sur la réalité de l'action & sur la simplicité de l'Ame: la seule différence dans la nature du Corps en met une essentielle, immense, totale, dans la nature de l'action réciproque, telle que l'ont conçue les Péripatéticiens, ou telle que je la conçois. La différence est non seulement, comme je l'ai déjà dit, du Matériel à l'Immatériel; ce qui suffiroit seul pour constituer une Hypothèse très distincte de l'ancienne: mais la différence est bien plus grande encore. Elle est de toute la distance qu'il y a entre la Fausseté & la Vérité; ou, s'il se peut quelque chose de plus, entre une absurdité honteuse & une évidence aussi palpable que le sujet le peut permettre. Au lieu de ces infinités d'infinités de Mâles brutes, qui doivent agir tout à la fois sur l'Ame, & sur quoi l'Ame



doit agir tout à la fois, puisqu'après des infinités d'infinités de divisions & de subdivisions, ou prétend qu'il n'y a rien dans le Corps qui ne soit Masses composées d'une infinités de Masses encore composées d'une infinité d'infinités de Masses, & toujours des Masses à l'infini de l'infini: au lieu de ce ramas absurde d'infinités d'infinités d'Etres, où l'on ne voit parrotout que pluralité d'Etres, & nulle part un Être; chez moi, c'est un Etre simple, c'est-à-dire, un Etre qui n'est pas plusieurs Etres, lequel Etre agit sur d'autres Etres comme lui, & reçoit leur action comme ils reçoivent la sienne. Tous agissent les uns sur les autres comme d'individu à individu: y a-t-il rien de plus clair & de plus vrai? Qu'on me dise qu'il ne falloit pas beaucoup de génie pour en venir là; j'en conviendrai de bon coeur; mais cependant on n'y étoit point venu.

D'ailleurs où sont, Messieurs, où sont dans mon Hypothèse, ces émissions, ces transfusions d'Entités, ces qualités, ces formes, ces entéléchies, qui régnoient dans la Philosophie de l'Ecole, & qui l'ont enfin précipitée, sous les coups de Descartes, dans l'ignominie où elle est tombée? Il me reste infiniment moins, & du langage, & de l'esprit, & des principes, & des dogmes de l'Ecole Péripatéticienne, qu'il n'en reste aux Cartésiens mêmes, & surtout aux Leibnitiens. Content d'établir trois ou quatre vérités fondamentales, la simplicité de mon Ame, & la réalité de l'Action &c.; je me garde bien de me jeter dans des détails où tous les Philosophes ont échoué, & où je ne doute point que je n'échouasse comme les autres. Je me tais de ce que je ne sais point; & si mon Hypothèse a un avantage décidé, comme je le ferai voir en répondant par la suite à une objection, ce sont les limites étroites où je la tiens. Loin de moi cette démangeaison de paroître tout expliquer, en parlant de tout, en ne demeurant court sur rien, en mettant partout les mots à la place des choses: défaut qui a été souverainement celui de la Philosophie scholastique, & dont la Philosophie Leibnitienne, la Wolffienne au moins, n'a que trop hérité!

Après



Après avoir constaté par de si bonnes preuves la différence essentielle de mon Hypothèse avec l'*Influence physique*, aussi bien que la parfaite identité de l'*Harmonie préétablie* avec les *Causes occasionelles*, feroit-on d'humeur de me soutenir encore que je n'ai rien fait? Cela se pourroit bien, Messieurs, si je donnois lieu de croire que je n'ose attaquer de front la fameuse démonstration de Leibnitz. La voici dans ses propres termes.

„Figurez-vous, dit-il dans son second éclaircissement, & ailleurs*), deux Horloges ou montres qui s'accordent parfaitement. Or „cela se peut faire de trois manieres. La premiere consiste dans une „influence mutuelle: la seconde est d'y attacher un ouvrier qui les redresse à tous momens: la troisieme est de les fabriquer avec tant „d'art & de justesse, qu'on se puisse assurer de leur accord par la suite. **) Mettez maintenant l'Ame & le Corps à la place de ces deux „Pendules. La premiere maniere est la voye d'*Influence* de la Philosophie vulgaire: la seconde est l'assistance continuelle du Créateur „dans le Systeme des *Causes occasionelles*: la troisieme est l'*Harmonie préétablie*.“

Oui, Messieurs; voilà trois manieres d'expliquer l'accord de deux Pendules; il n'y a que ces trois-là, & toutes trois sont différentes. La premiere est à peine possible; on n'en a qu'un exemple, presque fortuit dans une expérience de Mr. Huygens. La seconde plus commode est ridicule; elle couvre de honte ce pauvre Descartes & ce pauvre Malebranche, avec leurs maussades patraques. La troisieme est admirable; elle élève Leibnitz jusqu'au ciel, & fait un honneur infini à sa logique, & surtout à sa bonne foi. Quand vous voudrez avoir deux Horloges parfaitement d'accord, vous ferez bien de vous en tenir à ce Systeme d'*Harmonie préétablie*, & de laisser là les *Causes occasionelles*. Pour nos Boutiques, l'un est sans contredit le meilleur, & l'autre le pire . . . Mais, si Dieu-même étoit votre Horloger, cela ne changeroit-il pas la these? Je vous le demande, Messieurs.

Cet

*) *Recueil de Pieces &c.* Tom. II. p. 397.

**) Voyez encore *R. Fr.* p. 410.



Cet Horloger-ci ne peut pas non plus agir sur son Horloge; & il ne peut pas non plus n'y pas mettre d'avance toute la justesse imaginable. Ne voilà-t-il pas les deux Systemes identifiés; les sublimes Pendules de Leibnitz réduites aux Patraques de Malebranche, ou celles-ci élevées à la sublimité des premières? L'assistance divine, sur laquelle appuye le Pere Malebranche, exclut-elle l'Harmonie parfaite que Dieu a préétablie entre le Corps & l'Ame? Et cette Harmonie préétablie, sur laquelle M. Leibnitz insiste le plus, exclut-elle l'Assistance divine, cet Acte continuel, & cependant unique & individuel, de la Création, sans quoi tout retomberoit dans le néant? A l'égard du premier cas, celui de l'*Influence*, ou plutôt de l'*Action réelle*, remarquez, je vous prie, comme l'ingénieuse comparaison de Leibnitz le présente très heureusement de façon à confondre les deux manieres dont on peut l'entendre. J'ai prouvé qu'une Action peut être, ou *physique*, ou *immatérielle*. Vraiment! comparez-moi l'Action mutuelle du Corps & de l'Ame à l'Action de deux Pendules l'une sur l'autre; cette Action ne pourra jamais être que *physique*, & l'idée d'une l'Action *immatérielle* ne viendra seulement pas à l'esprit. Mais comparez l'Action mutuelle du Corps & de l'Ame à l'Action de deux Monades, que vous supposeriez pour un moment agir l'une sur l'autre. Nous tombons dans le défaut contraire. L'idée d'une Action *physique* ne viendrait pas même à l'esprit: cette action ne pourroit être qu'*immatérielle*, comme l'Action, au moins, de la Monade créatrice sur chaque Monade créée; ou, si vous voulez du réciproque, comme l'Action de chaque personne divine sur les deux autres. Je trouve un exemple enfin, & cet exemple sent bien les Pendules de Mr. Huygens. Voulez-vous un autre exemple qui n'ait pas le défaut de présenter le *physique* à l'exclusion de l'*immatériel*, ou l'*immatériel* à l'exclusion du *physique*? Représentons la comparaison dont je me suis servi il y a trois mois, d'un Général & de son Armée. Si vous considérez que l'Action supposée réelle du Chef sur les subalternes, & des subalternes sur le Chef, se fait d'individu à individu, sans nous embarrasser de savoir comment; vous aurez quelque idée de ce que j'appelle Action *immatérielle*, & non-*physique*,

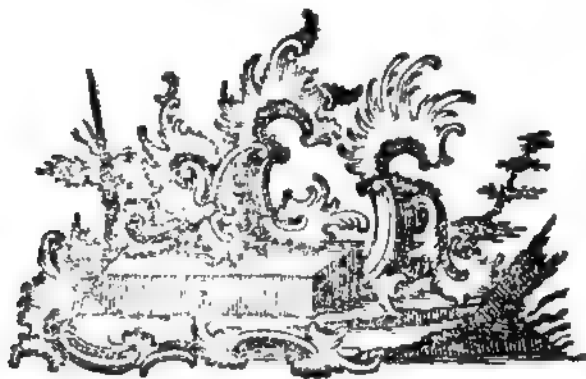


sique, quand il est question d'Êtres simples qui agissent les uns sur les autres d'individu à individu, comme le suppose ma *Psychocratie*. Au contraire, considérez-vous les actions réelles de Corps de troupes, les uns sur les autres, comme les actions de multitudes entant que multitudes? Vous avez l'idée de ce qui répond à ce que j'appelle *Action physique* entre les Corps physiques; & je dis que ce n'est pas comme cela que le Général & l'Armée, non plus que l'Ame & le Corps, agissent l'un sur l'autre. Mais supposez-vous avec les Péripatéticiens que c'est comme cela qu'ils agissent, & qu'ils ne peuvent même agir d'individu à individu, parceque l'Armée se divisant & se subdivisant, dites-vous, en Régimens, & toujours en Régimens à l'infini, on n'y trouve partant que des multitudes, & nulle part des hommes, si ce n'est le Chef? Enrichissez-vous ensuite cette singulière Armée d'une infinité de jolis petits Êtres de votre façon, d'un usage commode & merveilleux pour expliquer l'Art militaire? Mr. le Général a une vertu *ordonnatrice* qu'il communique par transfusion à toute l'Armée, laquelle en reçoit, par exemple, une forme ou une qualité *gradifique*, quand elle est en marche, & *statifique*, quand elle fait halte. Si l'on remporte la victoire, c'est que l'Armée a en elle, & qu'elle a répandu sur le Général, une Entéléchie *trionphative*. Plie-t-elle? fuit-elle? Ce sont d'autres Entités d'une autre espèce. Vous avez, Messieurs, la plus juste image de l'*Influence physique*; mais de quel front auroit on confondu cette Hypothèse avec la mienne?

Ah! si je voulais présentement pousser plus loin ma comparaison, & l'appliquer au cas de l'Action apparente, dans la supposition que ce fût un Magicien qui fût, tant dans le Général que dans l'Armée, à l'occasion l'un de l'autre, ou pour les rendre *représentatifs* l'un de l'autre; de quels nouveaux traits n'accablerais-je pas en commun les *Causés occasionnelles* & l'*Harmonie préétablie*? Il ne faut pas tout dire; c'est bien assez d'avoir réduit la fameuse démonstration de Leibnitz, tant répétée, tant retournée par ses disciples, à ne paroître plus que ce



qu'elle est; un pur Sophisme. Deux défauts de Logique, & deux défauts tout à fait contraires, dans un seul raisonnement fort court! Faire un seul cas de ce qui en est deux, & en faire deux de ce qui n'en est qu'un! Joignez à cela une injustice outrée envers Descartes & envers Malebranche. Eroit-ce bien la peine de chercher une comparaison aussi louche, & qui tire autant à conséquence? *Louche*: car quel rapport y a-t-il de deux choses aussi dissemblables que l'Âme & le Corps, à deux choses aussi semblables que deux Pendules? *Tirant à conséquence*: en cela même; & par le Mécanisme qui perce; & par le l'atalisme qui saute aux yeux, en dépit des protestations. Méprises, erreurs de toutes parts! Aveuglement inconcevable! Un mot sembleroit suffire pour en convaincre. Hélas! que de paroles sont nécessaires, Messieurs, & souvent perdues, quand c'est aux préjugés des hommes qu'on a affaire, & non pas à leur raison!





FIN DE LA PSYCHOCRATIE. *)

La seconde Objection qu'on ne manquera pas de former contre mon Hypothese, c'est l'extreme indépendance où l'on trouvera qu'elle met les Etres à l'égard de l'Action de Dieu. Mon caractère n'étant point, Messieurs, de m'envelopper dans des subterfuges, la réponse est délicate. J'aurois lieu sans doute de m'attendre à des qualifications fâcheuses, si, après en avoir essuyées pour de très minces sujets, je n'avois eu le bonheur de voir qu'on m'a rendu justice dans une maniere tout autrement importante; dans une matiere où je heurtois, d'une façon décidée, des préjugés, il est vrai, mais des préjugés très respectables: & c'est justement où je puise ma réponse. Vous concevez que je veux parler de ma *Théologie de l'Etre*, toute fondée sur le principe de l'*Assent universelle*; expression qui sembloit devoir seule exciter bien des clameurs. Elle en a excité quelques unes, mais elles n'ont été que sourdes & de peu d'effet. L'usage qu'on m'a vu faire du principe, la maniere dont je l'ai manié, les autorités dont je me suis couvert, les sentimens non-équivoques de Religion qui font l'ame de l'Ouvrage; l'Athéisme surtout, l'Athéisme, écrasé par son principe même, & l'Athée frappé malgré lui d'une terreur salutaire; voilà mes garans. Voilà ce qui m'a mis en une sorte de droit d'articuler l'*Existence nécessaire* des Etres. La foi n'en a point paru blessée. Dieu demeure toujours l'*Etre par excellence*; celui qui est. Tous les Etres, quoiqu'*existans par eux-mêmes*, n'en sont pas moins à une distance infiniment infinie de l'*Etre supreme*, & ne lui sont *coeternels* que dans un sens extrêmement impropre.

Aaa 2

Dans

*) Lû dans les-Assemblées du 10 & du 17 Novembre 1763.



Dans ce point de vue, Messieurs, on n'a point été révolté de m'entendre dire, *que quoi que ce soit de substantiel n'a passé du Néant à l'Etre, ni ne peut passer de l'Etre au Néant.* C'est ce qu'avait toujours cru l'Antiquité, même au sein de la Religion Judaïque, & c'est ce qu'on croyoit encore dans le premier Siècle au moins de l'Eglise Chrétienne, où de très habiles Théologiens, & notre illustre Secrétaire entr'autres, (que je cite ici amicalement, sil m'est permis de le dire, ou du moins en esprit de paix,) où de très habiles Théologiens pensent que le dogme d'une Création *ex nihilo* étoit *parfaitement inconnu.* Toute mon Hypothèse de l'Action réelle & réciproque des Etres, je ne le dissimule point, est tacitement fondée sur ce principe. En l'exposant & en l'expliquant, j'ai pu le taire; je ne le pourrois plus, sans choquer la sincérité, dès qu'il s'agit de répondre aux objections. Je suis prêt plutôt à tout abandonner, & je n'hésiterai point si ma solution peut faire la moindre peine. Au reste je n'ai rien de pis à ajouter, rien de pis à déduire du principe, que ce qui est déjà consigné dans vos *Mémoires*, & qui a été présenté au public sans inconvénient en deux années différentes (1755 & 1757); mais il faut que j'appuye là dessus. Ce n'est que par là que je puis non seulement répondre à l'objection, & justifier cette indépendance, *prétendue excessive*, où je mets les Etres, mais encore tourner éminemment l'objection à l'avantage de mon Hypothèse. On verra sans peine, ceci justifié, qu'elle est la seule, qui, conservant à tous les Etres subalternes la qualité d'*Agents réels*, & les tenant dans une dépendance *aussi grande qu'il est possible*, à l'égard du souverain Etre, leve une infinité de scandales. Pourquoi voudroit-on une dépendance impossible, chimérique, contradictoire, source de toutes les contradictions, source des difficultés les plus accablantes, & de mille doutes affreux, qui ne vont pas moins qu'à faire méconnoître l'aimable idée d'un Dieu?

Inconsidérés que nous sommes, à quoi tend notre faux zèle? Que gagnons-nous, & que prétendons-nous faire gagner à Dieu, en reculant les bornes des possibles pour reculer celles du pouvoir divin



vin? Croyons-nous que Dieu nous sache gré de ces Conquêtes imaginaires, dont nous voulons accroître son Empire? Ou, sous le prétexte qu'il est incompréhensible, nous imaginerons-nous le mieux connoître, quand nous aurons chargé son idée d'incompréhensibilités de notre façon? Quelles que soient les bornes des possibles, la toute-puissance est toujours la toute-puissance, dès qu'elle peut faire tout ce qui est possible. Si faire *que deux & deux deviennent cinq* est possible, la toute-puissance le peut faire: mais si cela n'est pas possible, la toute-puissance n'en sera pas moins la toute-puissance pour ne le pouvoir faire. Pareillement, Messieurs, s'il est possible qu'un Être capable d'Action *soit créé agissant réellement*, c'est-à-dire *se modifiant réellement soi-même, & modifiant réellement les autres, à l'instant qu'on donne l'existence à lui & aux autres*; ah! sans doute la toute-puissance le pourra faire, & l'on n'a garde de le contester. Mais si cela n'est pas possible? Si cela est contradictoire? Et si d'ailleurs l'Écriture n'a rien prononcé là dessus; si les passages qu'on en allègue peuvent même signifier le contraire de ce qu'on leur fait signifier, comme l'a certainement démontré feu Mr. de Beausobre le Pere: on ne porte aucune atteinte à la toute-puissance, en disant qu'elle ne peut faire ce qui est impossible.

La question n'est donc jamais, Messieurs, que du possible ou de l'impossible. Notre dépendance à l'égard de Dieu sera toujours assez grande, dès qu'elle sera *aussi grande qu'il est possible*. Or c'est de toute cette étendue que je la suppose. Je reconnois Dieu pour le Créateur & pour l'Auteur de tout bien: c'est de lui que vient l'ordre; c'est de lui que vient jusqu'au moindre rayon de lumière, jusqu'au moindre sentiment de vertu. Dieu est le seul objet digne de notre amour & de notre confiance. Il est à côté de nous, il est au milieu de nous, il veille sans cesse sur nous. Sa Providence nous mène à des biens certains par des épreuves indispensables. J'aime dans cette idée, j'aime dans cette persuasion, à le connoître aussi pour l'Auteur, au moins indirect, de tout le mal qui m'arrive; je ne revendique que



le mal que je fais moi-même. Je bénis sa main dans mes maux & dans mes traverses, où j'ai souvent trouvé, par cela seul, (& qui de nous n'est pas dans le cas ?) mille fois plus de douceur, que dans les vains succès, les propriétés passagères, & les faux plaisirs de la vie. Je ne revendique encore un coup que mes mauvaises actions & mes mauvaises inclinations. Et quant à l'existence nécessaire du fond de l'Etre, qu'y a-t-il là de précieux pour des Etres, qui d'eux-mêmes n'ont le bonheur qu'en possibilité, & la misère en réalité ? L'existence, notre fatale existence, sans Dieu, ne seroit, selon moi, qu'un sujet de désespoir ; & je tiens qu'il a fait infiniment plus pour nous que de nous faire passer du Néant à l'Etre. Je tiens qu'il a déployé infiniment de puissance, de sagesse, de bonté ; de bonté surtout ! Car, avec une puissance qui n'auroit rien à vaincre, avec une sagesse indépendante des moyens, que seroit-ce qu'une bonté qui s'arrêteroit à l'infini-tieme partie des biens possibles ? On est forcé pourtant de convenir, dans le Systeme ordinaire, que Dieu ne deploye, sur tout ce qu'il y a d'Etres, qu'une infinitieme partie de sa puissance, c'est-à-dire, de ce qu'il peut faire ; de sa sagesse, c'est-à-dire, de ce qu'il voit possible ; & de sa bonté, c'est-à-dire de ce qu'il pourroit vouloir ; si cela se peut appeller bonté ! Selon moi, Dieu absorbe à chaque instant, sur chacun de nous, toute la possibilité de ce dont cet instant est susceptible. Il est donc infiniment plus notre Créateur dans mon Hypothese, que dans l'Hypothese ordinaire de la création. Avec cela, nous demeurons agens, *agens réels*, tant sur nous-mêmes, que les uns à l'égard des autres ; & au milieu de toutes nos actions *très réelles*, Dieu fait tout ce qui est à faire, par la raison qu'il ne fait pas tout.

Je vais tâcher de mettre ces Vérités dans le jour qui leur convient. Pour y mieux réussir, Messieurs, ayant déjà tant fait que d'insérer dans cet ouvrage les six premières sections de ma *Théologie de l'Etre*, accompagnées de réflexions & d'éclaircissimens, vous me permettrez d'en faire autant de la septieme, & de quelques traits de la suivante. C'est aimer beaucoup à se répéter, dira-t-on, mais quoi ?



quoi? quand une vérité, ou la preuve d'une vérité essentielle, doit être bien présente à l'esprit de ceux à qui l'on parle, doit-on craindre de se répéter? Quand on s'est une fois exprimé aussi bien qu'on en est capable, & qu'on sent que le sujet ne peut que perdre sous de nouveaux tours, ne seroit-ce pas une fausse délicatesse que de craindre de se répéter? Et ce n'est point se citer soi-même, puisqu'on n'attache pas à ses paroles, la seconde ou la troisième fois, plus d'autorité que celle du vrai, & de ses véritables expressions. Dans un Ouvrage d'esprit, dans une Pièce d'éloquence, dans un Poëme, ayons de pareils scrupules: ici ne pensons, je vous en conjure, qu'aux grands objets qui nous occupent.

Le Morceau dont je vous parle, Messieurs, tranche précisément l'endroit, où, traitant du Corps & de l'Ame, il sembloit que mon Hypothèse de la *Psychocrotie* alloit se produire; il ne manquoit que d'articuler le mot, comme vous avez vu. Ce Morceau a pour titre de la *Cause créatrice*. Vous allez sentir la liaison de mes idées. Le voici.

„Elevons-nous à des considérations plus importantes.

„Cet Empire dont je jouis, & cette dépendance où je me trouve dans mon Empire, & par cet Empire là-même, me porte à demander d'où me vient cet Empire, & cette dépendance; & plus généralement encore, *d'où je suis?*

„Je suis: mais ai-je toujours été, & serai-je toujours?

„L'idée de commencement & de cessation d'Etre me vient par l'expérience journalière d'une infinité d'Etres composés que je vois se former & se détruire, & par celle des modifications qui se manifestent en moi & qui disparaissent bientôt après. Mais je ne trouve en tout cela l'idée du commencement & de la cessation d'aucun Etre véritable.

„Des Sociétés de plusieurs Etres, & les modifications d'un même Etre, ne sont point des Etres proprement dits.

„Je



„Je ne conçois dans le premier cas que des Sociétés qui se forment ou qui se détruisent ; mais je ne vois le commencement ni la fin d'aucun des individus qui les composent.

„Je n'éprouve dans le second que les variations de mon Etre ; mais je n'ai point encore éprouvé sa fin, & je ne me souviens point de son commencement.

„Ma mémoire ne me rappelle, il est vrai, qu'une durée très courte, mais elle ne me rappelle pas même la millièame partie de la durée dont je suis certain. D'ailleurs je puis avoir existé longtems, privé de sentiment & de pensée. Je puis même avoir passé, (je dis moi qui pense, moi Etre simple, & non cette Union accidentelle de moi qui pense & d'une multitude d'Etres à moi subordonnés ;) je puis avoir passé successivement par une infinité d'alternatives d'états de sensibilité & d'états d'insensibilité, sans en avoir le moindre souvenir.

„Voyons ce que m'apprend la réflexion.

„D'abord je suis très convaincu, que si j'ai toujours été je serai toujours, & que si je n'ai pas toujours été, je pourrai bien n'être pas toujours.

„Si je dois finir, vû que je suis un Etre simple, cela ne peut arriver par dissolution, mais par ce qu'on appelle *Annihilation* ; & si j'ai commencé, cela n'a pû arriver par composition mais par une véritable *Création*.

„La *Création* seroit le passage du Non-Etre absolu à l'Etre.

„L'*Annihilation* seroit le passage de l'Etre au Non-Etre absolu.

„Plus j'y pense, moins je conçois la possibilité de l'une ou de l'autre, parceque je n'en ai point d'expérience. Mais, si je n'avois l'expérience des changemens qui s'exécutent continuellement en moi & hors de moi, je n'en concevrais pas mieux la possibilité ; ils ont quelque chose d'aussi étrange, & j'en suis réduit à savoir que je change sans comprendre comment je change.

„De



„De ce que je ne comprends point que j'aye commencé à être,
„ce n'est donc point une raison de nier que j'aye commencé à être.

„D'un autre côté, de ce que je n'ai point de raison de le nier, ce
„n'en est pas une de l'affirmer, à moins qu'il ne s'en présente des preuves.

Je m'arrête ici. Une réflexion, je vous prie, Messieurs. Remarquez que ce n'est point l'incompréhensibilité de la création en foi qui m'embarasse. Cela ne m'a jamais causé le moindre doute, ni fait la moindre peine: je suis convaincu que le mouvement d'un Atome, le plus léger changement de modification d'un Etre, ne sont pas moins incompréhensibles que la création même, prise dans le sens le plus rigoureux. Jamais le principe des Anciens, *Gigni de nihilo nihil*, ne m'a paru une proposition qu'on pût admettre sans preuves. Bien loin de la trouver claire par elle-même, j'ai toujours reconnu qu'elle étoit d'une pénible discussion, indépendamment même des préjugés pour ou contre qui se rencontrent sur le chemin. J'applaudis de tout mon coeur à une pensée de l'excellent Auteur de l'*Histoire du Manichéisme* *). Mr. de Beausobre change cette Proposition, *Rien ne se fait de rien*, en celle-ci qui est équivalente, *il est impossible à la Toute-puissance de faire quelque chose de rien*; & il demande si l'on oseroit dire que cette proposition est aussi évidente que celle-ci: *Un & un font deux*, & s'il est également visible que le contraire implique contradiction? Je vais plus loin que Mr. de Beausobre: je dis que le prétendu Axiome est très douteux, & que je ne vois encore aucune impossibilité, comme aucune possibilité, à ce que Dieu créât des Etres purement passifs, pourvu qu'il les fit heureux, si c'étoient des Etres sensibles qui pussent l'être. Mais c'est dans la création d'*Agens*, & d'*Agens malheureux & criminels*, qu'est la contradiction; & je ne crains point de dire, que cette contradiction seroit aussi visible que celle d'*Un & un font trois*, si des préjugés puissans ne la couvroient de nuages.

O que

*) Tom. II. p. 221.



O! que deviennent donc par conséquent tous les lieux-communs, toutes les déclamations d'Auteurs souvent bien respectables? Celle-ci, par exemple, que le bon Pere Malebranche met dans la bouche du Verbe, dans une de ces conversations familiares qu'ils ont ensemble *)? „Que *les Philosophes sont stupides & ridicules!* Ils s'imaginent que la création est impossible, *parce qu'ils ne conçoivent pas* que la puissance de Dieu *soit assez grande* pour faire de rien quelque chose!“ Ne devoit-on pas, Messieurs, être un peu plus circonspect à faire parler la Sagesse divine, & à lui faire juger les hommes? Premièrement, le Verbe fait ici bien de l'honneur à tous les Philosophes, qui ne sont pas tous à beaucoup près dans le cas. En second lieu, les Philosophes dont il s'agit, ne disent pas que la création est impossible, parce que la Puissance de Dieu *n'est pas assez grande*. Ce seroit une expression impertinente, qu'il est injuste de leur mettre dans la bouche. Ils disent, avec Malebranche-même, Leibnitz, & tout le monde d'accord aujourd'hui là dessus, que la toute-puissance ne peut pas faire ce qui est impossible. Or ils déclarent, non qu'ils ne conçoivent pas que la création absolue soit possible, mais qu'ils conçoivent très distinctement qu'elle est impossible, parce que la qualité de *Créatures* implique avec celle d'*Agens criminels & malheureux*. Enfin, si le Verbe eût dit au Pere Malebranche: „Que les Philosophes sont stupides & ridicules! (& vous en particulier, mon Fils!) Ils s'imaginent qu'un quarré rond est impossible, parce qu'ils ne conçoivent pas que la puissance de Dieu soit assez grande pour en tracer un géométriquement!“ Le Pere Malebranche eût cru n'avoir pas bien entendu la réponse du Verbe, comme il nous avertit dans sa Préface qu'il craint que cela ne lui soit arrivé souvent. Et si c'étoit le grand Descartes, qui eût feint des conversations avec le Verbe, lui Descartes qui soutenoit, ou faisoit semblant de soutenir, que Dieu eût pû faire *que deux & deux ne fussent pas quatre?* le Pere Malebranche, en disciple éclairé qui sait relever son Maître, n'eût pas manqué de dire, qu'il y avoit bien de la témérité à mettre ses propres pensées, ses raisonnemens, ses opi-

*) *Conversations chrétiennes*, p. 181.



opinions & les erreurs, dans la bouche de Dieu; qu'il y avoit beaucoup de mal-adresse à se faire instruire par la Sagesse divine, pour ne faire au bout du compte que lui prêter ce qu'on croit savoir & ce qu'on ne fait point; mais surtout, Messieurs, qu'insulter tous les Philosophes par la bouche de Dieu, & les accuser faussement de donner atteinte à sa puissance, tandis qu'on compromet effectivement la sagesse, jusqu'à lui faire dire des impertinences, est tout au moins un travers bien singulier. Mais n'insultons point nous autres à cette lourde chûte du Pere Malebranche: il n'y a personne qui, en s'échauffant contre de prétendus impies, ne tombe dans de pareils travers; & sans s'être fort échauffé, notre grand Leibnitz a dit de sang froid pis que cela sur cette matiere. Nous le verrons dans peu: reprenons le fil de ma septieme Section.

„Je vois des gens qui tiennent pour bonnes preuves, qu'un
„Etre *simple* vient de rien, & que par lui-même il ne seroit rien, les
„changemens-mêmes de cet Etre, les variations, en un mot ce
„qu'on appelle la *Contingence*: c'est une raison que j'avoue que je ne
„puis sentir.

„Car, ou la cause qui m'aura donné l'Etre, change; ou elle
„ne change point. Si elle change, elle aura dû comme moi, venir
„de rien, & ainsi à l'infini. Si elle ne change point, comment me
„donne-t-elle l'Etre sans changer? Comment est-elle la même, quand
„elle veut me donner, & quand elle ne veut pas encore me donner
„l'Etre? Le passage du non-vouloir au vouloir n'est-il pas un changement en elle? Ou veut-elle & ne veut-elle pas tout à la fois, sans passage, sans succession? Incompréhensibilité pour expliquer une incompréhensibilité!

„Si donc il y a une cause créatrice, je ne puis la concevoir,
„d'une part que comme *incrée*, & de l'autre cependant, comme *suscep-*
„tible d'une sorte de *variation*: variation, quand c'est moi qu'elle crée,
„ou quand c'est un autre; variation, quand elle me crée, ou qu'elle
„ne me crée pas encore. Ainsi la variation n'est preuve par elle-même



„me que d'une contingence modale, & non d'une contingence du
„fond de l'Être.

„Eh bien ! ce ne sera point la variation par elle-même, mais
„la variation jointe à l'imperfection, qui sera preuve de la contingence
„essentielle, ou substantielle, des Êtres : autre raison que j'ai encore
„le malheur de ne point sentir.

„Un Être est imparfait, sujet à la misère ; misérable même :
„donc c'est, dit-on, un Être tout parfait & très bon, qui l'a créé ;
„c'est-à-dire, qui l'a fait passer de l'apathie du néant à ce dangereux
„état. La conséquence ne me paroît rien moins qu'invincible en soi.
„Il faut que la chose soit soutenue par d'autres preuves.

„L'imperfection d'être sujet au mal, ajoute-t-on, doit être
„jointe à l'imperfection de n'exister point par soi-même. Faux prin-
„cipe qui se renverse par plusieurs raisons !

„En premier lieu, il semble que l'on suppose tacitement, qu'u-
„ne imperfection doit être jointe à telle autre imperfection que ce soit ;
„ce qui n'est pas vrai.

„En second lieu, l'on suppose très effectivement, que ces pa-
„roles, *l'imperfection de n'exister point, ou de n'exister point par soi-*
„*même*, expriment une imperfection possible ; ce qu'on ne prouve
„point, & ce que je désie de prouver.

„En troisième lieu, je doute qu'exister, fût-ce par soi-même,
„soit une perfection. Essentiellement heureux, oui. Essentiellement
„malheureux, non. Balotté entre le bonheur & le malheur, je n'en
„fais rien.

„En quatrième lieu, à supposer qu'exister, & exister par soi-
„même soit une perfection ; est-ce que la possibilité, ou la non-ré-
„pugnance des attributs n'est pas une perfection ? Cependant elle ap-
„partient en propre à l'Être, même borné, même imparfait, sans
„qu'aucune cause l'en gratifie.

„En



„En cinquieme lieu, puisque l'on convient que les essences des
„Etres n'ont point besoin de cause, je voudrois qu'on me fît enten-
„dre pourquoi les existences en ont besoin, des existences imparfai-
„tes, d'une cause toute parfaite; des existences misérables, d'une
„cause pleine de bonté!

„En sixieme lieu, la perfection morale de se déterminer au
„bien est sans comparaison plus grande que la perfection vague & mé-
„taphysique d'une existence aussi imparfaite que la mienne. Cepen-
„dant ma conscience me dit que j'atteins quelquefois la premiere;
„qu'un autre ne fait pas tout en moi. Quelle impossibilité y auroit-il
„que j'eusse la seconde? la seconde, qui est beaucoup moindre?“

Vous ne trouverez, Messieurs, aucune contradiction, je l'es-
pere, entre *cette légère prétention à des actes vertueux*, & ce que j'ai
déclaré ci-dessus, *que je ne revendiquois que mes mauvaises actions*;
que le moindre sentiment de Vertu vient de Dieu. On sent dans quel
esprit ces choses sont dites.

„Enfin, en septieme & dernier lieu, une chose m'effraye dans
„la supposition d'une cause créatrice. *Un pouvoir qui n'est point subor-
„donné à des moyens!*

„Qui de rien peut faire quelque chose, pourroit de quelque
„chose faire un Etre heureux, sans le secours d'aucun moyen.

„Qui de rien peut faire quelque chose, pourroit de ce même
„rien faire quelque chose d'incomparablement plus parfait; ne fût-ce
„qu'au point de perfection où tout Etre seroit content.

„La cause créatrice n'est assujétie à aucun moyen. Rien ne la
„gêne; & elle ne nous fait que ce que nous sommes.

„Ce qu'il y a de plus accablant, les essences-mêmes se prê-
„tent à elle. Par mon essence, à moi appartenante, & qui ne doit
„rien à la premiere cause, je suis susceptible de cent mille millions de
„degrés de béatitude, & ainsi à l'infini: & la premiere cause ne fait de
„moi que ce qu'elle a fait!



„N'étant encore un coup *assujettie à aucun moyen*, qu'est-ce „qui l'arrête? . . .

Toute la Section se termine à ce sentiment, à cette exclamation douloureuse, qui me mène à examiner dans la suivante *l'idée de Dieu*.

„Y auroit-il donc en vous, ô mon Dieu, un défaut de bon- „ne volonté?“

Hé non, Messieurs! mais c'est que nous avons de sa toute-puissance une très fausse idée. Nous l'étendons au delà des possibles: créateurs nous-mêmes, nous créons en sa faveur des régions infinies de possibles. Et, en vérité, notre désintéressement est grand: car nous n'en sommes pas mieux de joindre une pareille puissance à la toute-bonté; elle n'en fait aucun usage, & cela dépose contre nos chimères. Approfondissons donc d'avantage cet important point de vue.

Par notre essence, vous dis-je, à nous appartenante, *Et qui ne doit rien à la première cause*, chacun de nous, Messieurs, & des infinités d'infinités d'Êtres comme nous, chacun de nous est susceptible des plus hauts degrés de béatitude à l'infini. Mais, ainsi que je l'ai remarqué dès le commencement de cette lecture, nous n'avons de nous-mêmes le bonheur qu'en possibilité: en réalité, c'est, ou le néant, ou la misère; le néant, selon ceux qui admettent la création absolue; la misère, selon moi, qui ne crois Dieu Créateur que de l'ordre, & du bien qui en résulte. Le béatitude n'est donc de notre fond, dans l'une & dans l'autre Hypothèse, qu'en possibilité, & rien de plus. Il faut la toute-puissance, la toute-sagesse, & la toute-bonté, c'est-à-dire, qu'il ne faut pas moins que Dieu tout entier, pour nous y conduire. Dieu s'y refuse-t-il? Non, dans mon Système, propre à remplir le coeur d'autant de consolation que d'amour. Dieu déploie, sur chacun de nous, à chaque instant, tout ce que l'essence d'Agens réels présente de possible à la toute-puissance, à la toute sagesse, & à la toute-bonté, pour l'instant où nous sommes. Quelle plainte, quel reproche pourrions-nous lui faire? En sommes-nous mieux depuis une éternité, dira-t-on? Sans doute nous sommes mieux: nous sommes

mes

mes avancés vers le bonheur par des degrés lents, mais aussi rapides qu'il étoit possible, & qui peuvent de jour en jour devenir plus rapides dans des progressions inassignables; si nous rétrogradons, c'est notre faute. Mais quand nous ne ferions pas mieux; & fussions-nous même éternellement misérables, n'est ce rien que de n'avoir pas ces motifs d'une haine exécration contre Dieu? *Nous ne lui demandions pas l'existence, & il nous l'a donné! Il ne tenoit qu'à lui de nous la donner sans risque, & il nous l'a donnée avec la pleine connoissance du sort qui nous attendoit? Il auroit pu nous créer dans la modification du bonheur, & nous y maintenir; & il ne l'a pas voulu! La toute-puissance, assez grande pour créer, n'étoit-elle pas assez grande pour une chose aussi facile? La toute-bonté, qui agit de la sorte envers plusieurs, n'étoit-elle pas la toute-bonté pour agir de même envers tous?*

Non non, encore une fois, Messieurs: la justice & la bonté de Dieu, selon moi, ne laissent pas à des criminels de si justes sujets de plaintes dans leur désespoir. Mon Hypothèse fait disparaître jusqu'à la moindre trace de ces scandales. Mais que l'Hypothèse contraire est désolante; & qu'elle a réduit à d'étranges extrémités les plus grands Génies que nous connoissons! Qu'on demande à Descartes, à Pascal, à Nicole, au Docteur Arnaud, au Docteur Clarke, au Pere Malebranche, à Locke, à Neuton, à notre grand Leibnitz enfin; (c'est lui qui va nous répondre dans un instant;) demandez-leur pourquoi Dieu n'a pas fait de chacun de nous, & de tout ce qu'il y a d'Êtres intelligens possibles, autant de Chérubins fixés à l'état de béatitude? Tous croient qu'il n'a tenu qu'à Dieu de le vouloir; l'effort alloit suivre; & même Locke y ajoute encore libéralement tout ce qu'il y a d'Atomes matériels, dont il penche fort à croire que Dieu pourroit faire autant d'intelligences du premier ordre. Pourquoi donc Dieu ne l'a-t-il pas fait? C'est qu'il ne l'a pas voulu. Et pourquoi sa toute-saineté & sa toute-bonté ne l'ont-elles pas voulu? Les uns, pour toute réponse, vous demandent à leur tour; pourquoi Dieu n'a pas fait autant de Démons, que vous prétendez lui faire faire de Chérubins?



bins? Ils vous soutiennent que Dieu le pouvoir, sans déroger aucunement à ses perfections; & que les Créatures sont encore bien en reste avec sa toute-bonté, de ce que ce n'est pas là ce qu'elle a voulu faire. Les autres vous disent que toutes les perfections divines veulent être satisfaites, que la justice veut des malheureux, & qu'il ne paroît pas qu'elle soit aussi facile à contenter sur son partage, que la bonté. D'autres, plus humains, vous disent que Dieu n'a proprement en vue que de faire des bienheureux; mais que l'espèce coûte, & qu'on ne peut l'acheter trop cher: il entre dans les ingrédients du bonheur la perspective d'une infinité de crimes & de misères, & ils ont calculé que pour chaque bienheureux du Paradis il faut quelques millions d'Energumènes dans le lieu voisin. D'autres encore vous disent que Dieu dans ses oeuvres se propose surtout la simplicité, & les voyes les plus générales, celles où il y a le moins d'exceptions. Or ils se persuadent fort bizarrement, qu'il seroit moins simple à Dieu, que ce seroit quelque chose de moins général, & où il y auroit plus d'exceptions, de ne créer que des Anges, d'avoir fait de chacun de nous des Anges, des Esprits heureux par la contemplation de Dieu, que de fabriquer le Monde que nous voyons. Tâchez de concevoir cela, si vous pouvez; c'est l'opinion du Pere Malebranche. Les derniers enfin, après avoir essayé de toutes ces raisons, & les avoir assez goûtées, si ce n'est peut-être la première, croient trouver le vrai noeud de l'affaire. La découverte est sublime. C'est que l'Etre tout-parfait aime souverainement la Diversité; l'Uniformité lui déplaît, fût-ce l'Uniformité de vertu, l'Uniformité de raison, & bien plus par conséquent l'Uniformité de bonheur dans ses Créatures. Sa sagesse en seroit blessée: un Dieu qui ne mettroit que cela dans son Monde! C'est un Midas qui ne fait que de l'or.

Que dites-vous, Messieurs, du style de ces dernières phrases? Je n'en suis pas en peine: sachez que c'est votre Leibniz qui vous parle, & que je l'adoucis beaucoup. Il faut l'écouter lui-même. C'est dans sa *Théodice* §. 124: il veut répondre à cette objection de Bayle.



Baile: *Le plus grand amour qu'un Prince puisse témoigner pour la vertu, est de faire, s'il se peut, qu'elle soit toujours pratiquée sans aucun mélange de vice. S'il lui est aisé de procurer à ses sujets cet avantage, & que néanmoins il permette au vice de lever la tête, sauf à le punir enfin après l'avoir toléré longtems; son affection pour la vertu n'est pas la plus grande qu'on puisse concevoir; elle n'est donc pas infinie.* Mr. de Leibnitz commence par dire, d'un ton de mauvaise humeur, qu'il se lisse de répondre toujours aux mêmes choses. Ensuite il refait la réponse banale qu'il a déjà faite, que, *puisque Dieu a permis le Vice, il faut bien que ce soit le mieux.* Cette réponse, qui suppose que Dieu pouvoit ne pas permettre le vice, est bonne contre Bayle, lequel ne s'embarassant de rien, & ne cherchant qu'à tout brouiller, convient de tout avec tout le monde, fait l'Orthodoxe rigoureux, appuie tous les dogmes, & ne cherche au bout du compte qu'à les mettre aux prises ensemble. Vis-à-vis de moi cette réponse ne vaudroit rien, mais ce n'est pas ce dont il s'agit. Le génie de Leibnitz s'évertue pourtant enfin, &, malgré la lassitude, veut donner une réponse plus précise. Or la voici. „L'affection de Dieu pour quelque chose créée que ce soit „est proportionnée au prix de la chose. La vertu est la plus noble qualité des choses créées, mais ce n'est pas la seule bonne qualité des Créatures, il y en a une infinité d'autres qui attirent l'inclination de Dieu. „De toutes ces inclinations résulte le plus de bien qu'il se peut; & il se „trouve que, s'il n'y avoit que vertu, s'il n'y avoit que Créatures raisonnables, il y auroit moins de bien. Midas se trouva moins riche, „quand il n'eut que de l'or. Outre que la sagesse doit varier. Multiplier uniquement la même chose, quelque noble qu'elle puisse être, ce „seroit une superfluité, ce seroit une pauvreté. Avoir mille Virgiles „bien reliés dans la Bibliothèque, chanter toujours les airs de l'Opéra „de Cadmus & d'Hermione, casser toutes les porcelaines pour n'avoir que des Tasses d'or, n'avoir que des boutons de diamant, ne „manger que des perdrix, ne boire que du vin de Hongrie ou de „Schiras; appelleroit-on cela raison?”



Au nom de Dieu, Messieurs! . . . Oui, je l'avoue; à se sentir sur un Descartes, un Malebranche, un Leibnitz, des avantages aussi décidés, que ceux que j'ai dans cette controverse, il n'est pas possible qu'il ne s'élève dans le coeur des mouvemens de présomption. Mais, lorsque rentrant en soi-même, on reconnoit sincèrement, & sans fausse modestie, la supériorité prodigieuse de ces grands hommes, on ne peut que demeurer convaincu, qu'apparemment on a le bonheur d'avoir quelques préjugés de moins, & de tenir entre ses mains une cause triomphante. Qu'on est fort avec la Vérité! & qu'on est foible, avec tout le talent possible, quand ce n'est qu'une erreur & une contradiction palpable que l'on défend! Vous le voyez dans un génie tel que Leibnitz. Y a-t-il misère au dessous de l'indigne réponse que vous venez d'entendre? Quoi? ce seroit la même chose à Dieu, de ne voir que des heureux autour de lui, en lui & par lui, qu'à un gourmet de ne boire que des mêmes vins; à un Apicius de ne manger que des mêmes viandes; à un Tigellius de ne fredonner que les mêmes airs; à un Donat de n'avoir que des Virgiles dans sa bibliothèque; ou à un Midas de ne faire que de l'or? Mais, quelque fois insatiable qu'un Midas eût de l'or, il avoit d'autres besoins, & le sentit bien. La toute-bonté a-t-elle d'autre fois & d'autre besoins que de faire des heureux? Un homme fou de Virgile, comme Me. Dacier l'étoit d'Homere, ne trouveroit pourtant pas plus de délices à en avoir un millier qui feroient toute sa bibliothèque, qu'à en avoir une douzaine, ou une vintaine, répandus dans ses appartemens & dans ses différens habits pour la commodité. Mais l'infinie bonté ne seroit-elle pas plus satisfaite, si d'un mot elle avoit changé chaque Monade d'un univers sans bornes en une Intelligence unie à Dieu, occupée de Dieu, brûlante d'amour & de reconnoissance dans le sein de Dieu? *Cela s'appellerait-il raison*, dit Mr. de Leibnitz? C'est-à-dire que, selon lui, *cela s'appellerait Folie*? Manie de faire des Êtres vertueux! Hé si! toujours de la vertu! *La sagesse doit varier*. La vertu est fort bonne; mais il y a une infinité de qualités dans les Créatures, qui attirent l'inclination de Dieu. C'est beaucoup, Messieurs, qu'une infinité! Nous attendons-

nous



nous à tant de richesses? Quelle *pauvreté*, si nous n'avions que de la vertu, & les qualités qui subsistent avec la vertu? Quelle perte que celles qui sont si bien incompatibles avec la vertu, & si précieuses cependant, qu'il faut sacrifier l'existence d'une infinité d'Êtres vertueux, y substituer celle d'une infinité d'Êtres bruts ou méchans, pour ne pas *appauvrir* le meilleur des Mondes? *La sagesse doit varier!* Admirez la fécondité de ce Principe. C'est-à-dire qu'il faut que toutes les especes & que toutes leurs nuances existent, pour plaire à la sagesse divine. Mais les especes les plus vicieuses sont justement celles qui sont en plus grand nombre, & qui abondent le plus, comme nous voyons qu'il n'y a qu'un Triangle équilatéral, une infinité d'Isosceles, & une infinité d'infinités de Scalenes; un quarré, une infinité de Parallélogrammes, & une infinité d'infinités de Quadrilateres; un Cercle, une infinité d'Ellipses, & une infinité de Courbes barroques; &c. Voilà donc la porte ouverte à des infinités d'infinités de maux pour le moindre bien; en voilà la source consolante dans la prédilection de la Sagesse divine pour la *Variété*, à qui elle n'hésite point de sacrifier jusqu'à la vertu-même. Nous voyons aussi, que c'est avec peu de bonne foi, que Leibnitz parle en cent endroits de sa *Théodicée* de la quantité du mal qui est dans le Monde. Il a là dessus des expressions & un sang froid qui impatientent; *une bagatelle, un inconvénient, un vice léger*. Quelquefois même, à l'entendre, il semble qu'il n'y ait de maux que *sur cette petite terre, dans ce petit coin*, & que tout ne soit que Félicité, Vertu, Raison, dans les grands Espaces qui nous environnent: ce qui n'en seroit pas faire l'éloge; nous serions le morceau brillant de l'univers à ce compte, & l'objet des complaisances de la Sagesse. *La sagesse doit varier!* C'est donc à dire que la sagesse doit prendre plaisir à voir réaliser les Sardanapales & les Nérons, & toutes les nuances des crimes. La justice en prend ensuite à torturer les criminels; ce qui fait encore spectacle. Enfin la pauvre vertu, spectacle assez uni, se trouve aussi là à titre de variété. J'aurois cru, pour moi, que la sagesse ou la toute-science très satisfaite de voir en possibilité tant d'horreurs qui menacent les Êtres, le seroit encore plus



de n'en réaliser aucune. J'aurois cru qu'en remplissant de la vertu des Anges les ames des Nérons-mêmes & des Sardanapales, la justice divine trouveroit des exercices assez doux, pour ne se pas plaindre de demeurer oisive. Et quant à l'infinie bonté, à la route-bonté, qui n'a garde de tolérer le crime, puisque le crime ne subsiste qu'au milieu des maux; à l'égard, dis-je, de la route-bonté, par laquelle seule Dieu est adorable, j'aurois cru que tout lui étoit subordonné dans un Dieu, Messieurs, dont le nom est AMOUR.

Ces idées sont belles & ravissantes: au contraire celles de Leibnitz, de Malebranche, de Descartes, & des autres, sont affreuses & désespérantes. Mais, me crie-t-on sans cesse, le fait est pour eux, & contre vous; le fait vous condamne, tout au moins de témérité.

Qu'entendez-vous par le fait, Messieurs? Le fait est que nous sommes très éloignés de la sainteté & du bonheur des Anges. Le fait est que la Terre regorge de crimes & de maux, & qu'il est à parier qu'il en va de même, ou fort à peu près, des autres Planetes dans ces espaces immenses qui nous environnent. Telle est la nature des choses, qu'effectivement il regne une variété malheureuse, qui fait que tous les degrés, ou ont existé, ou existent, & que par conséquent le mal surabonde, au moins des tems infinis. Mais le fait est-il que la Sagesse divine se complaise dans cette variété si peu analogue à la vertu; dans cette nature méchante & vicieuse? Le fait est-il que ce soit la Sagesse divine qui ait rendu cette nature réelle, tandis que l'on convient que ce n'est point elle qui l'a rendu possible? Le fait, le fait est-il que la sagesse ait craint de *s'appauvrir* par une ennuyeuse uniformité; qu'elle ait craint d'agir en *Midas* en changeant tous les Etres de cette Nature, jusqu'aux Nérons-mêmes & aux Sardanapales, en des Etres saints & vertueux? Ou plutôt, le fait n'est-il pas que la Sagesse tend à cette bienheureuse uniformité, en nous ordonnant à tous, *de nous rendre parfaits, comme notre Pere céleste qui est parfait*? Leibnitz oseroit-il dire que la sagesse sait bien que nous n'en ferons rien, & que nous ne lui ôterons pas les plaisirs de la Variété? C'est l'effroyable conséquence de son principe.

En



En voici une autre qui ne vaut pas mieux. Comment Leibniz entend-il que la Sagesse divine s'appauvrirait en ne donnant l'être qu'à des Créatures vertueuses & raisonnables? On peut l'entendre de deux manieres. L'une qui est celle que nous avons supposée jusqu'à présent; savoir que Dieu fît en effet des Anges de tous tant que nous sommes, en sorte qu'il y eût dans le monde le même nombre d'Êtres & les mêmes Êtres, élevés à la dignité d'Anges: mais la variété si chère à la Sagesse divine seroit perdue; *ce seroit une pauvreté*, une misère, selon Leibnitz. L'autre maniere est de dire, qu'il n'y auroit presque point d'Êtres dans le monde, s'il n'y en avoit que de vertueux & de raisonnables, parce que Dieu seroit obligé de ne point créer les autres, vû qu'il est impossible à sa toute-puissance même *d'en faire d'autres Êtres que ce qu'ils sont*. Sans exclure la premiere maniere, fondée sur l'antipathie essentielle de la Sagesse pour toute uniformité, même de vertu & de raison, on voit, par la suite de la *Théodicée*, que c'est de cette dernière façon que Leibnitz a dû l'entendre. Cette façon sembleroit d'abord moins absurde si elle excluait l'autre; mais elle ne l'exclut point, & de plus examinons la bien; nous trouverons qu'elle n'est pas moins absurde.

Après bien des tours & des détours, & bien des raisonnemens étranges, pour expliquer pourquoi nous n'avons pas tous été créés saints & vertueux, ou en vient donc à dire *que la toute-puissance ne l'a pas pu*. Que n'en venoit-on là tout de suite? Mais Leibnitz y vient, Messieurs, par une raison bien différente de la mienne. Il croit qu'il est absolument impossible à la toute-puissance de nous faire autres que nous ne sommes; & moi, je crois qu'il lui est seulement impossible de le faire d'un mot, ou d'un acte de volonté, parce qu'il y faut du tems & des moyens. La véritable raison, selon Leibnitz, pourquoi Dieu ne nous a pas tous fait des Anges, c'est que ce ne seroit plus nous, si c'étoient des Anges; comme ce ne seroit plus Sextus Tarquin, mais un autre Être d'un autre Monde, si Sextus Tarquin eût évité de retourner à Rome, de peur dy commettre le crime dont l'Oracle l'avertissoit. C'est bien là ce qui s'appelle montrer la



corde, & convenir, malgré qu'on en ait, de ce Fatalisme qu'on s'efforce de pallier. Quoi! Dieu lui-même ne peut pas changer la suite des modifications d'un Etre, sous en faire un autre Etre d'un autre Monde, c'est-à-dire, sans anéantir ce Monde & en faire un autre! Et vous nous prêchez de redresser nos voyes, & de nous élever à la stature de Christ! La plaisanterie est bonne! Vous prêchez aux triangles scalenes de se redresser, & de se rendre au moins isosceles; s'ils ne peuvent atteindre à la perfection de l'équilatéral. Vous prêchez à une série de changer la suite de ses termes; & si elle la change, vous lui soutenez que ce n'est plus elle, que c'en est une autre. Je fais ce que répond à cela l'Ecole Leibnitienne. Chaque série a sa loi: la loi de l'une est de parler, celle des autres est d'aller leur train; c'est le ton harmonique de l'Univers.

O que je suis loin d'un pareil système! Je crois que chacune de nos Ames, Etre simple, est susceptible, non seulement d'une infinité de modifications différentes qui se succèdent à l'infini, mais encore d'une infinité de suites différentes de modifications. De toutes ces suites une seule existera, mais chacune pourroit exister; & ce seroit cependant la même Ame, pour le fond, la même Monade, le même Etre simple; & non un autre. Si je n'eusse jamais quitté Paris, & que je n'eusse point eu l'honneur de venir parmi vous, Messieurs; nous n'en serions pas pour cela, vous & moi, d'autres Etres d'un autre Monde. Ce Monde, si l'on veut, n'eut plus été le même Monde, si par un tel Monde ou entend précisément une telle disposition du composé. Je ne veux point disputer des termes. Mais ce Monde eut été le même Monde, en ce qu'il eût été composé des mêmes Etres: & les Etres eussent été les mêmes, parceque l'essence de chacun de nous, le fond de notre Etre fût demeuré, quoique les modifications accidentelles en eussent été fort différentes. Il faut convenir de cela, si l'on ne veut bouleverser les Notions de la terre entière, & se moquer du Genre humain. Ceci posé, je commence par vous dire que j'entens par sainteté, & sainteté d'un Ange, celle d'une Intelligence unie à Dieu,
voyant



voyant Dieu face à face, & pénétrée par cette vue du plus tendre amour & de la plus vive reconnoissance. Je vous demande : la Monade, l'Être simple, l'Âme de chacun de nous, est-elle ou n'est-elle pas susceptible de cette modification ? Si mon Âme n'en est pas susceptible, & que Dieu ne la lui puisse donner sans que ce fût dès-lors une autre Âme que la mienne, une autre série essentiellement différente, *un autre Sextus Tarquin*, un Être d'un autre Monde ; que dis-je ? si, pour donner cette modification à un Être, semblable à moi en apparence par les premiers termes de la série, mais au fond très différent, il ne faudroit pas moins qu'anéantir ce Monde avec moi, & en faire un autre ; vous vous moquez bien cruellement, & de moi, & du Genre humain, en parlant des saintes espérances du Christianisme. Il faut donc convenir que l'Âme de chacun de nous est susceptible de cette modification de sainteté. Donc, s'il existe en Dieu une puissance créatrice qui n'ait qu'à vouloir, & qui agisse sur le néant même sans être assujettie à aucun moyen, il a été facile à Dieu de créer l'Âme de chacun de nous avec cette modification de sainteté. Dieu ne l'a point fait : cela ne me fait pas naître le moindre doute, ni sur la toute-puissance, ni sur la toute-bonté de cet Être suprême. Je demeure convaincu, que Dieu peut réellement tout ce qui est possible, & qu'il veut sérieusement & efficacement tout le bien possible ; mais je crois qu'il ne le peut & ne le veut que de la façon dont il est possible. Le seul doute légitime qui puisse me venir est donc sur l'idée du possible ; & c'est à quoi se réduit encore un coup, Messieurs, toute la question, ainsi que je l'ai dit d'abord.

Le doute même ne tombe pas proprement ici sur le possible, mais sur la manière du possible. Car nous ne pouvons douter que la modification dont il s'agit ne soit possible, puisque les saintes Ecritures nous la montrent en perspective, & nous ordonnent d'y arriver. Mais nous disent-elles que Dieu ait pu nous donner à tous cette modification dès le premier instant de notre existence, & qu'il ne l'ait pas voulu ? Les saintes Ecritures ne nous disent-elles pas au contraire, le plus clai-



clairement & le plus positivement du monde, que c'est à nous d'agir pour arriver à la perfection avec le secours de la Grace? De là n'avons-nous pas lieu de conclure que la bienheureuse modification que Dieu ne nous a pas donnée, ne se peut acquérir que par *des Agens, & des Agens très réels*; que c'est la seule manière dont elle est possible? Il est vrai que, si l'on prend au sens rigoureux & absolu ce que l'Écriture dit de la Création, on ne peut se défendre d'une conclusion toute différente. Dieu aura pu nous créer tous aussi saints en un instant, que nous le pouvons jamais être après un siècle de risques & de misères; & sa bonté infinie ne l'aura pas voulu! Mais cela-même n'est-il pas un motif très légitime de douter du sens de quatre ou cinq passages, que des Théologiens orthodoxes du premier ordre assurent pouvoir signifier le contraire? Et quand ces passages ne pourroient pas signifier le contraire, n'est-ce point ici le cas, ou jamais, de cette grande règle de l'Interprétation; *ne point trop prendre au pied de la lettre, ce qui pris au pied de la lettre a des conséquences fâcheuses*. C'est donc au bon sens, c'est à la raison à nous apprendre, si la qualité d'*Agens réels* & celle de *Créatures au sens absolu* sont contradictoires, ou non. Voici une Analyse toute neuve, & digne, si je ne me trompe, de votre attention: je vous supplie, Messieurs, de me l'accorder; je soumets le tout à vos lumières.

Si le fond de notre Être a eu besoin une fois d'un acte de la toute-puissance qui le tirât du néant, il a besoin du même acte à chaque instant pour n'y pas retomber. Ainsi la foule des Théologiens, & des Philosophes qui admettent la création, a grande raison de dire, *que la conservation n'est & ne peut être que l'acte de la Création répété à chaque instant*. Chaque acte de la Conservation est donc un acte de Création, non au sens que la création donne l'Être à ce qui ne l'a point, mais au sens qu'elle donne l'Être à ce qui ne l'auroit point de soi-même. Dans le premier acte de la Création Dieu n'est aidé de rien; & dans chaque acte de la conservation Dieu n'est pas plus aidé de l'existence antécédente. Mais aussi l'existence antécédente n'aide pas plus
la



la Créature à se modifier elle-même à chaque instant quelconque, qu'au premier instant de son être. Suivons la Créature d'instant en instant depuis le premier, comme j'ai fait il a dix ans, dans mes *Pensées sur la Liberté*; nous n'y trouverons absolument rien que Dieu n'y ait mis. La force de cette vérité est telle qu'elle a contraint la plupart des Théologiens, & bien des Philosophes, à prononcer, quoiqu'avec assez de répugnance, que la Créature *peut agir, mériter & démériter, dès le premier instant indivisible de sa création, dans le passage même du néant à l'être*. En effet, si elle ne peut pas agir dès ce premier instant, elle ne le pourra pas davantage dans le second, ni dans les autres; & si elle le peut dans les autres, elle le peut dès le premier. Mais qu'elle le puisse dans aucun, c'est ce qui est insoutenable, à commencer par le premier.

Y a-t-il, Messieurs, contradiction plus manifeste dans les termes que de prétendre, *qu'un Etre soit créé à l'instant qu'il se modifie soi-même, ou qu'il se modifie soi-même à l'instant qu'il est créé*? On convient que tout ce qui existe, est *déterminément tel*; rien d'indéterminé n'existe. Dieu crée un Etre: il le crée donc *tel*; ou, pour éviter toute équivoque, cet Etre existe dès cet instant avec telles & telles déterminations. Je vous demande: toutes les déterminations de cet Etre, outre l'existence, viennent-elles de Dieu? Ou aucunes de ses déterminations, excepté l'existence, ne viennent-elles de Dieu? Ou enfin quelques-unes viennent-elles de Dieu, & quelques-unes de l'Etre-même? Si toutes viennent de Dieu, Dieu a donc tout fait, & l'Etre rien: l'Etre ne s'est point modifié lui-même, l'Etre n'a point agi. Si aucunes ne viennent de Dieu excepté l'existence, Dieu en créant n'a donc fait qu'un Etre indéterminé, c'est-à-dire un Rien; & c'est cet Etre indéterminé, ce Rien, qui a tout fait en soi; c'est ce Rien qui s'est modifié soi-même, c'est rien qui a agi. Quelques déterminations viennent-elles de Dieu, & les autres viennent-elles de l'Etre? Alors je vous demande de nouveau: les déterminations qu'on dit venir de l'Etre, ont-elles pour causes celles

Mém. de l'Acad. Tom. XVII. Ddd qu'on



qu'on dit venir de Dieu, ou ne les ont-elles pas pour causes? En sont-elles produites, ou n'en sont-elles pas produites? Si elles ne les ont pas pour causes, elles n'ont donc, (vû que nous supposons cet Etre seul vis-à-vis de Dieu,) elles n'ont, dis-je, pour causes que la partie indéterminée de l'Etre, le Rien. Il n'est pas plus possible que la partie indéterminée de l'Etre, le Rien, se donne quelques déterminations, qu'il n'est possible que le tout indéterminé de l'Etre se les donne toutes. Je concevrais aussi aisément que l'Etre qui n'est point se créât lui-même. Reste donc enfin que les déterminations qu'on dit venir de l'Etre aient pour causes les déterminations qu'on dit venir de Dieu. C'est le parti qu'on prend, & ce n'est pas le moins déraisonnable, puisqu'il charge Dieu de nos crimes & de nos miseres, précisément comme dans le cas où toutes les déterminations viennent de lui. Seulement on y ajoute une contradiction, ou quelque chose de pis, en soutenant que certaines déterminations viennent de l'Etre, lorsqu'il saute aux yeux qu'elles n'en viennent point. Car, dans un instant individuel, les déterminations qu'on dit venir de Dieu, ne sont pas des facultés vagues, une faculté vague d'agir, par exemple; mais des modifications actuelles. Des facultés vagues n'existent point; ce ne sont que de simples abstractions, ce ne sont point des déterminations. Or des déterminations, des modifications actuelles, ne peuvent produire avec elles, dans le même instant où elles existent, que les déterminations qu'elles supposent, & par lesquelles elles sont produites aussi bien qu'elles les produisent. C'est comme les déterminations de l'inégalité, & de telle inégalité des côtés d'un triangle, produisent dans l'instant les déterminations de l'inégalité, & de telle inégalité des angles, & en sont elles-mêmes produites au même instant; parceque dans le fond ni les unes ni les autres ne se produisent, mais qu'elles s'accompagnent. Il est donc sûr que c'est Dieu qui crée toutes les déterminations de l'Etre créé; & que l'Etre créé ne s'en donne aucunes, ne se modifie, ni n'agit, à l'instant qu'il est créé: il est sûr que l'Etre n'est que passif. Nous verrons bientôt que la condition du premier instant, du second & du troisième, &c. ne peut qu'être exactement la même. Je



Je n'avois point analysé, Messieurs, ce premier instant de la création dans mes *Pensées sur la liberté*. J'avois supposé, bonnement, qu'il n'y avoit plus personne capable de disconvenir, „que dans ce „premier instant il n'y a encore rien dans une intelligence créée qui „puisse lui être imputé à mérite & à démerite; rien qui ne soit passif: „que tout ce qu'elle a en elle, elle ne peut l'avoir que de la main de „son Créateur; sensations, perceptions, volitions, s'il y en a; en „un mot quelque modification que ce soit avec quoi elle est créée.“ Mais je me trompois lourdement, & j'étois inexcusable de ne pas faire assez d'attention à ce que doit produire dans les gens le besoin de leur Système. Il est vrai qu'on n'articule pas fréquemment la possibilité d'une Créature *péchante & damnable* dès le premier instant indivisible de sa création; mais il n'y a personne qui n'en vienne là, dès-qu'on presse un peu les conséquences. Ce m'est une leçon de ne rien supposer qui ne soit expressément avoué de ceux à qui je parle. L'inconvénient est que cela m'oblige à m'étendre beaucoup plus que je ne voudrois. Hé quoi? les Philosophes que je combats ne se sont-ils pas étendus, en leur tems, tout à leur aise? Malebranche, Leibnitz, Bayle, étoient-ils fort courts, & ne leur arrivoit-il jamais de se répéter? Ou trouve-t-on un Baumgarten? C'est le Métaphysicien le plus concis, & avec cela l'un des plus clairs que je connoisse: que n'a-t-il travaillé sur des Principes plus vrais. Mais un Wolff! mais un Locke! ce dernier surtout, qui a moins écrit, mais qui est à proportion beaucoup plus diffus que le premier! Y a-t-il dans les quarante *in-quarto* de Wolff rien qui exerce & mette à bout la patience du Lecteur, comme le Livre des *Idees innées*, ou le Chapitre de la *Puissance*, qui ne sont qu'une Logomachie & une Bartologie perpétuelles? Ce qui me passe, c'est que les beaux-esprits de ce siècle délicat soyent allé puiser dans les Ouvrages de Locke leur *Matérialisme*, qui premièrement n'y est pas, & qui de plus seroit acheté bien cher, en vérité, Messieurs, s'il y étoit; mais il n'y est pas. Locke, très respectable à cet égard, & à bien d'autres, a été toute sa vie sincèrement attaché aux principes du Christianisme: ses moeurs austères répondoient à sa croyance; &



quant à sa Doctrine, il étoit peut-être plus *ce qu'on appelle Orthodoxe*, c'est-à-dire, plus attaché à la lettre, que je ne me pique de l'être en certains points. Combien l'imitation d'un pareil Maître seroit plus pénible à ses prétendus disciples, que ne me le paroît à moi la lecture de son Ouvrage? Revenons.

L'analyse du premier instant de la création nous a convaincus, que tout y seroit purement passif de la part de la Créature. Pour démontrer la même chose des instants suivans, je ne répéterai point ce que j'ai dit là dessus dans mes *Pensées sur la Liberté*, quoique le morceau soit de la dernière force, & qu'il vînt ici fort à propos. Je veux traiter la chose d'une façon nouvelle & plus courte, remettant aux personnes qui en seront curieuses à confronter les deux manières . . . Dieu vient de donner à un Etre, dans le premier instant, Messieurs, outre l'existence, toutes les déterminations de l'existence; il n'y a laissé rien d'indéterminé, parce que rien d'indéterminé n'existe. Si c'est un corps, Dieu lui a donné une masse, une volume, & une figure déterminée. Si c'est une intelligence, un esprit, Dieu lui a donné toutes les modifications, de quelque espèce qu'elles soient, avec lesquelles il est parvenu à l'existence; perceptions, sensations, appétitions, & volitions même s'il y en a. De plus, toutes ces modifications déterminées que la bonté suprême donne à sa Créature, ne peuvent être que bonnes, & très bonnes: les perceptions vraies; les sensations, agréables; les appétitions, utiles; & les volitions, parfaitement innocentes. Voilà les fleurs de l'existence d'un Etre créé: & aucun venin n'est caché sous ces fleurs; elles sont de Dieu. O que nous serions heureux, si nous étions des Etres créés! ô que la qualité de Créature, & sa dépendance, seroient souhaitables, si elles étoient dans l'ordre des possibles! Qu'on ne dise point que notre limitation, notre imperfection essentielle, seroit le venin caché, & le germe de tous les maux. J'avoue qu'il seroit contradictoire, que Dieu créât une intelligence sans aucune limitation, c'est-à-dire, égale à lui-même, & indépendante de lui: cela seroit contradictoire; car ce qui a eu besoin d'être



tre créé, ayant besoin de l'être à tout moment, ne peut que dépendre en tout & partout de la cause qui lui a donné l'Etre. Mais je soutiens qu'il y a limitation & limitation, ou plutôt qu'il ne faut pas confondre la limitation avec l'imperfection proprement dite. Il n'y a point de Théologiens qui ne conviennent, que l'Âme humaine du Sauveur du Monde n'est qu'une Intelligence infiniment limitée à l'égard de la Divinité qui s'y est unie, & que cette Intelligence ignore une infinité de choses qu'elle ignorera toujours. Ne seroit-ce pas cependant une expression très mal sèante, de dire que l'Âme du Sauveur est infiniment imparfaite? C'est qu'il y a une limitation, qui, quoiqu'éloignée infiniment des perfections divines, ne doit point s'appeller imperfection. Il ne s'y trouve aucun venin caché, aucune pente vers l'erreur, & moins encore vers le crime. Une pareille limitation n'exclut, ni l'impeccabilité, ni une béatitude constante. Or ce n'est qu'avec une pareille limitation, que je conçois, Messieurs, que la toute-bonté créeroit les Etres, s'ils étoient dans le cas d'être créés. Cela est-il moins compris dans l'idée nette de la route-bonté, qu'il ne l'est dans l'idée nette de la route-puissance de pouvoir tout ce qui est possible? Et quant à l'idée du possible qui est le noeud de la difficulté; oseroit-on dire que la possibilité d'une création, & de la création d'un *Agent libre*, puisse se mettre dans la balance avec une idée aussi nette que celle de la route-bonté? Si donc le fait est contraire, & qu'il y ait de la méprise quelque part; est-ce de ce que nous concevons, ou de ce que nous ne concevons point, que nous devons nous méfier? Est-ce de l'idée nette de la bonté, ou de l'idée d'un possible extrêmement suspect? Je vous laisse la réponse.

Franchissons enfin le premier instant, & passons au second. Souvenons-nous, Messieurs, qu'il n'y a en Dieu, ni distractions, ni abstractions quelconques. Dieu ne peut pas ne plus penser à l'Etre qu'il vient de créer. Ainsi donc, dans l'instant suivant, ou Dieu veut, ou il ne veut pas que l'Etre existe. Si Dieu ne le vouloir pas, l'Etre n'existeroit pas: mais il le veut, & ce vouloir est la cause unique de

l'existence de cet Etre dans ce second instant. C'est un acte précisément de même nature que celui qui précède ; & si bien de même nature, que la plupart des Théologiens sont d'accord de l'appeller *une Création réitérée*. Mais laissons-là, pour éviter toute chicane, ce mot de *Création réitérée* ; & disons, que l'acte du premier instant & l'acte du second sont si précisément de même nature, qu'on les peut comprendre l'un & l'autre sous la dénomination commune d'*acte qui fait exister*. L'un & l'autre est un acte qui fait que l'Etre existe, & qu'il existe tel en tel ou tel instant ; le premier dans le premier instant, & le second dans le second instant. Au premier instant, Dieu a voulu que l'Etre existât avec telles & telles déterminations ; & l'Etre a existé avec telles & telles déterminations, qui venoient toutes de Dieu. Au second instant, Dieu veut encore que l'Etre existe, & il ne peut pas le vouloir d'une volonté vague. Dieu veut donc que l'Etre existe avec telles & telles déterminations ; & l'Etre existe avec telles & telles déterminations, qui toutes viennent encore de Dieu. Si vous en doutez, reprenez mot pour mot tout le raisonnement que j'ai fait sur le premier instant, & donnez-vous la peine de l'appliquer au second. Vous ne trouverez dans la Créature, au second instant, ni au troisième, ni au quatrième &c. aucune détermination, aucune qui ne lui vienne immédiatement de la main de Dieu. Cette application est démonstrative, & doit seule suffire ; mais voici une petite ébauche qui la rend encore plus sensible.

Où les déterminations du second instant sont précisément les mêmes que celles du premier, ou elles ne sont pas précisément les mêmes. Si elles sont précisément les mêmes, & sans le moindre changement, cela exclut jusqu'à la sensation même de durée qui seroit une modification, ou une détermination nouvelle : & si Dieu conservoit, ou recréoit, ou enfin feroit exister, un Etre de la sorte pendant un million de siècles, ce million de siècles pourroit ne se considérer que comme un seul instant, & il est visible que l'Etre y seroit purement passif. Supposons ensuite que les déterminations du second, du troisième,



sieme, du quatrieme instant, &c., ne sont pas précisément les mêmes, mais qu'elles ne diffèrent que par la seule sensation de la durée. Quand cela continueroit de la sorte encore un million de siècles, on m'avouera qu'il n'y a encore rien que de passif dans l'Être; à moins qu'on ne veuille soutenir que *sentir qu'on a déjà existé* est plus une action que de *sentir seulement qu'on existe*. Or la sensation de l'existence est une des déterminations que Dieu a mises dans l'Être au premier instant. Donc elle est toute passive: &c. Allons plus loin, & supposons dans le second instant quelque autre détermination nouvelle, différente d'une simple sensation de durée. Supposons le plus petit changement possible; un plus ou un moins de vivacité, par exemple, dans une perception, ou dans une sensation quelconque &c. Comment ne pas voir, que si cette modification est différente, c'est que Dieu la fait différente; que si Dieu la feroit précisément la même, elle seroit précisément la même; & que par conséquent si elle est moins vive, c'est que Dieu lui donne un moindre degré de vivacité? Quand nous reprendrions la seconde supposition, celle où Dieu feroit exister l'Être un million de siècles précisément dans le même état, avec la sensation de la durée de ce même état, ne craignez pas d'en voir naître le plus léger sentiment d'ennui ou sentiment de dégoût. Cela implique. Ne voyez-vous pas qu'un sentiment de dégoût vient, non de ce que les sensations de plaisir sont toujours les mêmes, mais bien au contraire de ce qu'elles ne sont pas toujours les mêmes? Or nous supposons que Dieu les fait les mêmes. De plus une légère sensation de dégoût seroit une modification nouvelle, & nous supposons que c'est précisément le même état que Dieu veut continuer. Mais supposons-la, cette modification de dégoût; n'est-il pas visible que c'est Dieu qui la feroit naître, & qui la feroit naître à propos de rien; dans une pauvre Créature qui n'est que passive? Que Dieu daigne continuer à sa Créature, fût-ce des millions de millions de siècles, fût-ce toute l'Eternité, précisément les mêmes modifications qu'elle a eues d'abord; (ce qui est possible; & ce qui ne lui coûtera pas plus à vouloir toujours qu'à vouloir une fois:) je désire, Messieurs, que le moindre dégoût
s'y-



s'y trouve. Je défie, par conséquent, que la porte soit ouverte au moindre mal.

Ce que je dis du dégoût, appliquez-le au mécontentement; appliquez-le à la présomption ou à l'orgueil: ce sera toujours la même chose. Je ne puis entrer ici dans un plus grand détail; mais j'ose vous renvoyer à mes *Pensées sur la liberté*. Faites-moi la grace de méditer un peu tout le morceau sur la chute de l'Ange rebelle, & de me dire ce qu'on y peut répondre. Il n'y a rien de démontré, s'il ne l'est pas qu'il implique contradiction qu'une Créature se modifie, ni dans le premier, ni dans le second, ni dans aucun instant de sa durée. En un mot, ou la nouvelle détermination du second instant a pour causes les déterminations qui la précèdent & qui l'accompagnent; ou elles ne les a pas pour causes. Si elle les a pour causes, comme celles-ci viennent toutes de Dieu, & qu'elles n'ont pas la moindre pente au mal, la nouvelle détermination ne peut aussi que venir de Dieu, & n'avoir pas la moindre pente au mal. Si elle ne les a point pour causes, elle pourra ne point venir de Dieu, elle pourra rendre au mal: mais dans un Etre, où la toute-bonté n'a laissé, ni dans cet instant, ni dans le précédent, rien d'indéterminé, trouvez-moi où il peut y avoir lieu à une détermination nouvelle, bonne ou mauvaise? Irons-nous dire avec Leibnitz, *que nous nous modifions au sens qu'une goutte d'eau s'arrondit d'elle-même*? Mais c'est étrangement abuser des termes; ce qui est l'ordinaire de ce grand homme. Qui est-ce qui s'avise d'entendre au pied de la lettre, qu'une goutte d'eau s'arrondit soi-même, & non pas qu'elle est arrondie? Irons-nous dire avec S. Augustin, le P. Malebranche, le D. Arnaud, une infinité d'autres, *que Dieu fait effectivement tout le positif de nos actions, & que nous ne faisons que le négatif*? Mais c'est encore une pauvreté, une puérilité insupportable. Faire le négatif, ou ne rien faire, n'est-ce pas la même chose? Que la toute-bonté, qui a tant fait en nous, daignât faire encore ce dont nous ne faisons que le négatif, & tout ira bien. Ou plutôt qu'elle s'épuise à tout faire: ne sera-t-il pas toujours vrai que nous n'au-



n'aurons fait que le négatif? En serons-nous moins coupables, tout remplis de sentimens vertueux que Dieu nous aura donnés, si pour être coupable il suffit de n'avoir fait que le négatif?

Il est tems de tirer des conclusions de tout ceci: redoublez d'attention, Messieurs; je vous en conjure.

Tant de misères physiques & morales dont la nature est pleine, & tant de misères métaphysiques aussi insupportables en leur espèce, sorties de la plume des plus grands hommes sur cette matière, ne nous ouvriront-elles point enfin les yeux? A quels signes plus manifestes pourrons-nous reconnoître combien est suspect le principe sur lequel on raisonne? Le principe d'une *Création absolue*, principe non-démonstré & indémonstrable, n'offre que contradictions dans le fait & ne produit qu'absurdités dans le raisonnement. C'est une vérité incontestable, que j'ai déjà eu l'assurance de vous présenter en propres termes dans ma *Théologie de l'Etre*. Quoiqu'il s'en fallut beaucoup que mon assertion fût accompagnée de preuves aussi complètes que celles de ce discours, mes Réflexions parurent assez considérables, & surtout elles parurent énoncées d'une façon assez décente, pour qu'on fût les consigner dans vos *Mémoires*. De peur de rien gâter aujourd'hui par des expressions moins mesurées, je veux reprendre précisément celles dont je me suis servi: ce n'est qu'un morceau de la 8^e. Section.

„Un des défauts, vous ai-je dit, Messieurs, un des défauts
 „les plus essentiels des preuves communes de l'existence de Dieu, dans
 „le genre métaphysique, est de le *vouloir prouver comme CRÉATEUR*,
 „au sens strict & rigoureux qu'on donne à ce terme aujourd'hui, c'est-
 „à-dire, d'une cause *qui de rien a fait les Etres*.

„Si Dieu est Créateur en ce sens, & qu'il veuille être reconnu
 „pour tel, il a dû se révéler comme tel. Nous, nous devons l'en
 „croire, & nous soumettre: mais le mystère est certes trop au dessus
 „de la raison, pour se trouver jamais *conséquence légitime d'un Argu-
 ment de Philosophie*.



„L'Hypothese de l'existence de Dieu ne doit point renfermer
„de plus grandes incompréhensibilités, *ni même d'aussi grandes*, que
„l'Hypothese contraire.

„Il ne faut point que la Divinité, qu'on admet dans le systeme
„des choses pour rendre tout intelligible, devienne, par les fausses no-
„tions qu'on en donne, *la Piece la moins intelligible, & la plus embar-*
„*assante de tout le Systeme.*

„Aucune démonstration proposable à des esprits qu'on veut
„gagner, aucune preuve faite pour prouver à des gens qui ne croient
„pas encore, ne peut *porter immédiatement sur l'Inintelligible, ni me-*
„*ner immédiatement à l'Inintelligible.* Que peut-on espérer de ce qui
„révolte par les deux faces?

„Il me semble donc aussi absurde de vouloir démontrer l'exis-
„tence de Dieu *par la Nécessité métaphysique d'une création*, que si on
„la vouloit démontrer *par l'Analogie mathématique de la Trinité*; en
„prenant ces deux termes au sens de la rigoureuse Orthodoxie.

„Encore même le dernier seroit il moins absurde, puisqu'il
„faut convenir que la Trinité étonne plus la raison qu'elle ne l'effraye;
„les conséquences n'en ont rien de fâcheux: au lieu que la création
„prise au sens né dans les ténèbres de l'école, *est la source des plus*
„*cruelles & des plus accablantes difficultés, contre l'infinie bonté, sur*
„*l'origine du mal, sur la liberté & la moralité de nos actions &c.*

„C'est sur tant & de si fortes considérations, que je me garde
„bien de présenter Dieu *sous l'idée de Puissance créatrice.*

„Je frémirois tout le premier de l'idée d'un pouvoir indépen-
„dant des moyens, qui, *maître d'un mot* de rendre tout saint, tout
„heureux, ne daigne pas le vouloir.

„Je me tiendrois pour sûr de révolter par l'idée *d'une immuta-*
„*bilité mal-entendue*, qu'on joint à cette cause: cause merveilleuse-
„ment propre à opérer tous les changemens, par la raison singuliere
„qu'elle ne change jamais.

„J'au-



„J'aurois honte des extrémités où l'on se réduit pour concilier
„en tous tant que nous sommes la qualité d'*Etres créés* avec celle
„d'*Agens réels*, capables de se modifier dans l'acte-même de la
„Création.

„Je craindrois enfin, que pour attribuer à mon Dieu le chérif
„honneur d'être *cause du fond de mon Etre*, je n'en fîsse une cause tel-
„lement universelle, qu'elle s'étendît aux maux, aux maux encore
„plus qu'aux biens.

„*Aux maux encore plus qu'aux biens!* Car le mal demeure mal;
„& le bien lui-même est un mal, par comparaison d'un bien plus
„grand dont il tient la place, & auquel la cause créatrice ne daigne
„point atteindre.

„Tant que je n'ai donc en main que le flambeau de la raison, le
„seul d'ailleurs dont je puisse faire usage quand j'agite la question *s'il y*
„*a un Dieu*; j'abandonne sans peine l'idée d'une *Création* qui ne peut
„avoir le moindre fondement, & qui charge la question des plus re-
„butantes difficultés.

„J'abandonne l'idée pleine de contradictions d'un *Etre invaria-*
„*ble quoi qu'il fasse*; d'un *Etre sans succession*, quand il créera, quand
„il crée, & quand il a créé.

„J'abandonne l'idée d'*Etre nécessaire par privilege spécial*; &
„les démonstrations sophistiques qu'on en apporte, lesquelles n'ont ja-
„mais convaincu que ceux qui croyoient.

„Mais que dira-t-on si, du terrain resserré où je me renferme,
„sort la démonstration la plus invincible *qu'il y a un Dieu*.

„Et quel Dieu? . . . *Un Etre simple, infiniment puissant,*
„*infiniment sage, infiniment bon*; . . . *Ordonnateur universel; Lé-*
„*gislateur; Inspecteur; Juge souverain, plein de justice & d'équité;*
„*Rémunérateur de la vertu; Vengeur du crime*; . . . un Dieu, contre
„l'existence du quel les maux sans nombre dont la nature est inondée,
„ne déposent en aucune façon, *puisque ce Dieu très bon n'est point*



„l'Auteur de cette nature vicieuse ; puisqu'il est faux que, muni d'un pouvoir indépendant des moyens, il n'eût tenu qu'à lui de faire une toute autre nature ; puisqu'enfin il n'est le Créateur du Monde, qu'en ce sens qu'il est le Créateur de l'ordre, de la perfection, du bien ; d'un bien infini, vers lequel il conduit chaque Etre par le plus rapide progrès qu'il est possible.“

C'est ce que je me flatte, Messieurs, d'avoir fidèlement & solidement exécuté dans les Sections suivantes de l'Ouvrage dont il s'agit. Une personne de mérite, que je ne puis nommer de peur de la compromettre, m'a fait la grace de me dire à ce sujet une chose bien consolante. *Votre démonstration de l'existence de Dieu peut tout au moins passer aujourd'hui comme un pis-aller ; mais avec le tems il ne seroit pas impossible que le pis-aller devînt la Pierre angulaire de l'Edifice.* Oui, j'ose le croire : ou, si ce n'est pas précisément à ma démonstration qu'il en faudra revenir, ce sera du moins au principe de ma démonstration, *l'Assent universelle des Etres.* Et pourquoi s'effaroucher de ce terme ? Tous les termes, Messieurs, communs à Dieu & à nous, à commencer par le mot *Etre*, n'ont-ils pas, à l'égard de Dieu, une *Appréhension*, c'est trop peu dire, *infiniment infinie* ; il faut ajouter du degré *suprême de l'infini ; perfection, réalité, bonté, justice, raison, sagesse, intelligence, puissance, action, avec existence, être & maniere d'être*, sont tous termes communs sans contredit à Dieu & à nous. Je ne dis point avec un M. Jurieu, & cent Théologiens de différens partis & de différentes sectes, que ces mots ne signifient point en Dieu la même chose qu'en nous, & que même ils signifient souvent en Dieu le contraire de ce qu'ils peuvent signifier en nous au sens le plus exact : c'est vouloir parler de Dieu sans s'entendre, c'est bouleverser toutes les idées. Mais je dis que *perfection, réalité, bonté, justice, raison, sagesse, intelligence, puissance, action, avec existence, être & maniere d'être*, pris au degré le plus élevé en tout ce qui n'est pas Dieu, n'est qu'un rien & un néant à l'égard de Dieu. Il en est de même de *l'Assent*, ou de *l'existence par soi-même* : voici comme je m'en explique
dans



dans la dix-huitième & dernière Section, qui a pour titre *de l'éternité propre de Dieu*.

„Je veux finir par dire un mot de l'éternité telle que je la conçois en Dieu.

„L'opinion d'une *éternité successive en Dieu* ne m'est point particulière; ç'a été celle de beaucoup de Philosophes & de Théologiens, même fort Orthodoxes.

„Mais voici ce qui m'est particulier, si je ne me trompe, & qui peut mériter quelque attention.

„Qui le croiroit? il est un sens, & un sens très raisonnable, à ce qu'il me semble, selon lequel, même dans l'Hypothèse de l'*existence éternelle & nécessaire (ou de l'aseité) de tous les Êtres*, il n'y a cependant pas un seul Être qui soit *coéternel à Dieu*.

„Exprimons ceci encore avec plus de force.

„Supposons que l'existence de Dieu n'a pas un seul instant d'*antériorité* sur celle des Êtres;

„Supposons que Dieu n'a pas existé un seul instant, sans que tous les Êtres possibles existassent *avec lui*:

„Je dis qu'il n'en sera pas moins vrai, que l'existence de Dieu suppose infiniment, & du plus haut degré de l'infini, celle de tous les Êtres ensemble.

„Rien de plus facile que d'amener à l'évidence ce paradoxe prétendu.

„C'est qu'il y aura bien eu autant d'instans dans l'existence des Êtres que dans celle de Dieu; mais que chaque instant de l'existence de Dieu aura eu une intensité infinie, & infiniment infinie.

„Il s'agit d'expliquer ce que j'entens par l'intensité de l'existence en chaque instant.

„Plusieurs Êtres A, B, C, D. &c. existent dans un même instant donné, ou coexistent un instant.



„A n'a point de sentiment; B a un sentiment très foible; C a un sentiment double, ou deux sentimens; D en a un triple &c.

„Les intensités de ces instans d'existence pour ces Etres seront comme 0, 1, 2, 3, &c.

„De même, si de deux Etres A & B, le premier A n'a qu'une idée distincte dans l'instant où le second B en a cent, les intensités de leurs existences pour ces instans seront comme 1 à 100.

„Puis donc qu'il y a un Etre, qui est *Dieu*, lequel en chaque instant de son existence a toutes les idées distinctes possibles, jointes au sentiment de bonheur & de félicité le plus vif qui soit possible, l'intensité d'un seul instant d'existence en lui est infiniment infime à l'égard de toutes les existences des Etres.

„Donc un seul instant de Dieu est une Eternité, non en succession, mais en compréhension ou en extension.

„Donc notre éternité à nous n'est que néant ou zéro en comparaison d'un seul de ses instans.

„C'en est assez pour le présent: je m'expliquerai autre part plus au long sur ce sujet, & ferai voir, comment, quoique tout soit éternel, nécessaire, & existant par soi-même, tout ne fait encore, en quelque sorte, que commencer à exister, si ce n'est Dieu, à qui tout le reste est redevable, en un sens, de l'existence, & en tout sens de bien plus que de l'existence.“

La partie, Messieurs, la plus essentielle de cette promesse, déjà bien ébauchée dans ce discours, sera totalement remplie par ma *Théocharis*, à laquelle je songe tout de bon à mettre la main. Sera-ce me rapprocher assez de la rigoureuse Orthodoxie? Rien ne me seroit plus facile que de m'en rapprocher tout-à-fait en apparence. Il ne tiendrait qu'à moi de faire, comme notre grand Leibnitz, des discours exotériques, ainsi qu'il les appelloit, & nullement ocroamatiques. Je pourrois, aussi facilement que lui, diriger tout à l'édification, au sens qu'il l'entendoit; c'est-à-dire, à l'aide de mots & de phrases, m'ajuster



ter aux préjugés reçus. Mais la sainte vérité souffriroit trop de ces accommodemens politiques, ou plutôt de ces jeux d'esprit. Qu'a gagné ce génie si grand, si profond, le plus grand & le plus profond des génies métaphysiciens? Qu'a-t-il fait que jeter un fâcheux soupçon, & sur lui-même, & sur un Ouvrage, qu'on pourroit regarder, sinon comme le plus heureux, peut être comme le plus sublime effort de la Métaphysique? Je dirai en deux mots ce que je pense de ce soupçon, tourné en réalité par M. Pfaff sur un aveu positif à ce qu'il prétend, de la main de Leibnitz; par M. des Maizeaux; intime ami de Leibnitz; par M. le Clerc, & par bien d'autres. En gros, je ne puis m'arrêter à l'idée que Leibnitz n'ait composé sa *Théodicée*, que pour se jouer, & de qui? de Dieu & des Hommes. Car certainement, si la *Théodicée* n'est qu'un jeu d'esprit, la *Théodicée* n'est qu'une impiété détestable du commencement jusqu'à la fin. D'un autre côté, en vingt endroits fort semblables à celui que j'ai relevé dans ce discours, endroits inexcusables, impardonnables, même dans la supposition d'un Ecrivain qui s'avengle en faveur de ce qu'il croit être la vérité, je ne me sens pas loin, je vous l'avoue, de la plus vive indignation. L'idée qu'il fait assaut de bel esprit, qu'il étale sa subtilité, qu'il se moque encore un coup de Dieu & des hommes, le tout pour l'étafification, me frappe alors avec une sorte d'évidence. • Cette sagesse divine, Messieurs, qui doit varier, fût-ce aux dépens de la raison & de la vertu; cette sagesse, qui agiroit en *Midas*, & se trouveroit dans une véritable pauvreté, si tous les Etres étoient vertueux & raisonnables: ce seroit n'avoir que des *Virgiles* dans sa Bibliothèque, ne chanter que les mêmes airs d'Opera, ne manger que des perdrix, ne boire toujours que des vins de Hongrie ou de Schiraz. Ah! qu'à de pareils traits la confiance, réelle ou prétendue, dont se vante M. Pfaff, est prête à trouver créance chez moi, quelque effort que je fasse pour m'en défendre. Voilà ce que c'est que d'avoir *Doctrines exotérique & Doctrines acronmatique*; *Doctrines* pour le dehors & *Doctrines* pour le dedans: on mérite de perdre toute confiance. Je suis peut-être trop délicat; M. Wolff l'étoit moins. *Que m'importe, dit-il, que Leibnitz ait pensé tout autre chose que ce qu'il disoit,*



disoit, si son jeu d'esprit se trouve être la vérité pure. Ce qu'il importe? Non, on ne me persuadera jamais, qu'une défense solide des plus saintes vérités pût être le fruit du génie d'un profane qui s'en moquerait, & qui ne reconnoitroit pas lui-même, avec tout son génie, la solidité de ce qu'il diroit. Passe pour quelque vue, quelque ouverture nouvelle; mais un Systeme aussi étendu que la *Théodicée*? Avoir la simplicité de croire cela possible; est bien pis vraiment que l'Histoire de la dent d'or.

On n'est point dans ces cruelles incertitudes, Messieurs, avec ce bon Pere Malebranche, dont toute la Doctrine étoit *acromatique*, & jamais purement *exotérique*. C'étoit la candeur & la sincérité même, avec cela génie vaste & profond, quoique moins que Leibnitz, je vous l'ai déjà dit, & d'ailleurs un peu rétréci comme Pascal par la dévotion, mais par une dévotion tendre & pleine de sentiment. Si les préjugés de son Eglise; ou des principes qui n'en sont pas plus vrais pour être communs à presque toutes les sectes; si le vice essentiel de bien des sujets qu'il traite lui fait dire souvent des choses fort étranges, & s'il s'avise, dans ses *Méditations chrétiennes & métaphysiques*, de les mettre dans la bouche du Verbe, c'est de la meilleure foi du monde; c'est qu'il a cru l'avoir entendu comme cela de la bouche du Verbe: non en Fanatique; car il ne faut pas s'imaginer que le Pere Malebranche se donne pour un homme à révélations. Voici ce qu'en dit M. de Fontenelle. „Le Pere Malebranche étoit persuadé, que le Verbe est la seule lumière qui nous éclaire, & le seul Maître qui nous instruit, (*la Raison universelle*;) & sur ce fondement il l'introduit parlant à lui comme à son disciple, & lui découvrant les plus sublimes vérités de la Métaphysique & de la Religion. Il n'a pas manqué d'avertir dans la Préface, qu'il ne donne pas cependant pour vrais discours du Verbe tous ceux qu'il lui fait tenir; qu'à la vérité ce sont les réponses qu'il croit avoir reçues lorsqu'il l'a interrogé, mais qu'il peut ou l'avoir mal interrogé, ou avoir mal entendu ses réponses; & qu'enfin tout ce qu'il veut dire, c'est qu'il ne faut s'adresser qu'à ce Maître



„Maître commun & unique. Du reste, on peut assurer que le Dialogue a une noblesse digne, autant qu'il est possible, d'un tel Interlocuteur. L'art de l'Auteur, ou plutôt la disposition naturelle où il se trouvoit, a su y répandre un certain sombre, auguste & majestueux, propre à tenir les sens & l'imagination dans le silence, & la raison dans l'attention & dans le respect. Si la Poësie pouvoit prêter des ornemens à la Philosophie, elle ne lui en pourroit pas prêter de plus philosophiques.“

Imaginons donc le Pere Malebranche, prosterné dans ses longues méditations, & baignant de larmes son Crucifix; il ne le dit pas, mais on le devine; maniere de philosopher bien différente de celle d'un homme du monde, & d'un courtois! Il médite, Messieurs, sur notre sujet même, sur les preuves de la Création prise au sens rigoureux & absolu. Quelle est la voix de la vérité, qu'il croit entendre en lui-même, pour prix de ses ardues prières, & d'une attention suivie, qui est elle-même, comme il l'appelle, *une Priere naturelle souvent exacte*? La réponse se réduit à dire, *que si Dieu n'étoit pas Créateur du fond-même des Etres, il ne lui seroit pas possible de les connoître, ni d'agir sur eux*; il ne pourroit, ni mouvoir la matiere, ni modifier les esprits. Or on ne peut lui contester, sans Athéisme, la puissance de mouvoir la matiere, & de modifier les esprits, *en général une action réelle sur tous les Etres*. Donc on ne peut contester à Dieu *la qualité de Créateur*, au sens le plus absolu. Ah, mon Pere! vous avez parfaitement bien interrogé; mais cette réponse, sur laquelle il ne paroît pas qu'il vous reste le moindre doute, est-elle bien sûre? Ne voyez-vous pas qu'elle prouve trop, & qui si le Tout-puissant ne peut pas donner la plus petite modification à un Etre, s'il n'a créé cet Etre, à plus forte raison un Etre créé ne peut pas se modifier lui-même? Il faudra donc que Dieu soit la cause unique de toutes les modifications des Etres; aussi est ce votre avis. Cependant vous nous parlez quelquefois de je ne sais quelle *suspension* que nous pouvons nous donner nous-mêmes. Est-ce que cette suspension n'est pas une modification?



Comment de pauvres Créatures se la peuvent-elles donner? Une masse de plomb n'a la faculté, ni de se donner le mouvement qu'elle n'a pas, ni de suspendre le mouvement qu'elle a: supposons-lui pour un moment cette faculté de suspension. Dieu imprime à la masse de plomb, comme Créateur & unique Moteur, un mouvement capable de lui faire parcourir cent toises par secondes à l'infini. Au bout de dix toises, la masse de plomb fait usage de son pouvoir suspensif, & s'arrête. C'est Dieu, dit le Pere Malebranche, qui a fait tout le positif: c'est lui qui a transporté le plomb pendant les dix toises; la masse n'a fait que s'arrêter. Oui: mais, pour s'arrêter, elle a détruit une force toute divine de 90 toises pour cette premiere seconde, & de 100 toises pour les suivantes à l'infini. N'est-ce pas là un bien plus grand acte que de s'être mue 10 toises? De même, selon le Pere Malebranche, Dieu imprime à nos volontés, comme Créateur & unique Moteur, un mouvement vers le bien infini qui est lui-même; mais, par notre misérable faculté de suspension, nos volontés s'arrêtent au bout de 10 toises, sur des beautés charnelles, ou d'autres biens faux & périssables. Tout le positif de nos volontés est de Dieu; cette ardeur avec laquelle nous aimons les faux biens, est de Dieu: mais tout cela est bon; il n'y a que notre suspension qui soit mauvaise; nous avons du mouvement pour aller plus loin, & nous le détruisons. Je vous ai déjà fait voir d'avance, par ma comparaison, Messieurs, la futilité de ce raisonnement. Cette suspension est un acte, & tout acte est une modification de l'Etre qui agit. Comment veut-on qu'un Etre, qui ne s'est pas créé lui-même, qui est sans cesse sous la main créatrice de Dieu, & qu'on assure incapable de se donner aucune autre modification, puisse se donner cette modification-là plutôt qu'une autre? Nous ne pouvons arrêter le mouvement d'un fêtu par notre action propre; & nous pouvons arrêter ce mouvement infini que Dieu nous imprime! Nous ne pouvons, par notre action propre, faire cesser en nous la plus petite modification de peine, ni même de plaisir; & nous pouvons faire cesser une modification infinie! On nous refuse tout pouvoir *effectif*; & on nous en donne un *déstructif* infiniment plus grand,



grand, dont l'exercice n'est jamais que funeste! Pourquoi Dieu nous a-t-il donné cette pitoyable espece de pouvoir? Quel en est le bon? Quelle difficulté leve-t-on par là? Aucune. Pressez un peu les Malebranchistes, & vous trouverez au bout du compte, que le pouvoir suspensif n'est rien. Dieu a transporté la masse de plomb l'espace de dix toises. Si le Moteur eût continué de la mouvoir, elle se fut mue, c'est-à-dire, qu'elle eût été mue. Le Moteur a discontinué de la mouvoir, & elle s'est arrêtée, c'est-à-dire, qu'elle a été arrêtée. Voilà le fin de l'affaire: cela revient à la goutte d'eau de Leibnitz, qui s'arrondit d'elle-même, c'est-à-dire, qui est arrondie. Tant il est vrai, qu'après les discours les plus différens, les deux Systemes de l'*Action apparente*, le Malebranchiste & le Leibnitien, reviennent toujours aux mêmes Sophismes. Et quant à ce prétendu mouvement que nous aurions pour aller plus loin, ce n'est aussi que pure fiction. La masse a parcouru dix toises, parceque Dieu les lui a fait parcourir; elle en eût parcouru cent, si Dieu l'avoit bien voulu. Dieu, en qui il n'y a point d'abstraction, & qui fait que cette masse existe en tel instant, avec telles & telles déterminations, vouloir-il pas qu'elle se mur, ou plutôt qu'elle fût mue, au bout des dix toises? S'il l'a voulu, il a donc dû la mouvoir, puisqu'elle ne peut pas se mouvoir elle-même. Et s'il ne l'a pas voulu, comment se seroit-elle mue, puisqu'elle ne peut pas se mouvoir elle-même? Tout ce qu'on veut dire, c'est que l'impression donnée d'abord à la masse, ou à notre volonté, sembloit marquer un dessein de les mouvoir plus loin; mais ce dessein n'existoit pas.

Vous venez d'entendre, Messieurs, dans ce court exposé de la doctrine Cartésienne, ce qui s'est dit de plus conséquent, de meilleure foi, & avec le moins d'étalage, sur l'*Action de la Créature*; & la doctrine Leibnitienne s'y peut ramener très aisément, en la dépouillant de l'écorce de ses grands mots. Donnez-moi telle explication que vous voudrez de l'*Action*, dans le principe d'une *Création absolue*: je ferai toujours voir que les Créatures ne seront que *passives*, & que Dieu seroit l'*Auteur*, & l'*unique Auteur*, d'infiniment plus de



mal que de bien. Mais aussi, donnez-moi telle démonstration que vous voudrez de ce prétendu Principe : prenez-la dans l'idée de l'*Etre nécessaire* par privilege spécial ; prenez-la dans la *Mutabilité* des Etres, & dans ce que vous appelez leur *Contingence* : je m'engage à faire voir que la démonstration n'est qu'un tissu de Paralogismes honteux. C'est la solution de la difficulté, & la preuve la plus complète de la nécessité de mon Hypothèse.

En vain le Docteur Clarke, & quelques autres, semblent vouloir échapper aux conséquences du Principe, en ne regardant point la conservation comme l'acte réitéré de la création. La conservation n'est, selon eux, que je ne sais quel concours, vague & indéterminé, à des facultés, aussi vagues & indéterminées, imprimées à la Créature lorsqu'elle est créée. Mais rien de vague & d'indéterminé, Messieurs, n'existe, en Dieu, ni ailleurs. Un acte indéterminé, une faculté indéterminée, sont des chimeres, fruits de nos abstractions. Parce que nous sommes contraints, quand nous pensons à une chose de ne point penser à d'autres, d'où naissent chez nous les idées vagues, indéterminées, abstraites, serons-nous assez aveugles pour croire qu'il en soit de même à l'égard de Dieu ? Etre forcé d'en venir à de pareilles inconsequences, c'est témoigner assez que le principe est insoutenable. Je veux avec le Docteur Clarke, que l'idée de la création réitérée soit une idée des Scholastiques, & je le crois bien, comme l'idée même de la création n'est qu'une idée des Peres. Grace à Dieu, les Peres n'ont point parmi nous plus d'autorité que les Scholastiques, & ils en méritent moins en cette rencontre. Les Peres ont posé le faux principe ; & les Scholastiques, qui ne péchent guere que par admettre de faux principes venus d'ailleurs sur lesquels ils raisonnent très bien, ont en effet très bien raisonné sur celui-ci. Les Peres, qui aiment à creuser des abymes, & à forger des mysteres, ont établi que *deux & deux font cinq* ; & les Scholastiques en ont conclu que *deux & deux* sont la moitié de dix, le tiers de quinze, le quart de vingt, &c. M. Clarke, & ceux qui l'imitent, admettent le faux principe des Peres,
&



& nient la juste conséquence des Scholastiques. C'est le moyen de déraisonner par tous les sens.

Que ce soit les Peres qui ont creusé cet abyme, où se perdent les plus grands esprits de ces derniers siècles, dont les uns tombent dans l'impiété, parcequ'on leur donne la création absolue pour un Dogme essentiel de la Religion; & les autres tombent dans les raisonnemens les plus absurdes, & entassent les assertions les plus injurieuses à la Divinité, toujours dans l'idée d'un Dogme essentiel qu'il s'agit de défendre à quelque prix que ce soit: que les Peres, dis-je, aient seuls creusé cet abyme; voici mes garans & mes témoins. Je n'en ai nommé que deux jusqu'à présent: j'en produirai cinq, dont l'autorité est d'autant moins suspecte, que tous regardent la création absolue comme une vérité incontestable, & l'opinion de ceux qui la nient, ou qui en doutent, comme une erreur grossiere; mais ils reconnoissent que ce n'est qu'une erreur philosophique, ou de raisonnement, qui peut être fort innocente. Ah! que je me charge avec plaisir, Messieurs, de la grossiereté de l'erreur, sur la garantie qu'on me donne de son innocence! Car en qui seroit-elle innocente, j'ose m'en flatter, si elle ne l'est pas en moi, avec les sentimens & les motifs qui m'y ont conduit.

Mon premier garant, que je cite encore un coup *amicalement* & *en esprit de paix*, (il ne paroît pas l'avoir bien entendu la première fois;) c'est M. le Professeur Formey: je ne démentirai point ce que j'ai déjà dit, & ce que je répète. Il a déclaré, dans sa *Traduction de Salluste le Philosophe* *), qu'il tenoit pour démontré „que l'idée de la „création a été *parfaitement inconnue* à toute l'Antiquité, non seulement Payenne, mais même Juive & Chrétienne.“ Je me suis autorisé de cette déclaration, dans une Note de nos *Mémoires* de 1755 **): j'en ai conclu, qu'un *Dogme parfaitement inconnu à toute l'Antiquité Juive & Chrétienne, n'est ni ne peut être un Article de foi*: j'ai même pressé les conséquences plus fortement que je ne fais ici: la chose lui a

Fff 3

passé

*) 19.

**) p. 491.



passé par les mains avec l'impression de nos *Mémoires*; il avoit une forte de droit que cette Note que j'ajoutois à ma Piece ne fût point imprimée dans nos *Mémoires*. Cependant il ne m'en a point désavoué, ni là, ni dans mes *Vues philosophiques* *), & j'ose croire qu'il ne m'en désavouera point.

Le second garant est feu M. de Beausobre le Pere. Ce grand Homme, cette lumiere de l'Eglise Réformée, aussi digne, & plus digne du titre de *Pere de l'Eglise*, que la plupart de ceux que Rome en décore; ce grand homme a démontré sans-réplique, dans son *Histoire du Manichéisme* **), que des quatre ou cinq passages, tant de l'ancien que du nouveau Testament, où il s'agit de la création, il n'y en a pas un seul qui doive nécessairement s'entendre d'une création absolue; que même il n'y en a point qui ne puisse s'entendre d'une simple construction ou formation. Par exemple, ces premiers mots de la Genèse, *au commencement Dieu créa le Ciel & la Terre*, se peuvent très bien traduire, *au commencement Dieu forma le Ciel & la Terre*; ou, ce qui est bien pis pour le sentiment vulgaire, & bien mieux pour le mien, *avec la Matière, ou le Principe des choses, Dieu forma le Ciel & la Terre*. M. de Beausobre prouve que le mot que nos versions traduisent par *au commencement*, peut très bien signifier *avec la Matière*, & que le mot qu'elles traduisent par *créa* est précisément le même que Moïse emploie plusieurs fois, dans ce premier Chapitre & dans les suivans, pour exprimer la *formation* des Poissons *produits par les eaux*, & celle de l'homme *tiré de la terre*, comme chacun sait. Le passage ne prouve donc rien moins qu'une *Création absolue*, & il en est de même de tous les autres.

Les trois Théologiens célèbres, & non suspects, qui sont du même avis, & que je n'ai point encore nommés, sont, M. Zimmermann de Zurich, dans l'Eglise Réformée; le Docteur Cudworth, dans l'Eglise Anglicane; & le Père Petau, dans l'Eglise Romaine. Les deux

pre-

*) T. II. p. 386.

**) Tom. II. L. V. ch. 3. 4. & 5.



premiers reconnoissent expressement pour innocente l'erreur de ceux qui, admettant un Dieu & une Providence, ne nient que la *Création absolue*. Pour le Pere Pétau, il ne peut pas, absolument parlant, la croire innocente, parce qu'outre l'Ecriture sainte son Eglise a encore pour regle de Foi ce qu'elle appelle la *Tradition*: mais l'autorité de ce savant Jésuite n'en est que plus forte; l'aveu que l'Ecriture seule ne décide rien sur ce sujet, est tout ce dont j'ai besoin. Au reste, comme c'est M. de Beausobre qui me fournit ces trois témoignages, c'est à lui, Messieurs, que je vous renvoye.

Je ne dois point dissimuler que M. de Beausobre, & les autres, croient très fermement, que les passages de l'Ecriture doivent s'entendre au sens le plus rigoureux, sur ce raisonnement. La création absolue est une vérité démontrée par la raison, & le contraire est une erreur: donc les passages en question doivent s'entendre au sens de la vérité, & non à celui de l'erreur. Mais, on me permettra de rétorquer. La création absolue n'est, ni démontrée par la raison, ni démontrable: elle est la source des plus effroyables difficultés: elle révolte & précipite dans l'Athéisme une infinité de gens: elle fait dire les plus grandes miseres, aux génies les plus sublimes qui entreprennent de la défendre, ou qui seulement sont contraints de raisonner dans son Principe: elle rend insequentes & fausses toutes les démonstrations qu'on donne de l'existence de Dieu, parce qu'on y mêle toujours cette fausse idée de l'*Etre seul nécessaire*: en la supprimant, j'ai le bonheur au contraire moi de présenter à l'Athée la démonstration la plus propre à fixer son attention, & à lui toucher le coeur, s'il est possible: enfin je démontre que la création absolue implique, sinon en soi, du moins avec notre qualité d'*Agens réels*. Et pour comble de bonheur & de lumiere, Messieurs, il se trouve que des passages de l'Ecriture, qui sembleroient venir à la traversé désagréablement, & favoriser un préjugé très funeste, selon moi, à la Religion & à la Philosophie, ont un sens exquis, un sens autorisé, un sens même très ancien, qui détruit l'erreur & constate la vérité: donc c'est en ce sens que je suis
obligé

obligé de les entendre. Et voyez de nouveau, je vous prie, ce que c'est qu'un préjugé de moins, & une bonne cause; n'eût-on que de foibles talens. Je demande à M. Formey ce que je demanderois au vénérable M. de Beaufovre, s'il étoit vivant, & que nous eussions le bonheur de posséder ici le Pere & le Fils, comme nous avons celui d'y posséder les deux illustres Euler. Je demande: quel est le plus conséquent, de croire qu'une idée, *parfaitement inconnue à l'Antiquité Juive & Chrétienne*, est pourtant celle qu'expriment les passages dont il s'agit; ou de croire que ce n'est pas celle qu'ils expriment? C'est qu'en rendant gloire à la vérité, malgré le préjugé qu'on a, le préjugé s'en vange, & gâte la vérité; ces deux choses sont inalliables.

Mais cette discussion ne devient-elle point trop théologique? J'oublie sans doute que nos Statuts nous interdisent de pareilles matieres. C'est le reproche qu'on me fit, il y a dix ans, au sujet de mes *Pensées sur la Liberté*. A ceux qui le renouvelleroient aujourd'hui, je prendrois la liberté de demander, dût-on m'appeller un importun Questionneur; je demanderois donc, Messieurs, si l'on a lu la *Théodecte*: si l'on croit que cet immortel ouvrage de notre Fondateur, le plus grand Philosophe de son siècle; avec cela, Mathématicien, Physicien, Historien, Poète, Homme du monde, & qui plus est Courtisan; si, dis-je, on croit que cet ouvrage fût propre pour nos lectures Académiques. Qui oseroit le nier? Hé bien, qu'on me dise de bonne foi, si, traitant le même sujet, & mené par le sujet jusqu'aux confins de la Métaphysique, je fais sur la Théologie qui y avoisine, plus d'excursions, & moins à propos que n'a fait Leibnitz. Nous ne devons point traiter les matieres en Théologiens; mais, lorsque les discussions délicates où nous sommes contraints d'entrer, semblent blesser les principes de la saine Théologie, ou plutôt de la Religion, il est de notre devoir de nous justifier, & tout ce qui est propre à notre justification est dans l'ordre de nos Statuts. Ou bien il ne faut point de Classe de Métaphysique dans une Académie, ni même d'Académie dans un Etat; à moins que ce ne soit de ces Académies de Sonnets



nets & de Madrigaux: l'Italie en fourmille, & un Galilée n'y a rien à craindre.

Supposons ici Galilée, ou, pour remonter plus haut, Copernic lui-même. Toute la Terre est encore dans le préjugé de se croire sottement le centre du Monde; & la Théologie du tems appuie de toute sa force cette sottise Erreur, qu'elle croit très essentielle à la Religion. Vingt passages de l'Ecriture pris trop à la lettre vont anathématiser notre Astronome. Cela ne lui ôte point le courage de vous proposer, Messieurs, ici, dans cette Académie, ce qu'il croit le vrai Systeme de l'Univers. Trouveriez-vous mauvais, que pour prévenir un soulèvement injuste, il essayât de concilier ce Systeme avec l'Ecriture, puisque la chose n'est pas impossible? Mais, s'il avoit le bonheur, que des Théologiens du premier mérite, & des plus accrédités parmi vous, eussent démontré depuis peu, & déclaré, „qu'à la vérité le mouvement de la Terre est une *grossiere Erreur*; mais qu'elle „est innocente; qu'elle n'a rien d'impie, ni même d'hérétique; que „c'étoit l'idée de toute l'Antiquité, non seulement Payenne, *mais même Juive & Chrétienne*; & qu'enfin, si vingt passages de l'Ecriture „disent que la *Terre est stable*, ces mêmes vingt passages disent aussi „qu'elle *roule fort vite*, & que ce qui décide la *stabilité*, c'est seulement qu'elle est plus conforme à la raison.“ Ne jugez-vous pas que Copernic seroit un bien mal-adroit défenseur de son Systeme, s'il ne tiroit avantage d'un pareil aveu? Croyez-vous que cette discussion d'un quart d'heure fût étrangère au sujet, & nullement Académique?

Pesez sérieusement, Messieurs, les paroles par où je vais finir. Il s'agit de voir si la vérité est faite pour le Siecle où je parle: pour moi, je n'y vois pas grande apparence. Sans prétendre être aussi bon Métaphysicien que Copernic étoit bon Astronome, & sans décider que mon Systeme soit appuyé sur d'aussi bonnes raisons que le sien, je ne laisse pas d'avoir dans le parallele des avantages infinis. Il n'y avoit peut-être pas au siecle de Copernic deux mortels qui crussent comme lui le mouvement de la Terre; & moi, je ne suis pas aujourd'hui le



cent-millième peut-être, qui pense que la Métaphysique & la Religion sont dans les entraves d'un faux principe, d'où naissent les plus fâcheux inconvéniens. Copernic ramenoit un Systeme dont on ne trouve de foibles traces que dans l'Antiquité Payenne; & moi, j'en ramene un qui a été celui de toute l'Antiquité, *même Juive & Chrétienne*. Copernic ramenoit un Systeme qui révolte naturellement tous les hommes; & moi, j'en ramene un dont le contraire révolte si bien, que c'est le sujet des lieux communs perpétuels de ceux qui le soutiennent. Copernic ramenoit un Systeme dont on ne pouvoit entrevoir alors l'utilité réelle, puisque c'est encore aujourd'hui même un paradoxe inconcevable pour une infinité de gens d'ailleurs très éclairés, comment ce Systeme est vrai, & comment il a perfectionné la Géographie & la Navigation: & moi, je ramene un Systeme dont tout le monde convient que, s'il est vrai, il délivre la Métaphysique & la Religion de ses plus cruelles difficultés. Copernic a contre lui un plus grand nombre de passages de l'Ecriture, tous positifs, tous n'ayant qu'un sens, & dont l'unique solution est de dire, qu'il ne faut pas les prendre au pied de la Lettre; que le saint Esprit a parlé vulgairement; que son dessein n'a pas été de nous enseigner, ni l'Astronomie, ni la Physique: & moi, j'ai le bonheur que, dans le petit nombre de passages qu'on m'oppose, le saint Esprit enseigne précisément la vérité dont je prens la défense; leur sens naturel est le mien; il n'a pas fallu moins, pour le faire méconnoître, que le génie, forger de mythes, de ceux qui ont insensiblement trouvé la Transsubstantiation, dans les paroles, *Ceci est mon Corps*. Il est même visible qu'il y a moins loin de la Transsubstantiation à ces paroles, *Ceci est mon Corps*, que de la création de rien à celles-ci, *Au commencement Dieu a formé le Ciel & la Terre*. Et que sera-ce si l'on traduit, *de la Matière, ou du Chaos, Dieu a formé le Ciel & la Terre?* Copernic étoit contraint d'éluder lui-même, de son mieux, les passages qu'on lui opposoit, & l'on étoit en droit de lui dire; qui êtes-vous? Vous êtes bien téméraire, de prétendre que le saint Esprit *parle vulgairement*, & de vouloir *restrindre* le sens de ses paroles à votre fantaisie! Et moi, j'ai le bonheur que ce
sont

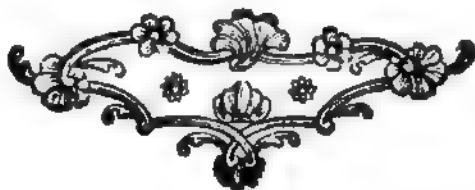


sont des Théologiens célèbres, & non suspects, qui m'offrent une interprétation ancienne, & même la plus ancienne, à laquelle je n'ai d'autre part que de l'adopter. On ne peut m'accuser, ni de témérité ni de suffisance: en ce qui seroit moins de mon ressort, je ne parle que d'après les Théologiens les plus consommés, qui ont rendu gloire à la vérité sans le moindre intérêt. Copernic, Chanoine de Warmie, payé par l'Eglise pour remplir les devoirs de sa Prébende, ne pouvoit que scandaliser par des occupations & une opinion, qui devoient paroître aussi extravagantes, que contraires aux sentimens actuels de toute l'Eglise & de tout le genre humain. Pour moi, qui ai quitté Famille & Patrie pour la recherche de la vérité, moi Membre de l'Académie de Berlin & de sa Classe de Métaphysique, appelé par mon état aux méditations où je me livre, & y apportant depuis douze ans tous les tempéramens imaginables; de quel droit me chicanera-t-on sur un plus ou sur un moins d'une prétendue Orthodoxie? Copernic étoit d'une Religion, qui outre l'Ecriture admet encore des Traditions, des Peres, des Conciles, des Papes; & tout cela étoit contre lui. Moi, je suis d'une Religion, qui est la vôtre, dont les principes me donnent autant de droit qu'à Luther & à Calvin, d'interpréter l'Ecriture selon ma conscience; à moins que cette liberté acquise par tant de sang ne soit anéantie, & que nous n'ayons que changé de chaînes. Enfin, Copernic a vécu dans un Siècle, & dans un pays, où régnoit une crasse ignorance avec une superstition grossière; & moi, c'est au Siège, c'est à l'heureuse Epoque, où la Philosophie sur le Trône nous invite tous à penser, Messieurs, si nous sommes capables de penser!

L'Auteur de la *Pluralité des Mondes* dit en plaisantant, que Copernic se tira habilement d'affaire en mourant le jour même que son Livre fut publié. Mais, dans le siècle suivant, le pauvre Galilée presque septuagénaire, ne dut son salut qu'à une honteuse rétractation; & c'est un de ces procédés crians, que nous ne cessons de reprocher à la tyrannie de l'Eglise Romaine. Cependant, je ne crains point d'a-



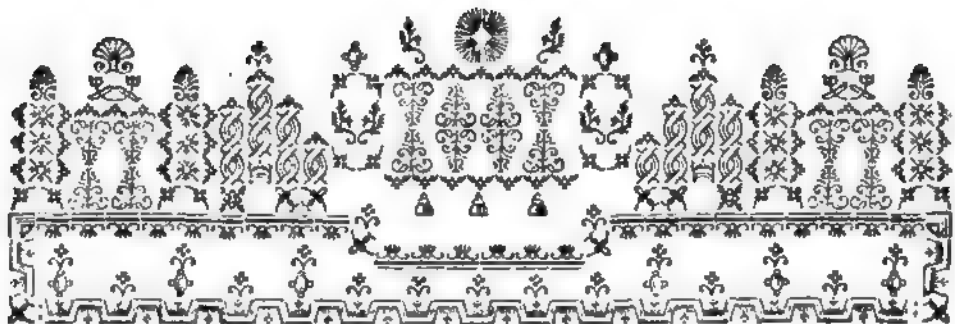
vancer, Messieurs, sur la différence des conjonctures, que la persécution morale à laquelle mon Hypothèse pourroit bien être exposée, les faux rapports, les imputations odieuses, les tracasseries (j'espère qu'il n'y aura rien de plus) seront quelque chose de plus flétrissant pour nos Concitoyens, que n'est pour Rome l'affaire de Galilée. Car enfin, ne dissimulons rien; indépendamment des autorités qu'il contredit, le Systeme de Copernic a des points de vue, qui ne sont rien moins que favorables, je ne dis pas au Christianisme entendu comme il doit l'être, mais à la plupart des Sectes du Christianisme, à toutes celles qui se piquent trop d'une rigoureuse Orthodoxie, à la Catholique par conséquent. Voyez vous; telles choses qu'on peut croire sur une Terre, centre d'un petit Monde où tout roule à son service, ne deviennent guere probables sur une petite Planete, confondue parmi d'autres dans la vaste étendue de la Sphere de notre Soleil, qui n'est elle-même qu'un point, un atome d'un Univers immense. Soyez persuadés, que cette pensée, quoiqu'à tort, a conduit bien des gens à une incrédulité totale, parce que, quand on secoue une fois le joug de la crédulité, on n'y garde point de mesures. Au contraire, je défie que les conséquences de mon Hypothèse menent à l'incrédulité qui que ce soit: elles ne peuvent que la prévenir; & regagner à Dieu ceux que les seules difficultés de la *Création absolue* en tiennent écartés; & le nombre en est fort grand. Dès qu'on voit clairement, que Dieu n'est point l'*Auteur du Mal*, & que nous pouvons être *Agens réels*, on respire; & ces peines d'esprit levées, il est facile de prêter l'oreille à la voix de la Religion.



M É M O I R E S
D E
L'ACADÉMIE ROYALE
D E S
S C I E N C E S
E T
B E L L E S - L E T T R E S.

C L A S S E
D E B E L L E S - L E T T R E S.





R É F L E X I O N S
S U R
L E S S P E C T A C L E S.

PAR M. FORMEY. *)

Je n'ai pas dessein de traiter ce sujet dans toute son étendue, puisque nos meilleurs Ecrivains viennent de s'acquitter de cette tâche, & qu'ils ont déployé à cette occasion tous les efforts de leur génie. Je ne prétens pas non plus examiner les raisons pour & contre les Spectacles qui se trouvent dans les derniers Ouvrages publiés sur ce sujet. Cette matiere devient trop rebattue, & paroît à peu près épuisée. Mais ce qui m'a déterminé au choix de ce sujet, c'est un Ecrit du siècle passé, composé par un des plus célèbres Auteurs de son tems, & dont je suis surpris qu'aucun de nos modernes n'ait fait mention. Il le méritoit cependant, sinon par sa force, au moins par la singularité de plusieurs idées qui s'y trouvent. Je veux parler du *Traité de la Comédie*, qui fait partie du Tome III. des *Essais de Morale* de M. Nicole. Le hazard me l'ayant fait relire il y a quelque tems, cette lecture m'a conduit à quelques réflexions qui feront la matiere de ce Mémoire.

La



La premiere remarque de *M. Nicole*, c'est qu'il n'y a point eu d'Apologiste des Spectacles avant le siecle où il écrivait; & cela, ajoute-t-il, „parce que les autres siecles étoient plus simples dans le bien „& dans le mal, & que ceux qui faisoient profession de piété témoignoient une horreur constante pour les spectacles profanes.“ Si cet habile Ecrivain avoit considéré son siecle plus attentivement, il se seroit apperçu qu'on pouvoit, sans le noircir & le décrier, justifier le changement de ses idées par rapport aux Spectacles. Pour cet effet, il falloit tracer leur histoire, & en marquer exactement les périodes. D'abord les Spectacles passerent du Paganisme au Christianisme, & tinrent pendant longtems de leur origine. On a même prétendu qu'ils avoient fait partie des cérémonies sacrées des Payens & que ce fût la principale raison qui engagea les Peres à tonner contr'eux, & les Conciles à les frapper d'anatheme. Il est évident que ce premier âge des Spectacles n'a rien de commun avec ceux qu'on représente aujourd'hui; & que les Pieces où il regne encore des idées empruntées du Paganisme, comme *Amphitryon* & presque tous les Opéra, bien loin de favoriser cette Religion, la décréditent de plus en plus, & en découvrent toutes les absurdités.

De cette extrémité on se jeta dans celle qui étoit diamétralement opposée. Les Spectacles avoient fait partie du Culte Payen: on voulut les mettre dans les mêmes relations avec le Culte Chrétien. On sçait que les anciennes Pieces du Théâtre François étoient des morceaux de l'Histoire Sacrée, & que les Mythes de la Passion en particulier étoient joués de la maniere la plus indécente. *M. de Fontenelle* & *Mrs. Parfait* ont fourni à cet égard tous les détails nécessaires. Les abus crians de ce genre dramatique engagerent à l'abolir. Il ne peut donc entrer pour rien dans la censure de *M. Nicole*, puisqu'il n'existoit plus, & que les Spectacles de son tems ne ressembloient en rien à ceux dont je viens de parler.

Vint ensuite la Comédie proprement ainsi dite, mais libre, ou plutôt licencieuse, telle qu'on la voit dans les Pieces de *Jodelle*, de
Gar-



Garnier, de Hardy & de Rotrou. Ecoutons M. de Fontenelle: „Nul scrupule sur les mœurs, ni sur les bienséances. Tantôt on trouve une Courtisane au lit, qui par ses discours soutient assez bien son caractère. Tantôt l'Héroïne de la Piece est violée. Tantôt une Femme mariée donne des rendez-vous à son galant. Les premieres caresses se font sur le Théâtre; & de ce qui se passe entre les deux amans, on n'en fait perdre aux spectateurs que le moins qu'on peut.“ *Voilà certainement*, avoit-il dit plus haut, *d'étranges mœurs. Il ne paroît pas cependant que personne en ait été scandalisé.* Par ce mot *personne*, il faut entendre les Séculiers, la Cour, la Ville; car d'ailleurs l'Eglise continuoît toujours à proscrire les Spectacles, & l'on ne doit pas douter qu'il ne restât un petit nombre de personnes éclairées & pieuses qui en sentoient les inconvéniens. J'avoue que, lorsque M. Nicole écrivoit, cet âge de la Comédie venoit à peine de finir, qu'il s'en trouvoit quelques traces dans les premieres Pieces de *Corneille*, & que d'autres Auteurs donnoient souvent au Théâtre des Pieces qui avoient besoin d'être encore épurées. Cependant il auroit pu déjà découvrir la possibilité d'un Théâtre repurgé, & sentir que plusieurs des Pieces qu'on jouoit de son tems, avoient une décence & une régularité, qui, poussées encore à quelques degrés, suffisoient pour transformer le Théâtre en une Ecole de mœurs.

Mais voici la grande raison qui a fait tenir à M. Nicole le langage qui regne dans son Traité; raison qui arrête & jette encore aujourd'hui dans l'embarras tous les Ecrivains de la Communion Romaine, lorsqu'ils respectent les principes de leur Eglise. C'est cette contradiction qu'on ne se met point en peine de lever, en vertu de laquelle tout le monde va sans scrupule aux Spectacles, & met ce plaisir au nombre des plus vifs & même des plus innocens de la vie, tandis que les Acteurs & les Actrices, frappés d'excommunication, privés de sépulture, sont tout à la fois des personnes adorées & flétries. On a dit à cet égard tout ce qu'on pouvoit dire, & je n'ai rien à ajouter. Mais il n'est pas surprenant que l'Ecrivain de Port-Royal, qui a vécu



avant toutes ces discussions, qui ne connoissoit presque le Théâtre que de réputation, dans un tems où sa réputation, n'agueres très mauvaise, étoit encore tout à fait équivoque; enfin qui étoit attaché à une Secte de Rigueuristes bien voisine du fanatisme; il n'est pas surprenant, dis-je, que M. *Nicole*, placé dans ces circonstances, ait voulu traiter les partisans des Spectacles, comme Samson traita les Philistins, en les écrasant sous les ruines du Théâtre. Jusques-là donc je ne serois pas surpris de son zele; mais je le suis que ce zele ait produit un effet, à la vérité assez ordinaire dans ceux qui poussent trop loin cette disposition; c'est de lui faire oublier les regles de la Logique, & de le jeter dans les assertions les plus gratuites.

Et d'abord tout ce qu'il dit pour prouver que la Comédie, par sa nature même, est une Ecole & un Exercice du Vice, tombe dès qu'on produit des Pieces dramatiques qui combattent au contraire le Vice, & qui concourent, pour ainsi dire, avec les Sermons aux progrès de la Vertu. *L'Avare* & le *Tartuffe* ne tendent-ils pas à déraciner deux des vices les plus odieux? Le *Glorieux* & le *Philosophe marié* ne sont-ils pas propres à guérir les hommes des travers les plus déraisonnables? Mais, du tems de M. *Nicole*, on n'avoit encore que des Pieces d'intrigue, tirées pour la plupart du Théâtre Espagnol; les Pieces de caractère sont venues plus tard; & celles qu'on peut nommer de sentiment, (le Comique attendrissant,) sont encore plus récentes. Si notre Moraliste avoit assisté aux représentations de quelques Pieces de Mrs. *de la Chaussée* & de *Boissy*, ou à la *Célie* de Madame de *Grasigny*, je pense qu'il auroit été, sinon détrompé, au moins ému & ébranlé.

Mais, à s'en tenir aux Pieces mêmes qu'il a en vue, aux Pieces d'intrigue, où tout roule sur quelque *amourette*, que divers obstacles traversent, & dont le dénouement est un mariage, il me paroît pousser les choses beaucoup trop loin; & il fait là dessus une sortie contre l'Amour, qui est des plus singulieres. „La passion de l'Amour, dit-il, est la plus forte impression que le péché ait faite sur nos ames:

„ce



„ce qui paroît assez par les désordres horribles qu'elle produit dans le „Monde; & il n'y a rien de plus dangereux que de l'exciter, de la „nourrir, & de détruire ce qui la tient en bride, ce qui en arrête le „cours. Or ce qui y sert le plus est une certaine horreur que la coutume & le bonne éducation en imprimant, & rien ne diminue davantage cette horreur que la Comédie?“ Voilà de terribles paroles: mais sortent-elles de la bouche d'un Philosophe, d'un Théologien même, qui parte de principes solides & de notions distinctes: ou plutôt ne faut-il pas les regarder comme échappées à un Solitaire bilieux, dont le cerveau est en fermentation? Quoi! l'amour, le penchant d'un sexe pour l'autre, est l'effet & la suite du péché! Adam innocent n'auroit pas aimé sa femme innocente! Un mari vertueux pèche quand il aime une femme, non seulement vertueuse, mais aimable, attrayante! Un Amant ne sauroit dans des vues légitimes sentir une vive passion pour l'objet qu'il recherche! Il ne s'agit, ni des extravagances, ni des crimes de l'Amour: il faut en considérer seulement le fonds, l'essence, & les déterminations qui en résultent dans tous les individus, pour décider ensuite si la coutume & la bonne éducation impriment de l'horreur pour l'amour, s'il convient d'en déraciner le principe dans les coeurs; & si, tout au contraire, ce ne seroit pas aller directement contre les vues de la Nature & de la Providence, que d'affoiblir simplement, bien loin qu'on doive chercher à la détruire, une impression à laquelle tiennent tout à la fois la conservation de l'espèce, & l'un des plaisirs les plus doux & les plus légitimes que l'on puisse goûter ici bas.

Quoique la dernière Piece que M. de Voltaire vient de mettre au Théâtre (en 1760) ne soit peut-être pas égale à celles qu'il a données dans la force de son âge, j'y renverrois cependant M. Nicole, s'il étoit au monde, pour se convaincre que l'amour peut être proposé aux Citoyens qui fréquentent les Spectacles, comme le modèle le plus digne d'imitation. Cette Piece est intitulée *Tamercle*; & ce *Tamercle* n'est pas celui du Tasse, c'est un Chevalier Sicilien, un Héros de la trempe de nos anciens Chevaliers.

Aménide, son Epouse, & l'Héroïne
Hhh 2 de



de la Piece est la Vertu personifiée; l'Amour chez elle est l'honnêteté même, le devoir. L'honneur, surtout cet honneur délicat qu'offense le défaut d'estime, est le principe du courage de cette Héroïne; elle brave tout pour déromper son Epoux qui la soupçonne, & succombe enfin à la joye d'être justifiée à ses yeux. *Tancrede* à demi-mort, qui reconnoit la fidélité d'Aménaïde, expire aussitôt; & *Aménaïde*, en passant subitement de l'inquiétude de lui survivre avec une tache, au plaisir d'en être reconnue fidele, & à la douleur de le voir expirer, tombe dans l'épuisement causé par ces trois passions, qui absorbe ses forces, & rend l'ame aux genoux de *Tancrede*: tout le monde fond en larmes à un aspect aussi touchant. Se peut-il un plus bel exemple de fidélité conjugale, une plus forte leçon pour les Epoux défiants & dominés par la jalousie! Quelle impression dangereuse peut-on remporter d'un pareil Spectacle? L'esprit y est instruit, le coeur y est touché; & si les sens sont flattés, où est le précepte qui défend de leur accorder la jouissance de semblables plaisirs? Ne peut-on pas même dire que, plus on y prendra de goût, plus on reviendra des plaisirs grossiers, brutaux & deshonorans?

Continuons à suivre notre Moraliste. Quand même on n'arriveroit dans les Pieces de Théâtre qu'au mariage, & qu'on n'y représenteroit que des passions légitimes, cela ne le contente point, *parce que*, ce sont ses termes, *encore que le mariage fût un bon usage de la concupiscence, elle est néanmoins en soi toujours mauvaïse & déréglée; & il n'est pas permis de l'exciter, ni dans soi-même, ni dans les autres.* Je cherche un sens à ces paroles, & je n'y en trouve point, au moins qui soit raisonnable. Pour se marier suivant les vues de la Nature, (car je ne parle point des mariages d'intérêt, de politique, &c.) il faut s'aimer, se desirer, vouloir être unis réellement & physiquement. Sans ce desir, & même s'il n'étoit très vif, le Monde finiroit. Il y a tant d'inconvéniens attachés au mariage, c'est un joug si pesant, une carrière semée de tant d'épines, même pour les couples les plus heureux, que personne n'en courroit les risques, si l'attrait le plus

puif.



puissant de tous n'y sollicitoit, n'y déterminoit invinciblement. Est-ce là ce que M. Nicole nomme la *concupiscence*; & est-il fondé à dire qu'elle est toujours mauvaise *en soi* & dérégulée? Il falloit exprimer précisément le contraire: *en soi* elle est toujours bonne & réglée, comme le sont toutes les passions, tous les penchans, tous les instincts naturels; mais elle peut devenir, de même que toutes les autres passions, un état violent & défordonné, un délire, une fureur. Alors il s'agira de décider, si le Théâtre l'enflamme effectivement, & la fait sortir de ses justes bornes. C'est assurément ce qui n'est jamais arrivé à ceux qui ont assisté aux représentations de *Polyculte*, de *Cinna*, d'*Andromaque* & de *Britannicus*, d'*Alzire* & de *Zaire*, non plus qu'à celles du *Misanthrope*, des *Femmes savantes*, & des bonnes Pièces Comiques qui ont paru depuis *Molière*. La Tragédie attendrit, la Comédie égaye: on se retire satisfait du Spectacle: & si l'on a retenu les plus beaux endroits, ces endroits, généralement parlant, ne renferment aucun germe de corruption. Je dis, généralement parlant, car je ne prétens pas justifier sans exception tout ce qui se dit au Théâtre. Cela n'est pas possible, mais aussi cela n'est pas nécessaire. S'il falloit s'abstenir de tout ce qui n'est pas entièrement exempt de défaut & de danger, il faudroit se séquestrer des Sociétés, ne se mêler d'aucune conversation, ne lire aucun Ouvrage de goût & d'agrément; car il se glisse partout des traits, des maximes, qui sont nuisibles, ou peuvent le devenir à ceux qui en abusent. Mais je ne crains pas de dire qu'il y a moins de danger à voir pendant deux ou trois heures la représentation d'une belle & bonne Pièce de Théâtre, qu'à se trouver le même espace de tems dans les trois quarts des Sociétés ordinaires, ou à lire la plupart des Livres les mieux écrits & les plus estimés. Je sçais bien qu'on éviteroit tous ces dangers en se réfugiant dans une solitude pareille à celle de Mrs. de Port-Royal, ou en se faisant Chartreux. Mais est-ce là la vocation de l'homme raisonnable? Est-ce même celle du Chrétien le plus attaché à sa Religion? C'est ce que tous les *Nicoles* du monde ne prouveront jamais.



Aussi des Docteurs de sa propre Communion, encore avant la fin du siècle passé, ont tenu un langage fort différent du sien, & qui s'accorde avec le nôtre. Je trouve dans le mois de Décembre, 1695, de l'*Histoire des Ouvrages des Savans*, par M. Bafnage de Beauval, l'Extrait de la *Lettre d'un Théologien, consulté pour savoir, si la Comédie peut être permise, ou doit être absolument défendue?* Cette Lettre de 70 pages in 12. fut imprimée à Paris, chez Guignard. L'Auteur, après plusieurs réflexions fort judicieuses, dit qu'il faut toujours distinguer la bonté des choses que l'on corrompt d'avec la malice des corrupteurs, l'abus que les hommes font de tant d'objets n'étant point une raison de les proscrire. „La Société, continue-t-il, le commerce du monde, „offre bien plus d'occasions à ces coeurs si prompts à s'enflammer, & „si susceptibles des passions, que la représentation d'une Comédie. C'est „là que la vertu trouve tant d'écueils, & qu'elle fait si souvent nau- „frage. Faut-il pour cela s'exiler du monde, pour s'occuper unique- „ment de son salut, & pour n'être point distrait par tant d'objets si „capables de nous séduire? Il s'ensuivroit qu'une femme, parce qu'elle est belle, est obligée en conscience de se cacher, de peur d'allumer des desirs criminels, ou qu'il faudroit la séquestrer de la vue des „hommes pour le salut du genre humain, afin qu'elle ne fût point un „objet funeste de tentation. Faut-il, disoit *Lycurge*, arracher toutes „les vignes à cause de l'intempérance des yvrognes? Il n'est donc pas „juste de faire cesser la Comédie, ni de se priver d'un divertissement „honnête, sous prétexte que des personnes foibles, ou peut-être déjà „amollies & efféminées par la volupté, en peuvent faire un mauvais „usage. On n'est pas obligé à retrancher, pour l'amour d'elles, l'amusement le plus agréable des gens d'esprit, ni à abolir ce que la Comédie a d'ingénieux & d'instructif en faveur des esprits mal disposés, qui „y cherchent des excuses à leur dérèglement. L'esprit humain ayant „besoin de relâchement (*arcum non semper tendit Apollo,*) & de reprendre de nouvelles forces dans le repos, la Comédie est un plaisir „légitime & permis.“ Ainsi pensoit & s'exprimoit un Théologien dont j'ignore le nom, & qui certainement n'a pas eu autant de réputation



sation, quoiqu'il lui fût supérieur, au moins à en juger par le parallèle de leurs raisonnemens sur le sujet en question.

La même question fut agitée peu de tems après en Angleterre. Les deux Tenans étoient Mrs. Collier & Dennis *). Le premier peut être appelé un Antagoniste furieux des Spectacles: il est vrai qu'il en veut à ceux d'Angleterre, où il se trouve en effet des irrégularités & des indécences qu'on ne sauroit justifier. M. Dennis répond de son mieux, & se sert au moins de bonnes raisons pour prouver la possibilité & l'utilité des Spectacles décens.

Revenons au Traité que j'examine. Ce qui suit devient toujours plus extraordinaire, & en le lisant on a peine à en croire ses propres yeux. La Comédie est un divertissement damnable, parce qu'il anéantit le devoir de la vigilance Chrétienne, & que personne ne s'est jamais avisé de s'y préparer par la priere. *Risum teneatis*. Quoi! tout divertissement est interdit, dès qu'on ne peut le commencer & le finir par une priere! Cela me rappelle ces questions bizarres qui se trouvent dans quelques Casuistes, & que je n'ose rapporter qu'en Latin: *Num inter naturalis debiti & conjugalis officii egerium liceat psallere, orare, &c.* Répondons pourtant sérieusement. 1. La vie d'un homme de bien est une priere continuelle, & même la seule agréable à l'Être supreme. Celle d'un Chrétien est conforme au précepte apostolique: *soit que vous mangiez, soit que vous buviez, quoique vous fassiez, que ce soit pour la gloire de Dieu.* 2. Pourquoi feroit-on plus de mal en allant à la Comédie sans avoir fait sa priere, qu'en s'amusant à la paume, au billard, en prenant toute autre récréation, qui n'est pas ordinairement précédée d'un acte invocatoire? 3. Pourquoi, si on le vouloit, ne pourroit-on pas faire une priere avant que d'aller au Spectacle, tout comme on en fait une en se mettant à table? Le fonds en seroit à peu près le même; on rendroit graces à Dieu des biens, des plaisirs qu'il nous accorde: & on le suppleroit de nous préserver de

tout

*) Voyez les Extraits de leurs Ecrits dans l'Histoire des Ouvrages des Savans, Tom. XIV. p. 215. & 292.



tout abus, de tout excès. 4. Enfin, ou la vigilance Chrétienne ressemble aux pratiques de ces Orientaux, qui s'occupent à regarder sans interruption le bout de leur nés, & qui sont au désespoir quand on le leur fait perdre de vue; ou bien elle permet toutes les récréations honnêtes proportionnellement au besoin que nous pouvons en avoir. Tout reviendra donc à la première & unique question: S'il est malhonnête, criminel d'aller au Spectacle? Ou encore plus précisément: Si la Tragédie, la Comédie, sont des Spectacles mauvais & dangereux? Or nous nions cette dernière assertion, mais avec les restrictions déjà indiquées, c'est à-dire, en bannissant pour jamais du Théâtre les Pièces que la Morale & la Religion s'accordent à condamner.

Je regarde comme un pur Sophisme l'argument sur lequel M. Nicole s'appuie. „Si les personnes qui vivent dans la retraite & dans „l'éloignement du monde, ne laissent pas de trouver de grandes difficultés dans la Vie Chrétienne, au fond même des Monastères; quelques-uns peuvent être les playes & les chûtes de ceux qui, menant une vie „toute sensuelle, s'exposent à des tentations, auxquelles les plus forts „ne pourroient pas s'empêcher de succomber!“ Il n'y a presque pas un mot ici qu'on ne puisse relever. Les Solitaires croient fuir les tentations: ils les attirent en quelque sorte, & les rendent insupportables. L'Homme n'est jamais en plus mauvaise compagnie qu'avec lui-même, lorsqu'il se livre à une retraite forcée, pour laquelle la Nature ne l'a point formé, & dont la Religion ne lui fit jamais un devoir. Comme on a dit que le chagrin montoit en croupe, & galoppoit avec celui qui vouloit l'éviter, on peut dire de même que tous les penchans vicieux, toutes les agitations de la chair & des appétits sensuels se réveillent avec plus de force dans ceux qui ont rompu commerce avec le Monde, que dans ceux qui y vivent, s'y occupent utilement & s'y amusent honnêtement. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à lire dans la vie de quelques pieux Solitaires les remèdes étranges auxquels ils ont eu recours pour éteindre un feu qui les dévorait jusqu'aux os. Quant aux Monastères, ils ne furent jamais le séjour de la tranquillité, du détachement



chement du Monde, & des vertus sublimes. Tout y est intrigue, cabale, haine, envie, désunion: tous les vices de l'esprit y regnent, & & ceux de la chair n'en sont rien moins que bannis. *M. Nicole* a donc grand tort s'il croit se servir ici de l'argument à *majori ad minus*, & pouvoir dire: Si les Solitaires & les Moines ont tant de peine à faire leur salut, comment se sauveront ceux qui vont à la Comédie? Je ne ferai point difficulté de dire qu'ils se sauveront plus aisément; qu'un Magistrat qui aura rendu exactement la justice, un Savant qui aura fait de bonnes études dans son Cabinet, & tout Homme qui se fera bien acquitté de ses devoirs, pendant huit ou dix heures de la journée, sera mieux disposé pour le salut, lorsqu'il aura passé deux heures à la Comédie, qu'un Prieur qui, après avoir chanté Matines, Vêpres & Complies, fera enrager ses Moines, ou des Moines qui feront enrager leur Prieur. C'est réellement ne connoître, ni le Monde, ni la Religion; c'est ne voir les objets que par une lucarne, ou de dessous un capuchon, que de juger & raisonner comme le fait ici notre Auteur.

L'autre partie de son raisonnement est tout aussi fausse. Aller à la Comédie, selon lui, c'est mener une vie toute sensuelle, & s'exposer aux plus fortes tentations. Pure pétition de principe, qu'il est superflu de réfuter. Il faut de la récréation à l'homme; car je ne fais point ici l'apologie des fainéans & de ceux qui font leur tout des Spectacles; je parle de l'Homme laborieux & utile à la Société; il lui faut de la récréation, je ne crois pas qu'on veuille me le nier; & dès-là je dis qu'il y a à parier que la plus innocente & la plus utile des récréations qu'il peut prendre, est celle d'un Spectacle décent, & qu'un tel Spectacle n'est point une chimere, qu'il existe réellement.

Cela posé, *M. Nicole* peut continuer tout à son aise, en ajoutant „que la Comédie est une tentation recherchée de gayeté de coeur; qu'il „y a de la témérité, de l'orgueil, de l'impiété, à se croire capable de „résister sans la grace aux tentations que l'on rencontre dans la Comé- „die; qu'il y a de la présomption & de la folie à croire que Dieu nous „délivrera toujours par sa grace d'un danger où nous nous exposons vo-



„lontainement & sans nécessité.“ Cet entassement de paroles & d'exagérations renferme toujours les mêmes idées, c'est à dire, des suppositions parfaitement gratuites.

Ne croyons pas cependant que notre Moraliste soit au bout de ses ressources; il en appelle une bien puissante à son secours, c'est le Diable. Les hommes ont aimé de tout tems à le faire intervenir dans les affaires de ce Monde; & comme on dit, *Deus ex machina*, on pourroit dire en une infinité d'occasions où l'action diabolique est mise en jeu: *Diabolus ex machina*. Je ne prétens contester, ni l'existence de ce malin Esprit, ni les opérations que l'Ecriture lui attribue. Mais nous vivons dans un siècle trop éclairé pour que je fasse difficulté de dire que le Diable ne se mêle pas plus de tout ce qu'on ne cesse de lui imputer, qu'il s'étoit mêlé de la possession des Religieuses de Loudun. Quand même il auroit, si j'ose m'exprimer ainsi, la clef des champs, je ne crois pas qu'il s'amusât à toutes les niaiseries que lui ont fait faire les Auteurs de certaines *Démonomanies*, entr'autres de celle de *Macon*, Livret qui a eu beaucoup de vogue autrefois, & qui est le récit des espiègleries que le Diable faisoit dans la maison d'un vieux Ministre de cette Ville, nommé *Perrault*. On a soupçonné avec raison que c'étoit le jeu ou l'intrigue d'un valet & d'une servante qui vouloient écarter leur Maître, afin d'avoir les coudées franches. Et c'est de semblables fourberies qui ont été le dénouement de toutes les scènes de cette nature, quand on a voulu les approfondir. On en peut voir des exemples dans un Roman bien écrit, qui a pour titre: *La Fausse Clélie*.

Mais ceci tient de la digression: il s'agit de la part que le Diable a aux Spectacles. Les anciens Peres de l'Eglise l'y ont fait intervenir, surtout dans les Danses publiques, & ont dit que c'étoit lui qui faisoit mouvoir les pieds des Danseurs & des Danseuses. Ceci remonte à cette première Epoque des Spectacles dont j'ai parlé, & où ils étoient encore infectés de l'idolâtrie & de la corruption des mœurs qui avoient régné dans le Paganisme. Si l'on veut appeller diabolique tout ce qui tend à dépraver les hommes, parce que cela s'accorde avec les vues du Démon



mon, le premier de tous les séducteurs; je conviendrai que les Peres avoient raison d'employer les motifs les plus forts pour engager les Chrétiens à se préserver de cette contagion. Qu'on lise seulement le récit des fêtes qui se célébroient dans le Bocage de Daphné près d'Anzioche, on verra qu'elles étoient dignes d'adorateurs & d'esclaves du Démon. Mais il y a bien du chemin à faire de là jusqu'à l'état présent des Spectacles; & il seroit aussi difficile de prouver par le fait que par le droit, que le Diable préside ou doive présider à la représentation des Pièces que nous avons indiquées, & de celles qui leur ressemblent. Il ne trouveroit assurément pas son compte à celle du *Tartuffe*: son intérêt est que les hommes soyent faux & imposteurs: démasquer, confondre l'hypocrisie, c'est détruire son règne. Ainsi, sans comparer la Comédie à l'Evangile, il faudroit pourtant convenir qu'elle seroit dans le même cas, c'est à dire, que si on l'attribuoit à Satan, il en résulteroit qu'il est opposé à lui même. On peut donc regarder comme de pures & puériles déclamations ce que dit *M. Nicole*, que la Comédie ruine les remparts qui fermoient l'entrée de notre ame au Diable, & qu'alors il y entre facilement; & que, quand même la représentation d'une Comédie n'exciteroit pas d'abord quelque mauvaise pensée en nous, le Diable sçaura bien prendre son tems, quand il trouvera l'occasion favorable, pour faire germer les semences imperceptibles qu'elle aura jettées dans nos coeurs, & leur faire porter des fruits de mort.

Le reste du Traité de notre Moraliste porte également à faux. Il se propose d'y prouver qu'il est impossible d'aimer Dieu, de mener une vie Chrétienne, de vaquer à la priere, de rendre à J. C. ce qu'on lui doit, dès qu'on fréquente les Spectacles. Qu'on juge de son enthousiasme à cet égard par le passage suivant: „Ne seroit-ce pas se „moquer de Dieu & des hommes, que de dire que l'on va à la Comé- „die pour l'amour de J. C? Oferions-nous lui offrir cette action, & „lui dire: Seigneur, c'est pour vous obéir que je veux aller à la Co- „médie; ce sera votre esprit qui m'y conduira; ce sera vous qui se-



„rez le principe de cette action: c'est par votre Croix que vous me „l'avez méritée? Y a-t-il quelqu'un assez aveugle, ou endurci, pour „pouvoir souffrir sans horreur l'impiété de ce langage.“ C'est peut-être pousser les choses trop loin que de mêler les plus grands objets, les mystères les plus augustes de la Religion, à de semblables discussions. Mais, puisque M. *Nicole* nous y force, répondons-lui que ce qu'il regarde comme le comble de l'impiété, n'en est point une; & quoique personne ne tienne le langage qu'il voudroit mettre dans la bouche des partisans des Spectacles, pour le faire contraster avec leur conduite, ce contraste ne seroit point réel. Un bon Chrétien, comme nous l'avons déjà insinué, qui achève sa journée par une prière, rend grâces à Dieu de l'avoir conservé, de lui avoir donné le nécessaire, & d'y avoir joint l'agréable qui n'est pas moins un effet de la bonté de l'Être suprême. Si donc, après avoir assisté dans cette journée au Spectacle où il s'est plû très innocemment, & dont il ne lui reste pas la moindre impression vicieuse, (ce qui n'est point une pétition de principe, comme toutes les theses de M. *Nicole*, mais un fait d'expérience,) si, dis je, il remercie Dieu des grâces qu'il lui a accordées dans le cours de la journée, celle-là y est comprise implicitement; & j'ose dire qu'elle pourroit l'être explicitement sans la moindre profanation.

Une des discussions les plus intéressantes qui se trouvent encore dans ce Traité, c'est celle de plusieurs maximes mondaines de faux honneur, de vaine gloire, de vengeance, qui étant pompeusement débitées au Théâtre, sont adoptées par ceux qui les entendent, & influent sur leur conduite. M. *Nicole* en cite des exemples tirés du *Cid* & des *Horaces*, qui étoient les plus belles Pièces de son tems, & qui sont encore très estimées. Je répons en deux mots; d'abord, que ces maximes n'ont point produit l'effet qu'on leur attribue, & qu'au contraire, dès que le *Cid*, par exemple, parut, on b'âma tout d'une voix l'indécence de la passion de *Chimène* pour le meurtrier de son pere, & que l'idée de son mariage avec lui, quoique le Poète l'eût renvoyé à un tems plus éloigné, parut une idée révoltante. Il en est de même de



de cette grandeur Romaine, outrée & féroce, que cet admirable Poëte savoit si noblement exprimer qu'il étoit plus Romain que les Romains mêmes. On en étoit frappé, enchanté; mais on n'en sentoît pas moins le faux, & même le vicieux. Jamais l'exemple d'*Horace* qui tue sa soeur parce qu'elle témoigne trop d'attachement à la mémoire d'un objet digne de sa tendresse, ne fera naître des dispositions & ne produira des actions semblables. Je dis en second lieu, que le Théâtre a changé depuis *Corneille*, à cet égard; que *Racine*, *Crébillon*, *Voltaire*, & les autres grands Poëtes qui ont régné depuis sur la Scene, ont parlé, pour m'exprimer ainsi, un langage plus humain, en sorte que les sentences qui frappent dans leurs Pièces, sont, au moins pour l'ordinaire, de vraies maximes, conformes aux principes de la plus saine Morale. Enfin, je remarque que les Héros, les Personnages de Théâtre, étant des hommes, & devant ressembler aux hommes, si l'on veut que les Spectacles soient vraisemblables & instructifs, il faut que ces Héros, ces Personnages, aient des défauts, & que leurs discours en portent l'empreinte: ce qui ne rend pas pour cela ces discours dangereux. Qu'y a-t-il de plus beau dans le genre dramatique que la *Phedre* de *Racine*: & cependant qu'y a-t-il de plus détestable, de plus odieux, que les desseins de *Phedre*, les machinations, & surtout que les conseils de sa confidente *Oenone*? Dira-t-on que la vue ou la lecture de cette Pièce produira des *Phedres* & des *Oenones*? Ce seroit le comble de l'absurdité. L'Ecriture Sainte elle-même a-t-elle fait difficulté, en nous proposant les plus beaux exemples & les plus dignes de notre imitation, d'y laisser appercevoir, non seulement les traces de l'infirmité humaine, mais les raches des vices les plus énormes. *David* ravissant *Bathsébah*, & faisant mourir *Urie*, n'est-il pas aussi criminel que *Phedre* brûlant d'amour pour *Hippolyte*, & causant sa perte?

Je m'arrête, parce qu'à l'aide des principes que je viens de poser, il ne reste, ce me semble, aucune objection contre les Spectacles à laquelle on ne puisse faire des réponses satisfaisantes. Mais, afin



qu'on n'étende pas les conséquences de ces principes au delà de mes vues, je déclare: 1. Que par les Spectacles, je n'ai entendu dans ce Mémoire que la Tragédie & la Comédie: 2. Que mon Apologie n'embrasse que les Tragédies & les Comédies où les loix de la décence sont exactement observées: 3. Que je n'approuve pas la fréquentation des Spectacles, dès que c'est une passion & une occupation, mais que je l'estime permise sur le pied de récréation honnête, ajoutant même le conseil de s'abstenir de cette récréation, si l'on s'apperçoit qu'elle nous rendît passionnés pour les Spectacles, tout comme il faut renoncer au Jeu, si l'on sent un penchant à devenir Joueur: 4. Enfin, que dans les Pieces les plus décentes, il y auroit encore sans doute des changemens & des corrections à faire, qu'il seroit à souhaiter qu'on les fit, que les vues de M. *Riccoboni* pour la réformation du Théâtre fussent suivies & perfectionnées, & que des Censeurs éclairés, constamment chargés de veiller tant sur les Pieces qu'on reprend que sur celles qu'on donne au Théâtre, achevassent de rendre ce plaisir aussi pur qu'il peut & doit l'être. Après ces explications je ne crois pas que personne me puisse reprocher, ni le choix de ce sujet, ni la manière dont je l'ai traité.





SECONDE (*) DISSERTATION,

où

IL EST PARLÉ DES NAVIGATIONS DE TARSCIS,
ET PAR OCCASION, DE CELLES
D'*OPHIR*.

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

Je croi avoirs pleinement rempli dans ma premiere Dissertation le dessein que je m'étois proposé, de découvrir l'Isle de *Tarscis*, & j'ose me flater d'avoir porté cette découverte à toute la probabilité & l'évidence, qu'on peut désirer dans une matiere, qui n'est pas susceptible d'une démonstration mathématique. Mais mon travail seroit imparfait, si je ne traitois en même tems un autre point considérable qui en dépend. Je parle de ces fameuses navigations de *Tarscis*, dont l'Ecriture Sainte nous trace une si magnifique idée du tems de Salomon: navigations sur lesquelles les Savans ont encore beaucoup écrit; mais comme on peut juger, fort aveuglément, ne connoissant absolument point la situation de *Tarscis*.

Pour mettre plus de clarté dans ce que j'ai à dire, je parlerai d'abord de la navigation d'*Ophir*, afin qu'on voye dans la suite la distinction qu'il faut mettre entre cette navigation & celle de *Tarscis*.

Aux Chapitres IX & X. du I. Livre des Rois, il est dit:

„Le Roi Salomon équippa une flotte à Hetsjon-gueber, qui étoit
„près d'Eloth sur le rivage de la mer Rouge au pays d'Edom. Et

„Hi-

(*) Voyez la premiere Tome XVI. p. 355 & suiv.



„Hiram (Roi de Tyr) envoya de ses serviteurs gens de mer & qu
„entendoient la marine, pour être avec les serviteurs de Salomon
„dans cette flotte. Et ils vinrent en *Ophir*; & ils prirent de là 420
„talens d'or, & ils les apportèrent au Roi Salomon. La flotte d'Hi-
„ram qui avoit apporté de l'or d'*Ophir* apporta aussi en fort grande
„abondance du bois d'Almugghim & des pierres précieuses. Et le
„Roi fit des barrières de ce bois d'Almugghim pour la maison de l'E-
„ternel & pour la maison Royale, & des violons & des musettes
„pour les chantres. Il n'étoit point venu de ce bois d'Almugghim,
„& on n'en avoit point vu jusqu'à ce jour-là.“

Cette narration se retrouve dans les chap. VIII & IX. du II. Li-
vre des Chroniques, mais avec des différences assez considérables
pour mériter attention. Il y est dit :

„Alors Salomon s'en alla à Hetsjon-gueber & à Eloth sur le rivage de
„la mer qui est au pays d'Edom. Et Hiram (Roi de Tyr) lui en-
„voya sous la conduite de ses serviteurs, des Navires & de ses servi-
„teurs expérimentés dans la marine, qui s'en allèrent avec les ser-
„viteurs de Salomon à *Ophir*, & qui prirent de là 450 talens d'or
„& les apportèrent au Roi Salomon. Et les serviteurs de Hiram
„& les serviteurs de Salomon qui avoient apporté de l'or d'*Ophir*,
„apportèrent du bois d'Algummim & des pierres précieuses. Et
„le Roi fit de ce bois d'Algummim les chemins qui conduisoient à
„la maison de l'Eternel & à la maison Royale, & des violons & des
„musettes pour les chantres. On n'avoit point vu de ce bois aupa-
„ravant au pays de Juda.“

Ces deux Textes diffèrent l'un de l'autre, en ce que le pre-
mier dit, que Salomon équipa une flotte à Hetsjon-gueber, sur la-
quelle il mit des Juifs avec des mariniers Tyriens qu'Hiram lui envoya.
Et le second, qu'Hiram envoya de Tyr à Hetsjon-gueber des navires
& des mariniers Tyriens qui se joignirent à des Juifs sujets de Salo-
mon pour aller à *Ophir*.



Le premier Texte paroît d'abord le plus clair, & le seul qui semble devoir être adopté. Car qu'y a-t-il de plus simple & de plus aisé, que de faire passer par terre des Matelots Tyriens, à travers l'Idumée, depuis la côte de Phénicie jusqu'à Hetsjon-guéber, pour aller monter une flotte que Salomon y équippoit. Mais, lorsqu'on y regarde de plus près, & qu'examinant la suite de ce même Texte, on voit que cette flotte n'est point appelée la flotte de Salomon, mais la flotte d'Hiram, on ne sauroit s'empêcher de reconnoître que c'est véritablement le second Texte qui mérite la préférence. Ou plutôt, pour sauver le respect dû à ces Livres, disons qu'il y a moyen de concilier l'un & l'autre, en reconnoissant que c'étoit en effet la flotte d'Hiram, parce qu'Hiram envoya les navires à Salomon; & que Salomon équippa cette flotte, non en faisant construire ni appareiller les bâtimens, mais parce que les frétant ou les louant, il les équippa en même tems à ses risques d'une cargaison convenable, que les Juifs ses sujets partant par les mêmes vaisseaux alloient vendre pour son compte à *Ophir*.

Je ne m'arrêterai pas à d'autres contrariétés qui se trouvent entre les deux Textes; comme est par exemple le poids de l'or rapporté d'*Ophir*, que l'un fixe à 420 talens & l'autre à 450; & le bois si rare venu pour la première fois en Judée, que l'un nomme Almugghim & l'autre Alummim, lequel servit à faire suivant celui-là des barrières, & suivant celui-ci des chemins, c'est à dire des galeries. Ces discussions n'entrent point dans mon plan. Je remarquerai seulement au sujet de ce bois si rare, que dans le Chapitre second du même Livre des Chroniques, il se trouve joint aux cedres & aux sapins que Salomon prioit Hiram de lui envoyer du Liban, avant qu'il fût question de la flotte équipée pour *Ophir*. Or comment a-t-il pu se faire que dans la suite lors du retour d'*Ophir* on en vit pour la première fois en Judée, si déjà Salomon en avoit demandé à Hiram, si même il en avoit reçu comme il y a apparence; car Hiram huit versets plus loin au même Chapitre, lui répond: *Nous couperons autant de bois qu'il t'en faudra; & cela du Liban*: autre circonstance qui feroit croire que le bois en



question ne devoit pas être assez rare pour qu'on n'en eût jamais vu avant le retour d'*Ophir*. Il est vrai que dans cette réponse d'Hiram, il n'est pas fait mention nommément de ce bois : Mais on n'en peut rien conclure, parce que les cedres & les sapins que Salomon avoit également demandés & qu'Hiram lui promettoit sans doute, n'y sont pas non plus nommés, & qu'il en est de même dans le onzieme verset Chapitre IX du I. Livre des Rois, qui correspond à ce Passage. Cependant j'ai de la peine à me persuader que Salomon ait demandé un bois qu'il ne savoit pas être certainement sur le Liban, & un bois jusqu'alors inconnu ; ou même que ce bois ait été nommé là sans conséquence & par erreur. C'est ce qui me fait soupçonner qu'Almugghim ou Algummim n'étoit pas le nom propre d'un arbre, mais que ce nom étoit applicable à différens bois d'une certaine qualité, ou propres à certain usage. Car en ce sens il pouvoit y en avoir d'une espece sur le Liban, & d'une autre à *Ophir*, qui donnât lieu de dire qu'on n'en avoit vu que cette fois-là. Peut-être parviendrai-je dans la suite à découvrir ce bois.

Je reviens à mon sujet. On a vu que la flotte qui alloit à *Ophir* avec les gens de Salomon, étoit une flotte d'Hiram montée par des mariniers à lui, c'est à dire par des Tyriens ; & il est facile d'en deviner la raison. Un travail journalier & continuel comme est la manœuvre d'un navire, n'étoit point fait pour des Juifs obligés par leurs loix d'observer religieusement les jours de Sabbath & d'autres fêtes, en s'abstenant de toute sorte de travail. D'où il s'ensuit que ni Salomon ni les autres Rois de la Judée n'ont jamais pu faire de navigations, soit à *Ophir*, soit ailleurs, qu'en louant des Marelors & même des Navires étrangers. Car on ne s'avise guères d'avoir des navires en propre quand on n'a pas chez soi d'équipage pour les monter. Et quelles meilleures marines étrangères ces Rois Juifs pouvoient-ils prendre, que celles des Tyriens, non seulement leurs plus proches voisins du côté de la Méditerranée, mais aussi les plus grands navigateurs de ce tems-là, & de ceux de *Tarsis*, Tyriens eux-mêmes, ou du moins
Colo-



Colonie Phénicienne comme les Tyriens, & leurs égaux en réputation? Mais il paroît par les deux Textes rapportés plus haut, qu'il n'étoit pas question de la flotte de *Tarfeis* à l'égard des navigations d'*Ophir*, & que celle d'Hiram étoit la seule qui y fût employée. Or, pour que la flotte d'Hiram se rendît de Tyr à Hetsjon-gueber, comme le dit nettement le Passage des Chroniques, peut-on se persuader qu'elle traversât l'Idumée par terre; idée ridicule! ou du moins par quelque canal tiré de la mer Méditerranée jusqu'à la mer Rouge, ce qui est plus vraisemblable, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire; quoiqu'on dise que divers Rois d'Egypte ayant entrepris la jonction des deux mers, abandonnèrent ce dessein, ou comme impraticable, ou dans la crainte que la mer Rouge plus élevée que l'Egypte, n'inondât ce pays; & qu'ils n'auroient pas eu besoin de cette jonction si elle eût été faite dès le tems de Salomon, ou que l'entreprenant ils n'en auroient pas abandonné le projet, qui ne pouvoit avoir plus de difficultés, ni peut-être même d'inconvéniens pour l'Egypte que pour l'Idumée. Mais à supposer que le trajet de celle-ci par le canal fût impraticable, il ne restoit à la flotte d'Hiram que la route naturelle qu'elle devoit prendre en partant de la Méditerranée pour se rendre dans la mer Rouge.

Voilà donc la flotte de Tyr dans l'obligation de faire le tour de l'Afrique: car dans le cas supposé il n'y avoit point d'autre route pour elle, venant de Tyr par mer à Hetsjon-gueber. Ou pour mieux dire les Tyriens n'étoient en état de mener des sujets de Salomon à Ophir, que parce qu'ils en connoissoient la route. Car ce ne pouvoit être aussi que par le ministère de leur flotte, quoique l'Ecriture ne le dise pas, que David avoit amassé les 3000 talens d'or d'*Ophir* destinés pour le Temple que Salomon devoit bâtir, comme il est marqué au Chap. XXIX. du I. Liv. des Chroniques. Les Tyriens faisoient donc des navigations à *Ophir* avant ce tems là; ainsi il falloit que dès-lors ils fissent le tour de l'Afrique, non pour se rendre d'abord à Hetsjon-gueber ou à Eloth, qui ne furent bâties



que par David ; mais pour aller directement de Tyr à *Ophir*, au cas que cette dernière fût à l'orient de la mer Rouge, comme je le suppose en attendant que j'en donne la preuve. Or si une pareille navigation étoit dès ce tems-là pratiquée par la flotte de Tyr, avec combien plus de facilité celle de *Tarfeis* devoit-elle faire la sienne, si elle n'étoit qu'une partie de celle-là ?

Quittant ici la navigation d'*Ophir*, pour la reprendre encore dans la suite, je passe présentement à celle de *Tarfeis*, avec laquelle il faut bien se garder de la confondre, comme quelques-uns ont fait.

Au Chapitre X. du I. Livre des Rois il est dit :

„Le poids de l'or qui revenoit à Salomon chaque année étoit de 666
„talens d'or, sans ce qui lui revenoit des facteurs des marchands en
„gros, & de la marchandise de ceux qui vendoient en détail, & de
„tous les Rois d'Arabie & des Gouverneurs de ce pays-là. Car le
„Roi avoit sur la mer la flotte de *Tarfeis* avec la flotte d'Hiram, &
„dans trois ans une fois la flotte de *Tarfeis* revenoit qui apportoit
„de l'or, de l'argent, de l'ivoire, des Singes & des Paons.

Le Chap. IX. du second Livre des Chroniques, contient le même récit en partie presque mot pour mot ; mais au lieu de dire que le Roi avoit sur la mer les deux flottes, de *Tarfeis* & d'Hiram, ce qui étoit fort clair ; il semble faire entendre que Salomon avoit des navires à lui montés par des Tyriens, en disant :

„Car les navires du Roi alloient à *Tarfeis* avec les serviteurs d'Hiram.
„ram.

Cependant il ajoute immédiatement après :

„Et les navires de *Tarfeis* revenoient en trois ans une fois apporter
„tant de l'or, de l'argent, de l'ivoire, des Singes & des Paons.

Ainsi les deux Textes sont faciles à concilier l'un avec l'autre. Le Roi Salomon avoit sur la mer la flotte de *Tarfeis*, parce qu'il la frétoit ou loüoit. De sorte qu'on pouvoit appeller ces navires tantôt
les



les navires du Roi, & tantôt les navires de *Tarfcis*. Il en étoit de même de la flotte d'Hiram qui alloit naviger pour le compte du Roi à *Ophir*. On conçoit aussi comment cette flotte ou ces navires de *Tarfcis* pouvoient revenir avec leurs retours, soit à *Tarfcis* soit à Hetsjon-gueber, en partant respectivement de l'un ou de l'autre de ces deux endroits. Le reste du second Texte, savoir que les navires du Roi, c'est à dire les navires de *Tarfcis*, alloient à *Tarfcis* avec les serviteurs d'Hiram, s'il faut prendre ces termes à la lettre, donneroit lieu de penser que *Tarfcis* appartenoit à Hiram, ce qui seroit une preuve de plus en faveur de l'Isle de *Taffo*, qu'on dit avoir été une Colonie Phénicienne, & cela acheveroit en même tems de justifier les grandes liaisons de commerce qu'il y avoit entre *Tarfcis* & Tyr. Mais j'en ai dit assez sur ce sujet dans ma premiere Lecture; & loin de tirer avantage de ce Passage, je suis bien trompé s'il n'a été cause du mal-entendu de ceux qui ont confondu la navigation d'*Ophir*, qui se faisoit par la flotte d'Hiram, avec la navigation de *Tarfcis*, qui se faisoit par la flotte de *Tarfcis*. Mais il se pouvoit qu'Hiram eût sur cette derniere flotte des facteurs aussi bien que Salomon; comme il se pouvoit aussi que ceux de *Tarfcis* en eussent réciproquement, de même que ces deux Princes, dans la flotte Tyrienne qui alloit à *Ophir*; & en ce sens il étoit vrai que les navires alloient à *Tarfcis* avec les serviteurs d'Hiram, suivant le Passage en question.

Pour montrer d'ailleurs qu'il ne faut pas confondre ces deux navigations, remarquons d'abord les différences essentielles qu'il y avoit entre elles. En premier lieu, la navigation d'*Ophir*, comme je viens de le dire, se faisoit par la flotte d'Hiram, & celle de *Tarfcis* par la flotte de *Tarfcis*. En second lieu, le tems qu'on employoit à celle-là n'est point marqué dans l'Ecriture; au lieu que celui qu'on mettoit à celle-ci étoit de trois ans. En troisieme lieu, les retours de la premiere consistoient en or, en pierres précieuses & en une sorte de bois rare; au lieu que les retours de l'autre donnoient de l'or, de l'argent, de l'ivoire, des Singes & des Paons. Reste à savoir où se faisoient ces deux navigations si différentes.



A l'égard de celle d'*Ophir*, quoiqu'elle ne soit qu'une Question accessoire à mon sujet, je ne laisserai pas d'en dire ma pensée. De même que l'Isle de *Turscis* a tiré son origine d'un *Turscis* fils de Javan, de même aussi la Terre d'*Ophir* doit avoir tiré la sienne d'un *Ophir* fils de Joktan. Suivant le Chap. X. de la Genèse, „ce Joktan étoit fils „d'Heber issu de Sem; & il fut pere de treize enfans selon leurs familles & leurs langues, leurs terres & leurs nations, savoir, Almodad, „Sceleph, Hattarmaveth, Jerah, Hadoram, Uzal, Dik'a, Hobal, „Abimael, Sceba, *Ophir*, Havilah & Johab. Leur demeure étoit „depuis Mesça quand on vient en Sophar montagne d'Orient.“

Je remarque premièrement dans ce Passage qu'*Ophir* étant issu de Sem, ce n'est point à Sofala ni dans le reste de l'Afrique qui a été le partage de la postérité de Cham, c'est dans l'Asie, qu'ont peuplée les descendans de Sem, qu'il faut chercher cette terre d'*Ophir*. Secondement, cette recherche doit commencer depuis Mesça venant en Sophar montagne d'Orient. Or ce commencement me paroît être dans l'Arabie heureuse où Mesça pourroit se trouver, par le rapport des noms, soit dans Mecca la Mecque, soit dans Mofa petite ville peu éloignée de Mocha, soit dans Mocha même qu'on appelloit autrefois Muza, & qui a été de tout tems un port fameux où sont venus mouiller ceux qui vont de la mer Rouge naviger dans les Indes Orientales. Le mont Sophar s'y retrouve aussi dans le nom de la ville de Saphar, renommée du tems de Végece pour ses excellens chevaux Arabes, ce qui marque, au dire des connoisseurs, un pays de montagnes. Pline parle aussi dans son Histoire Naturelle (Liv. VI. Ch. XXII) de cette ville de Saphar qu'il dit être la capitale de l'Arabie, où est le Palais du Roi de Saba. S'il étoit aussi aisé de déterminer l'endroit où doit finir cette recherche; ou même si l'on avoit seulement assez de connoissance des anciens noms que les Hébreux donnoient à toutes les différentes terres situées sur les Côtes méridionales d'Asie depuis l'Arabie, je suis persuadé qu'on parviendroit bientôt à découvrir la véritable terre d'*Ophir*. Quoiqu'il en soit, il falloit qu'*Ophir* fût sur la côte méridionale



nale d'Asie, de manière qu'on y pût aller de la mer Rouge en rasant cette côte. Car dans cette haute antiquité, quelque habiles marins que fussent les Tyriens, privés qu'ils étoient du secours de la Boussole, ils ne perdoient guères la terre de vue; aussi n'avoient-ils que des vaisseaux à rames, à peu près semblables à nos galères. Par cette raison donc *Ophir* ne pouvoit être ni le Pérou ni même le Japon, pays d'ailleurs si abondans en or, qui faisoit l'une des richesses d'*Ophir*. De plus il falloit que cette terre d'*Ophir* ne fût pas extrêmement éloignée de la mer Rouge: car l'Ecriture qui spécifie le tems qu'on employoit à la navigation de *Tarfeis*, parce que c'étoit une navigation de long cours, ne dit rien du tems qu'exigeoit celle d'*Ophir*, à cause que c'étoit apparemment une navigation plus courte. Ainsi *Ophir*, loin d'être ou le Japon ou le Pérou, n'étoit peut-être pas même la Chine. Après cela il faut que ce soit un pays non seulement riche en or & en pierres précieuses, mais aussi en une sorte de bois d'un mérite extraordinaire pour les ouvrages de menuiserie. Or je ne trouve ces trois caractères réunis que dans la Presqu'Isle de l'Inde au-delà du Gange. Tous les Voyageurs, comme Barbosa, Linschoten, Mandeslo, Vincent le Blanc & tous les Géographes qui ont écrit sur leurs relations, disent unanimement qu'on y trouve toutes sortes de pierres précieuses, des Diamans, des Rubis, des Saphirs, des Hyacinthes, des Grenats. Il s'y trouve de l'or en abondance, car c'est-là qu'est Malacca, appelée par les anciens la Chersonnese ou la Péninsule d'Or. D'ailleurs il s'y trouve un arbre qui paroît être l'Algummim ou l'Almugghim de l'Ecriture: c'est le *Tecka*, qui croît dans le Royaume de Martaban, & dont le bois est incorruptible; propriété inestimable pour les divers ouvrages auxquels Salomon vouloit l'employer, surtout pour les chemins ou galeries qui, suivant le langage des Chroniques, conduisoient à la Maison de l'Eternel & à la Maison Royale, ce qui fait entendre qu'elles étoient extérieures & par conséquent sujettes à être bientôt pourries, si la qualité du bois ne les eût préservées de la corruption. Enfin joignez à tout cela qu'il se trouve dans cette même Péninsule, savoir dans le Royaume de Pégu, un grand nombre de Juifs, lesquels
se



se disent descendus de ceux qui s'y établirent du tems de Salomon. Ainsi je croi pouvoir en conclure que la Terre d'*Ophir* étoit cette Presqu'Isle de l'Inde située au delà du Gange. C'est tout ce que j'avois à dire sur la navigation d'*Ophir*, dont je n'ai parlé qu'à l'occasion de celle de *Tarfeis*.

Pour revenir présentement à cette dernière, la question de savoir en quel pays elle se faisoit, me paroît également facile à décider. On se souviendra que les retours de cette navigation consistoient en or, en argent, en yvoire, en Singes & en Paons, à la différence de celle d'*Ophir* qui bernoit les siens à l'or, aux pierres précieuses & à une sorte de bois rare. Or depuis que les modernes ont découvert l'Amérique, ils n'y ont point, que je sache, trouvé d'Eléphans, dont on fait que les dents fournissent l'Yvoire. D'ailleurs quand il y en auroit dans cette partie du Monde, ce seroit avoir une idée peu juste des navigations de ce tems-là que de prétendre qu'un si grand trajet eût été praticable pour des navigateurs à qui manquoit le secours de la Boussole. Ce n'est donc point en Amérique que se faisoit cette navigation. Il y a des Eléphans & par conséquent de l'yvoire dans l'Indostan, dans le Royaume d'Ava, à Siam, à Cambaye, au Tunquin, & dans les Isles de Ceilan, de Bornéo & de Célebes, en un mot presque par toutes les Indes Orientales. Mais je ne saurois me persuader non plus que la Flotte de *Tarfeis* en allât chercher-là, parce qu'il n'en eût pas plus coûté de tirer cet yvoire des Indes par la flotte qui alloit naviger à *Ophir*. Il en est de même de l'argent qui se trouve dans l'Indostan, dans la Cochinchine, à Ceilan, à Sumatra & dans les Manilles; des Singes qu'on trouve aussi dans l'Indostan, dans la Presqu'Isle en deçà du Gange, à la Côte de Coromandel, au Tunquin & ailleurs; & de même encore des Paons & des Perroquets qui ne sont pas moins communs dans la plupart de ces endroits. Mais la flotte de *Tarfeis* qui rapportoit de toutes ces choses, ne les alloit point chercher là, par la même raison que la flotte d'*Ophir* n'en rapportoit pas non plus. D'ailleurs partout à peu près où il y a dans les Indes ou de l'argent, ou de l'yvoi-

l'ivoire, ou des Singes, ou des Paons, il s'y trouve aussi des pierres précieuses. Cependant les vaisseaux qui alloient à *Ophir*, rapportant des pierres précieuses, ne rapportoient ni argent, ni ivoire, ni Singes, ni Paons; & réciproquement la flotte de *Tarfeüs* rapportant de l'argent, de l'ivoire, des Singes & des Paons, ne rapportoient point de pierres précieuses. Or qu'en doit-on conclure, sinon que ces deux flottes navigeoient en des lieux différens? Que la première commerçoit sur la Côte méridionale d'Asie, & que la seconde avoit pour son partage les côtes d'Afrique. Celle-la seule rapportoit des pierres précieuses, parce qu'il y en a beaucoup dans les Indes Orientales, qu'elles y sont les plus fines, les plus belles du monde, & qu'il n'y en a point en Afrique. Mais les deux flottes rapportoient de l'or, parce qu'il y en a d'également fin & en abondance tant aux Indes Orientales que sur les côtes d'Afrique, & qu'il en falloit beaucoup à Salomon pour le Temple & pour ses Palais. Aussi l'Ecriture dit-elle que le poids de l'or qui lui revenoit chaque année par les flottes d'*Ophir* & de *Tarfeüs*, étoit de 666 talens d'or, somme qu'on évaluë à près de 200 millions. Enfin la flotte de *Tarfeüs* seule rapportoit de l'argent, de l'ivoire, des Singes & des Paons; elle en rapportoit, dis-je, d'Afrique, parce que toutes ces choses, s'il s'en trouvoit dans les Indes, comme il n'en faut point douter, y étoient ou plus chères ou moins estimées que celles qui se tiroient d'Afrique. En effet, pour commencer par l'ivoire, on fait qu'il est assez commun dans les Indes. Mais ignore-t-on que les Eléphants des Indes & de toute l'Asie, n'ont des dents que de trois à quatre pieds de long, tandis que celles des Eléphants d'Afrique sont d'une telle grosseur qu'il faut deux hommes pour en soulever une seule, qui communément n'a pas moins de dix pieds de longueur & pèse jusqu'à quatre quintaux; outre que ces animaux y sont en si grande abondance, qu'il n'y a point de contrée où il ne s'en trouve, & qu'on les voit paître dans les campagnes comme on voit ailleurs les troupeaux de bœufs & de vaches les plus nombreux. De là vient que le commerce de l'ivoire est une des principales branches de celui que les Européens font aux Côtes d'Afrique, entr'autres en Guinée où toute



une Côte en a pris le nom de Côte des Dents, comme une autre a pris celui de Côte d'Or à cause de la prodigieuse quantité qu'on y traie, de poudre ou de sable d'or, aussi fin qu'il y en ait au monde.

Avec de l'or & de l'ivoire, la flotte de *Tarfcis* rapportoit de l'argent : Sur quoi il est à propos de remarquer, qu'au Chap. X. du I. Livre des Rois & aux Chap. I. & IX. du second des Chroniques, il est dit : „Salomon fit que l'argent étoit aussi commun que les pierres, tant „il y en avoit. Toute la vaisselle du buffet de la maison du Roi étoit „d'or, & tous les vaisseaux de la maison du Parc du Liban étoient „d'or fin : il n'y en avoit point d'argent ; l'argent n'étoit point estimé „dans les jours de Salomon.“ Si la flotte de *Tarfcis* dans le cours de sa navigation ne prenoit point ailleurs qu'en Afrique, l'argent qu'elle apportoit à Salomon, il falloit qu'elle y en trouvât beaucoup pour le rendre aussi commun & aussi vil que l'Ecriture le dit. Mais outre que l'Isle de *Tarfcis* avoit elle-même des Mines dont on trouve encore aujourd'hui les scories ou les écumes dans l'Isle de *Tasso*, & d'où on tiroit l'argent que ceux de *Tarfcis* trafiquoient dans les foires de Tyr, au rapport d'Ezéchiél, aussi bien que l'argent étendu en lingots, qui étoit apporté de *Tarfcis* suivant le témoignage de Jérémie ; si l'on veut supposer encore que la flotte de *Tarfcis* passant, comme elle y étoit obligée, le long de la côte d'Espagne, avoit la facilité d'y traiter de l'argent, & même de l'or, dont les Mines pouvoient être déjà mises en valeur par les Phéniciens qui s'y étoient établis ; on comprendra aisément que ce n'est pas l'argent seul d'Afrique qui avoit causé l'avilissement de ce métal sous le règne de Salomon. Cependant il est sûr que l'Afrique, quoique beaucoup plus riche en or qu'en argent, ne laisse pas d'en avoir des Mines assez fécondes, & sans doute encore plus autrefois qu'aujourd'hui, principalement dans la Nigritie, l'Abyssinie, le Congo, l'Angola, le Zanguebar & la Côte d'Ajan.

Enfin, outre l'or, l'argent & l'ivoire, la flotte de *Tarfcis* rapportoit aussi des Singes & des Paons, si ces derniers n'étoient pas plutôt des Perroquets, oiseaux plus rares & plus curieux que les Paons ;
elle

elle en rapportoit, dis-je, d'Afrique, quoiqu'il y en eût peut-être en aussi grand nombre & d'aussi beaux dans les Indes. Mais il en étoit sans doute alors de toutes les Indes comme il en est aujourd'hui de la Presqu'Isle en deçà du Gange, nommément à Rajapour où les Singes sont révéérés; & à la Côte de Coromandel où tous les animaux jusqu'à la vermine sont regardés comme des divinités qu'on se fait une religion de conserver: or je laisse à décider si la flotte d'*Ophir* en pouvoit faire ses retours; joint à ce que ces Singes pouvoient être aussi des Negres, qu'on ne traite qu'en Afrique. Mais c'est ce qui acheve de prouver en même tems que la flotte de *Tarfeis* ne commerçoit point aux Indes.

Il s'agit de savoir maintenant jusqu'où cette dernière flotte alloit faire sa navigation en Afrique. S'il m'est permis de dire ce que j'en pense, elle ne se bornoit pas à aller visiter certaines Côtes, mais elle faisoit le tour entier de cette partie du Monde, s'arrêtant par-tout où elle trouvoit lieu de trafiquer jusqu'à ce qu'elle eût complété sa traite. Car bien qu'en venant de *Tarfeis* elle commençât dès la Nigritie à trouver des Negres ou des Singes, de l'or, de l'argent & de l'yvoire, il falloit qu'elle allât jusqu'en Guinée & au Monomotopa, où se fait le plus grand commerce d'or & de dents d'Eléphants, de même jusqu'à Angola pour des Paons, ou tout au moins jusqu'au Congo, en cas que ces Paons fussent des Perroquers. De sorte qu'à mon avis cette flotte de *Tarfeis* partant de la Méditerranée & arrivant au Déroit de Gibraltar, commençoit sa traite le long des Côtes Occidentales de l'Afrique, la continuoit en parcourant les Méridionales, & rasant ensuite les Orientales par la Mer Rouge venoit aborder à Hersjon-gueber où elle débarquoit son or, son argent, son yvoire, ses Singes & ses Paons. Cela fait, elle prenoit tout le tems nécessaire pour se rafraîchir & se radoubier; puis ayant reçu une autre cargaison de victuailles & de choses propres à faire une nouvelle traite, elle retournoit alors par le même chemin qu'elle étoit venue, & par-tout échangeant comme la première fois ses marchandises contre de l'or, de l'argent, de l'yvoire, des Singes & des Paons, elle rentroit par le Déroit de Gibraltar dans la Méditerranée & revenoit à *Tarfeis* d'où elle étoit partie.



Comme le tour entier de l'Afrique que je viens de faire avec cette flotte, a tout l'air d'une conjecture; peut-être paroîtroit-il plus naturel de borner sa navigation aux Côtes Occidentales de cette partie du Monde, & de laisser le commerce des Côtes Méridionales à d'autres vaisseaux qui partant de la Mer Rouge étoient à portée d'y négocier de plus près, plus aisément & à moins de frais. A cela voici ma réponse.

Si l'on se rappelle ce que j'ai dit au commencement de cette Lecture, on se souviendra que la flotte d'Hiram pour aller prendre les facteurs de Salomon à Hetsjon-gueber, & de là les mener à *Ophir*, ou même pour avoir eu avant Salomon la première connoissance de cette navigation d'*Ophir*, avoit dû être depuis longtems dans l'usage de faire ce tour de l'Afrique. Ainsi ce voyage ne devoit pas être plus difficile à la flotte de *Tarfcis*. Mais on veut savoir si elle le faisoit, & en voici la preuve.

Au Chapitre IX. du second Livre des Chroniques il est dit: „Que les navires du Roi (qui étoient la flotte de *Tarfcis* suivant le Ch. „X. du I. Livre des Rois) que ces navires, dis-je, alloient à *Tarfcis*; ce qui doit s'entendre en partant d'Hetsjon-gueber, comme on va le voir.

Au Chap. XXII. du même Livre il est dit: „Josaphat Roi de Juda „dressa une flotte de *Tarfcis* pour aller quérir de l'or à *Ophir*, mais „elle n'y alla point, parce que les navires furent brisés à Hetsjon-gueber. Alors Acazia fils d'Achab Roi d'Israël dit à Josaphat: Que mes „serviteurs aillent sur les navires avec les tiens; mais Josaphat ne le „voulut point.“

Ce dernier Passage n'est pas assurément sans difficulté: car dresser une flotte de *Tarfcis* pour aller chercher de l'or à *Ophir*, c'est confondre deux flottes, deux navigations, deux différentes Traités, dont la distinction est trop clairement établie dans un autre précédent Chapitre du même Livre, pour qu'il puisse rester le moindre doute là-dessus. Peut-être voudroit-on lever la difficulté en supposant que comme Salomon



lomon & Hiram étoient depuis longtems morts, leurs successeurs n'avoient plus vécu dans la même intelligence; que les Rois de Juda qui étoient restés en possession d'Hersjon-gueber à l'exclusion des Rois d'Israël, avoient négligé ou même entièrement abandonné la navigation d'*Ophir*, ce qui paroît en effet confirmé par le silence de l'Ecriture, qui cesse de parler de cette navigation depuis Salomon jusqu'à Josaphat. De sorte que celui-ci voulant en former l'entreprise, & ne pouvant l'exécuter par le moyen de la flotte des Tyriens, il avoit eu recours à la flotte de *Tarfeis* qui se trouvoit pour lors à Hersjon-gueber. Il n'y a rien dans tout cela de contraire à la vraisemblance; mais ce n'est qu'une supposition, & il me paroît plus sûr de chercher l'explication de ce Passage dans celui des Chroniques qui y correspond. C'est au Chap. XX, du second Livre, où il est dit: „Josaphat Roi de „Juda s'associa avec Achazia Roi d'Israël pour faire des navires pour „aller à *Tarfeis*, & ils firent les vaisseaux à Hersjon-gueber. Alors „Elihefer fils de Dodanim de Marefça, prophétisa contre Josaphat, disant: Parce que tu t'es joint à Achazia, l'Eternel a défait tes ouvrages. „Les navires donc furent brisés, & ils ne purent point aller à *Tarfeis*.

La difficulté est levée par ce second Passage, dans lequel les mots pour aller quérir de l'or à *Ophir* ne se trouvent point; & ce n'est pas le seul endroit par lequel ils diffèrent l'un de l'autre, puisque le dernier dit nettement que Josaphat s'associa avec Achazia Roi d'Israël, pour faire cette navigation, ce qui fut cause que les navires furent brisés, & que le premier dit au contraire que Josaphat rejeta cette proposition, & ne parle point de ces navires brisés. Mais les deux Passages s'accordent à dire que cette flotte fut dressée ou faite, c'est à dire approvisionnée & chargée à Hersjon-gueber pour aller à *Tarfeis*. Cette conformité suffit pour la conséquence que j'en veux tirer: Car après ce que j'ai dit plus haut, on conçoit aisément comment une flotte de *Tarfeis* peut être équipée & préparée à Hersjon-gueber pour aller à *Tarfeis* en faisant le tour de l'Afrique. Mais c'est ce qui prouve incontestablement, que la navigation de cette flotte n'étoit point



bornée aux Côtes Occidentales de cette partie du Monde, étant clair que si elle venoit d'Hetsjon-gueber à *Tarfcis*, tout aussi aisément devoit-elle aller de *Tarfcis* à Hetsjon-gueber, puisque l'obligation où elle étoit de faire le tour de l'Afrique pour venir à *Tarfcis*, est la preuve que cette flotte faisoit le même tour en allant à Hetsjon-gueber.

Par l'idée que tout cela donne de la navigation de *Tarfcis*, il est facile de comprendre qu'elle devoit être d'un profit immense pour Salomon qui avoit cette flotte, aussi bien que celle de Tyr, à ses gages. Il réunissoit à la fois le commerce de trois parties du Monde, les seules qui fussent alors connues. Car si d'un côté il versoit en Europe, par le moyen de l'entrepôt qu'il avoit à *Tarfcis*, les marchandises les plus précieuses de l'Asie, d'un autre côté il répandoit en Asie, par le moyen de son entrepôt d'Hetsjon-gueber & de sa navigation à *Ophir*, les marchandises, les plus utiles de l'Europe, sans parler des richesses & des curiosités de l'Afrique, dont le superflu ne pouvoit pas manquer de trouver un débouché sûr de part ou d'autre. Et *Tarfcis* étant dans l'Archipel, comme je l'ai montré, il tiroit les retours de cette flotte aussi facilement de ce côté-là que du côté d'Hetsjon-gueber. De *Tarfcis* à Japho, le trajet étoit ordinaire. On en a vu un exemple dans la personne du Prophète Jonas, qui s'embarqua à Japho pour aller à *Tarfcis*. Et pour ce qui est de Japho à Jérusalem, il suffit de jeter les yeux sur le deuxième Chapitre du second Livre des Chroniques, à l'endroit où Salomon écrit à Hiram de lui envoyer des Cedres & d'autres bois du Liban, Hiram lui répond: „Nous couperons du bois du Liban autant „qu'il t'en faudra, & nous le mettrons par radeaux sur la mer de Japho, & tu le feras monter à Jérusalem.“ En effet cette dernière ville n'est qu'à 24 milles du port de Japho, aujourd'hui Joppé.

Il me reste à parler ici d'une dernière circonstance de la navigation de *Tarfcis*; que j'aurois presque laissé échapper. C'est celle qui fixe à trois ans, le tems que la flotte employoit à chaque voyage. Les termes de l'Écriture sont que „dans trois ans une fois la flotte de *Tarfcis* „*cis* revenoit, ou que les navires de *Tarfcis* revenoient en trois ans „une



„une fois.“ Ce qui semble comprendre l'aller & le retour. Mais, dans un espace de tems comme celui-là, étoit-il possible à des bâtimens à rames de faire deux fois le tour de l'Afrique, non simplement pour en reconnoître les Côtes, mais pour y trafiquer, s'arrêtant de plage en plage par-tout où il y avoit lieu de faire commerce? On dira peut-être que ces vaisseaux à rames, tout en côtoyant, ne laissoient pas de faire bien du chemin, étant sans doute moins arrêtés par les vents qui n'avoient pas autant de prise sur eux qu'ils en ont sur nos vaisseaux tenant la haute mer & voguant à pleines voiles. Je croi tout cela; cependant je n'en suis pas moins persuadé qu'une si longue navigation demandoit le double du tems que l'Ecriture lui donne, s'il faut l'entendre non de l'aller ou du retour, mais des deux ensemble, comme le prétend l'Historien Joseph au Liv. VIII. de ses Antiquités Judaïques, ayant pris trop à la lettre le mot *revenoit*, qui se trouve dans l'Ecriture. Hérodote raconte au Liv. IV. Chap. XLII. de son Histoire „que Nechao Roi d'Egypte ayant pris à son service des Mariniers de „Phénicie, les fit partir de la Mer Rouge avec ordre de découvrir les „Côtes d'Afrique. Ils en firent heureusement le tour, & *revinrent* „la troisième année de leur navigation en Egypte par la Mer Méditerranée.“ On trouve dans ce Passage fidèlement traduit, le mot *revinrent*, comme si les navigateurs Phéniciens étoient partis de la Méditerranée. C'est je croi dans le même sens qu'il faut prendre le mot *revenoit*, qui est dans l'Ecriture. Et cela étant, n'est-il pas bien remarquable que cette navigation se soit faite précisément en trois ans, qui est le même espace de tems que la flotte de *Tarfeis* employoit à la sienne suivant l'Ecriture? Or c'est ce qui prouve à l'égard de celle-ci que les trois ans ne doivent point être comptés pour l'aller & le retour, mais seulement pour l'un des deux.

Après Josaphat, qui mourut l'an du Monde 3146, & avant l'Ere Chrétienne 889 (*), l'Ecriture ne fait mention d'aucune navigation que les

(*) On a suivi dans ce Mémoire la supputation qui fixe l'Ere Chrétienne à l'an du Monde 4035.



- A. M. les Rois de Juda ayant faite par la flotte de *Tarscis*, qui avec celle de Tyr avoit apporté tant de richesses à Salomon. Mais il est facile d'en expliquer la cause. Dès le règne de Joram fils de Josaphat, l'Idumée 3150 où étoit le port d'Hersjon-gueber, & qui avoit été jusque-là tributaire du Royaume de Juda, en secoua le joug & se donna un Roi de sa nation, dont Joram lui-même fut obligé de reconnoître l'indépendance, ce qui lui fit perdre la navigation de la Mer Rouge. Il est vrai 3213 qu'Amasias son arriere-petit-fils vainquit les Iduméens: mais les disgrâces qu'il éprouva le reste de son règne, l'empêcherent de poursuivre sa victoire, & d'en tirer tous les avantages qu'elle lui offroit. Son fils Azarias 3231 à ou Osias recommença la guerre contre eux, & parvint même à leur enlever le port d'Elath sur la Mer Rouge, qu'il fortifia, & qui pouvoit lui 3279 rendre le même service pour la navigation, que celui d'Hersjon-gueber, puisque c'étoit dès-lors une ville très-marchande, & un très-bon port d'où l'on pouvoit aller vraisemblablement à *Ophis*, vû que Théodoret Evêque d'Ancyre témoigne que de son tems (au V. Siecle) on avoit coutume encore de faire voile de ce port pour les Indes. Mais 3299 Rasin Roi de Syrie ayant conquis cette ville sur Achas petit-fils d'Osias, l'annexa à son Royaume, en chassa les Juifs qui y étoient établis, & y appella les Iduméens qui prirent leur place & qui la conserverent; car tant s'en faut qu'Achas pût les en déloger, qu'au contraire les Iduméens firent ensuite une irruption dans son Royaume de Juda où ils 3304 ruerent impunément bien du monde, & d'où ils emportèrent un grand butin. Les successeurs d'Achas ne firent plus aucune entreprise sur 3313 à l'Idumée dans l'espace de 192 ans pendant lequel ils ne furent la plupart que des Rois précaires, rarement indépendans & souvent captifs 3505 ou des Rois d'Egypte ou de ceux d'Assyrie & de Babylone. Etau bout de ce tems-là, leur Etat Monarchique ayant été changé en un Etat populaire sous la conduite des souverains Pontifes, ils ne furent d'abord occupés qu'à relever les murs de Jérusalem, à rebâtir un nouveau Temple sur les ruines du premier, à rétablir le culte & les loix: Et 3872 dans la suite si Judas Machabée porta la guerre dans l'Idumée; si son frere Simon s'empara du port de Joppé *pour en faire* (comme dit l'Ecriture) 3895



écriture) une entrée aux Isles de la Mer Méditerranée; le motif du premier n'étoit que de se venger des courfes que les Iduméens faisoient dans la Judée, & ni l'un ni l'autre ne pensoient à s'ouvrir un accès aux Côtes de la Mer Rouge, puisqu'ils ne firent aucune tentative pour se rendre maîtres d'Hersjon-gueber, d'Elath, ou de quelque autre Port situé sur cette mer.

A. M.

Mais, quoiqu'on puisse très-bien prouver par là que le Roi Josaphat a été le dernier Souverain du Peuple Juif, qui ait entrepris de s'intéresser dans les navigations d'*Ophir* & de *Tarfcis*, c'est à dire des Indes & de l'Afrique; il n'en est pas moins vrai que depuis ce même Roi de Juda l'Ecriture ne laisse pas de continuer de tems en tems à célébrer le nom d'*Ophir*, de *Tarfcis*, & même des *Tyriens*, par rapport à leurs grandes navigations.

3143

Esaïe prédisant la ruine de ce qu'il connoissoit de plus considérable, y comprend tous les navires de *Tarfcis* (Ch. 2. v. 16.). Il annonce à Babylone qu'il viendra un tems où un homme deviendra plus précieux que le plus fin or, que l'or d'*Ophir* (Ch. 13. v. 12.). Ayant à prédire la ruine de *Tyr*, il s'adresse aux navigateurs de *Tarfcis* comme étant ceux qui y avoient le plus grand intérêt; il peint bien la puissance & la célébrité de *Tyr*, en disant que ses Marchands étoient des Princes, & ses Facteurs des personnages les plus honorables de la Terre, &c. (Ch. 23. tout entier.). Et pour marquer que les Nations les plus éloignées deviendroient Membres de l'Eglise à la venue du Messie, il dit que les premiers navires qui les améneroient de loin seroient ceux de *Tarfcis*; ce qui prouve, ce me semble, que du tems de ce Prophete les flottes de *Tarfcis* alloient encore négocier jusqu'au bout du monde connu, & sans doute autour de l'Afrique & à *Ophir* ou dans les Indes (Ch. 60. v. 9.).

3291

Jérémie observe que de son tems on apportoit de *Tarfcis* à *Tyr* de l'argent étendu en lingots, & de l'or d'*Uphaz* pour être mis en œuvre (Ch. 10. v. 9.). On ne trouve que deux fois dans l'Ecriture;

3433

A. M. suivant l'Hébreu, l'expression d'*or d'Uphaz*, la première ici dans Jérémie, & l'autre dans Daniel (*Ch. 10. v. 5.*). La Vulgate, suivant le Grec des Septante, a rendu le premier par *aurum de Ophir*, & dans un renvoi à la marge *Ophas*; & quant au second, elle le rend simplement par *aurum obrizum*, de l'or purifié jusqu'au dernier degré. Il paroît y avoir trop de rapport du mot *Uphaz* ou *Ophas* au mot *Ophir* pour qu'on en puisse faire deux contrées différentes: ainsi je croi pouvoir en conclure que l'on apportoit encore de l'or d'*Ophir*, du tems non
 3458 seulement de Jérémie, mais aussi de Daniel qui expliqua le songe du Roi
 à de Babylone dès l'an 3458, mais qui ne fit la prophétie où il parle de
 3512 l'or d'*Uphaz*, que la troisième année du règne de Cyrus en Perse, c'est à dire l'an du Monde 3512.

Job, que quelques sçavans ont cru plus ancien que Moïse, mais qu'on trouve dans Ezéchiel (*Chap. 14.*) nommé deux fois en cet ordre, *Noë, Daniel & Job*, ce qui montre qu'il n'a vécu qu'après Daniel, & peut-être de son tems, qui étoit aussi celui d'Ezéchiel; & ce sentiment est d'autant plus probable qu'Ezéchiel est le premier qui ait fait mention de Job: Job donc, ou l'auteur du livre qui porte son nom, étant un habitant du pays de Hus entre l'Idumée & l'Arabie sur la route d'*Ophir*, ne pouvoit pas manquer d'en connoître l'or: aussi en fait-il mention deux fois (*Ch. 22. v. 24. & Ch. 28. v. 16.*). Et cet or pour sa qualité précieuse y est mis en parallèle avec l'onix le plus fin & avec le saphir.

3463 Ezéchiel annonçant à Tyr sa ruine prochaine, donne de cette ville maritime l'idée la plus magnifique. Tyr, dit-il, est un vaisseau superbe: le corps du bâtiment est fait du bois précieux des sapins de Scénir: les cedres du Liban lui fournissent ses mâts, & les chênes de Basan ses rames: l'ivoire des Isles de Kittim (c'est à dire apporté d'Afrique par les vaisseaux de l'Isle de *Turfcis* dépendante de la Macédoine) est employé pour faire les bancs de ses rameurs: ses voiles sont de fin lin d'Egypte tissé en broderie, & son pavillon est d'hyacinthe & de pourpre. Il fait ensuite l'énumération de tous les Peuples



ples qui étoient en relation de commerce avec Tyr, & n'y oublie point ceux de *Tarfeis*. Il dit qu'elle avoit dans sa main le commerce de plusieurs Isles, & qu'on lui rendoit en échange des dents d'ivoire & de l'ébene (*); par où il désigne le commerce des Côtes & des Isles d'Afrique (*Ch. 26. & 27.*). Enfin il peind le Roi de Tyr tout couvert d'or & de routes sortes de pierres précieuses, en quoi consistoient les retours que la flotte Tyrienne rapportoit d *Ophir* (*Ch. 28. v. 13*).

A. M.

Zacharie réitéra contre Tyr les menaces qu'Ezéchiél avoit prononcées, & ce qu'il dit de la puissance de cette ville est court, mais expressif. Elle s'est bâtie une forteresse, & a amoncelé l'argent comme de la poussiere, & le fin or comme la boue des rues (*Ch. 9. v. 3.*).

3523

L'Auteur du livre de l'Ecclésiastique enseigne à ne point échanger un ami pour quelque chose exquise, ni un vrai frere pour du fin or d'*Ophir* (*Ch. 7. v. 18.*).

3834

La conséquence qu'on peut tirer de ce grand nombre de témoignages, est qu'après Josaphat les navigations de *Tarfeis* & d'*Ophir*, c'est à dire autour de l'Afrique & aux Indes, doivent avoir continué, quoiqu'aucun Roi de Juda n'y ait eu part. Au défaut des livres des Juifs, il faut chercher des traces de ces navigations dans l'Histoire des autres Peuples, mais on juge bien qu'elle ne doit pas être fort instructive sur des faits si anciens, & qui pouvoient passer pour des événemens peu importants en comparaison de ceux qui décident du sort des Empires. Cependant elle nous a conservé la mémoire tout au moins de dix grandes navigations.

La premiere est celle qui fut faite par ordre de Nechao Roi d'Egypte, l'an du Monde 3425, & avant J. C. ou l'Ere Chrétienne 610.

La seconde est celle que fit faire Darius fils d'Hystaspès Roi de Perse & d'Egypte, vers l'an du Monde 3513, & avant J. C. 522.

Mmm 2

La

(*) Le bois d'ébene est celui d'un arbre qui croît dans les Pays Meridionaux de l'Afrique, où il pleut presque continuellement. *De Muller descript. de l'Egypte Tom. II. p. 340. in 12.*



La troisième est celle qui se fit du tems de Xerxès I. Roi de Perse & d'Egypte, vers l'an du Monde 3571, & avant J. C. 464.

La quatrième est celle d'Hannon le Carthaginois, vers l'an du Monde 3633, & avant J. C. 402.

La cinquième est celle d'Himilcon aussi Carthaginois, faite dans le même tems que la précédente.

La sixième est celle de Polybe, faite vers l'an du Monde 3889, & avant J. C. 146.

La septième est celle d'un Marchand Espagnol, vers l'an du Monde 3917, & avant J. C. 118.

La huitième est celle d'Eudoxe du tems de Ptolemée Lathurus Roi d'Egypte, vers l'an du Monde 3960, & avant J. C. 75.

La neuvième est celle de plusieurs Indiens, l'an du Monde 3981, & avant J. C. 54.

Enfin la dixième est celle de plusieurs Espagnols, l'an du Monde 4038, & le 3. de l'Ere Chrétienne.

Je vai donner ici, autant qu'il me sera possible, l'histoire de ces anciennes navigations, parce qu'elle pourra jeter un nouveau jour sur celles de *Tarfeis* & d'*Ophir*, & me fournir l'occasion de développer quelques points de critique que je n'ai pu traiter dans la partie de ce Mémoire qui concerne ces deux premières navigations.

I. Navigation, faite par ordre de Nechao Roi d'Egypte, l'an du Monde 3425, & avant l'Ere Chrétienne 610.

Si Pharaon Nechao ne nous étoit connu que par l'Ecriture Sainte, nous ne saurions de lui rien autre chose, que la victoire qu'il remporta sur Josias Roi de Juda, les actes de souveraineté qu'il exerça sur les deux successeurs de ce Prince, & ensuite sa défaite par les armes de Nabuchodonosor. Mais Hérodote, le plus ancien des historiens Grecs que le tems ait épargné, nous apprend (*au Livre 2*) que la
pre-



premiere entreprife de ce Roi qu'il nomme *Nechus*, après qu'il eut fuccédé à Pſammetichus ſon pere, fut de commencer un Canal qui conduiſoit du Nil à la Mer Rouge. Cent vingt mille hommes ayant péri en le creuſant, il fit ceſſer ce travail, dont il fut, dit-on, détourné par un Oracle, qui lui répondit que cet ouvrage ſeroit achevé par un Barbare; car les Egyptiens, ajoute Hérodote, appellent Barbares tous ceux qui ne parlent pas leur langue. Nechus ayant abandonné ce travail s'occupa à lever des troupes, & à faire conſtruire des vaiſſeaux pour s'en ſervir ſelon le beſoin qu'il en auroit. Il en fit faire une partie ſur la Méditerranée & une partie dans le Golphe d'Arabie vers la Mer Rouge, dont l'historien dit qu'on voyoit encore les havres de ſon tems; mais il fait enfuite (*au Livre 4.*) une remarque aſſez ſinguliere, qui eſt qu'avant Nechus on ſavoit que l'Afrique étoit environnée de la Mer, excepté l'endroit où elle touche l'Asie, c'eſt à dire l'Iſthme de Suez, qui fut premièrement découvert par ce Roi Nechus: & c'eſt à l'occafion de cette découverte que vient le récit de la navigation qu'il fit faire autour de l'Afrique. Lorsque ce Prince eut ceſſé de fouiller le Canal qu'il vouloit conduire du Nil juſqu'au Golphe d'Arabie, il dépêcha ſur des vaiſſeaux quelques Phéniciens, avec ordre de pouſſer leur navigation juſqu'au delà des Colonnes d'Hercule dans la Mer Septentrionale (la Méditerranée), & puis de retourner en Egypte. Les Phéniciens s'étant donc embarqués ſur la Mer Rouge, entrèrent dans la Mer Méridionale, & quand l'automne étoit venu, ils deſcendoient à terre, ſemoient du bled en tous les endroits de l'Afrique où ils paſſoient, y attendoient la moisſon, & en partoient lorsqu'ils avoient moisſonné. Ainſi, après avoir voyagé deux ans, ils arriverent la troiſième année vers les Colonnes d'Hercule, & de là ils retournerent en Egypte, où ils raconterent des choſes que l'Historien a de la peine à croire. En effet, dit-il, ils rapporterent qu'en voyageant à l'entour de l'Afrique ils avoient eu le ſoleil à la droite: & ce fut par ce moyen que la Lybie fut premièrement connue.

On peut conclure de ce récit d'Hérodote que les Grecs n'avoient point connoiſſance des navigations que la flotte de *Tarſcis* avoit



faites autour de l'Afrique dans le même espace de trois années. Mais il falloit bien que Nechao ne fut pas dans la même ignorance, puisque ce fut à des *Phéniciens*, c'est à dire à des navigateurs de même nation que ceux de *Tarfeis*, qu'il s'adressa pour une pareille navigation.

Comme Hérodote n'étoit pas contemporain de Nechao, il se pourroit bien qu'il eut supposé ce qu'il dit, que les navigateurs Phéniciens, pendant l'automne, descendoient à terre, semoient du bled dans tous les endroits de l'Afrique où ils passoient, & n'en partoient qu'après y avoir fait la moisson: cela paroît peu vraisemblable, ou il leur auroit fallu plus de tems qu'ils n'en ont mis à leur voyage. Mais à l'égard de ce que l'historien avoit tant de peine à croire, sçavoir que ces navigateurs eussent eu le soleil à leur droite, il n'y a rien là que de très-naturel, puisque pour aller de la Mer Rouge au Cap de Bonne-Espérance, ils étoient obligés de courir près de 40 degrez au delà de l'Équateur, & autant pour venir de ce Cap dans la Mer de Guinée. Et pour ce qu'il ajoute que c'est par ce moyen que la Lybie fut découverte, il ne faut point entendre cela de la Lybie propre qui est la Guinée, mais de toute l'Afrique, ces deux noms étant synonymes dans Hérodote: & c'est ce qui prouve encore qu'il n'avoit aucune connoissance des navigations que la flotte de *Tarfeis* avoit faites autour de l'Afrique plusieurs siècles avant Nechao.

II. *Navigation, faite par ordre de Darius-Histaspès Roi de Perse & d'Égypte, vers l'an du Monde 3513, & avant l'Ere Chrétienne 522.*

Darius fils d'Histaspès fut le Barbare par qui l'Oracle avoit annoncé à Nechao, que son Canal du Nil à la Mer Rouge seroit achevé. En effet Darius, qui étoit tout à la fois Roi de Perse & Roi d'Égypte, en eut la gloire; & l'historien Hérodote qui nous l'assure (*livre 2.*) décrit en même tems ce Canal dans l'état où il étoit alors. Il avoit de longueur quatre journées de navigation, & avoit la largeur de deux galeres. L'eau dont il étoit rempli venoit du Nil un peu au dessus
de



de Bubastis; il passoit proche d'une ville d'Arabie appelée Parumon, & couloit delà dans la Mer Rouge. Il commençoit dans la plaine d'Egypte vers l'Arabie, & continuoit par le haut de cette plaine le long de la montagne où étoient les carrieres, dans le voisinage de Memphis. Ainsi ce grand Canal étoit conduit par le pied de cette montagne, de l'Occident à l'Orient, & de là il couloit dans le Golphe d'Arabie par les ouvertures de la montagne conduisant vers le Midi. Le chemin le plus court pour monter de la Mer Septentrionale ou Méditerranée dans la Mer Australe ou Mer Rouge, étoit d'aller par le Mont Casius (*aujourd'hui Larissa*) qui séparoit l'Egypte de la Syrie, car il n'y avoit pas plus de mille stades (*125 milles Romains de 1000 pas géométriques chacun*) en passant par cet endroit jusqu'au Golphe d'Arabie. Mais le chemin du Canal étoit plus long, parce qu'il alloit en tournoyant. Voilà ce qu'Hérodote dit de cet ancien Canal, dont il ne reste plus aujourd'hui aucune trace, ni même la moindre idée en Egypte, puisque Mr. de Maillet qui a été longtems Consul de France en ce pays-là, n'en dit mot dans sa description de l'Egypte, quoiqu'il y parle d'un autre Canal également détruit, & fait au milieu du septième Siècle, après la conquête de l'Egypte, par les Arabes sous le gouvernement d'Omar *Ebn Ellias* qui le fit creuser dans le roc, un bout donnant dans le Nil proche du Caire & l'autre bout entrant dans la Mer Rouge au Suez: à quoi l'auteur ajoute que ce Canal servoit à transporter à la Mecque toutes les marchandises & les provisions que l'Egypte fournissoit à ce Caliphe; qu'on en voit encore aujourd'hui quelques traces, malgré les sables qui l'ont comblé, & que peut-être il ne feroit pas aussi difficile de le rétablir qu'on pourroit se l'imaginer. Je reviens à Darius.

Après que ce Prince eut fini son Canal du Nil à la Mer Rouge, il parvint (dit Hérodote *Livre 4.*) à découvrir la plus grande partie de l'Asie: car voulant savoir en quel endroit de la Mer se déchargeoit le fleuve Indus, il y envoya entr'autres Scylax & Cariandès, de qui il savoit bien qu'il apprendroit la vérité. Ils partirent de la ville de Caspatire & de la terre de Pactye, & navigerent vers l'Orient tout le long
de



de ce fleuve jusque dans la Mer; où tenant leur route vers le Couchant, enfin le trentième mois de leur voyage ils arriverent au même endroit d'où le Roi d'Egypte (Necho) avoit fait partir les Phéniciens pour faire le tour de l'Afrique. Quand ils furent de retour, Darius alla conquérir les Indes & se rendit maître de cette Mer. Ces navigateurs firent donc une partie de la route que faisoit la flotte qui revenoit d'Ophir.

III. *Navigation, faite du tems de Xerxes I. vers l'an du Monde 3571, & avant l'Ere Chrétienne 464.*

C'est encore Hérodote qui nous fournit le récit de cette navigation, qu'il tenoit des Carthaginois; & voici ce qu'il en rapporte (*Livre 4.*): Un certain Saraspès fils de Theaspès Achéménide, ayant été envoyé pour faire le tour de l'Afrique, n'acheva pas son voyage, mais s'étant rebuté de la longueur de cette navigation & des grands deserts qu'il rencontroit, il retourna en arriere, & ne put accomplir ce travail, que sa mere lui avoit imposé pour avoir déshonoré la fille de Zopyre, fils de Megabyfes, Seigneur Persan. Xerxès l'avoit condamné pour ce crime à être mis en croix; mais sa mere qui étoit tante de Xerxès & sœur de Darius fils d'Histaspès, l'exempra de ce supplice, parce qu'elle représenta qu'elle avoit un moyen de le punir avec beaucoup plus de rigueur que ne pourroit le faire le Roi; & que la peine qu'elle lui imposeroit étoit d'aller naviger à l'entour de l'Afrique jusqu'au Golphe Arabique. Le Roi ayant donné son consentement à cette proposition, Saraspès alla en Egypte, & s'y étant embarqué il prit sa route vers les Colonnes d'Hercule. Quand il en eut fait le trajet, il passa auprès d'un Promontoire nommé *Selois* & tint sa route vers le Midi; mais après avoir employé plusieurs mois à passer seulement de grandes étendues de mer, voyant que son travail devenoit plus long à mesure qu'il pensoit l'achever, il retourna en Egypte; d'où s'étant rendu à la Cour de Persé, il dit au Roi que dans les lieux les plus éloignés où il avoit été, il avoit vu de petits hommes vêtus à la Phénicienne, qui avoient quitté leur ville & pris la fuite vers les montagnes, aussi-



alussitôt qu'ils avoient vu prendre terre aux vaisseaux qui l'accompagnoient ; que néanmoins il ne leur avoit fait aucun mal, & s'étoit contenté d'y prendre quelque bétail. Or il disoit pour raison de n'avoir pas continué sa navigation à l'entour de l'Afrique, que son vaisseau n'avoit pu passer un certain endroit, & qu'il y étoit resté comme attaché. Mais Xerxès ne pouvant le croire, & s'imaginant qu'il ne lui disoit que des mensonges, il le fit aussitôt mettre en croix suivant son premier jugement, à cause qu'il n'avoit pas accompli ce qu'on lui avoit imposé. L'Eunuque de Sataaspès, ayant appris la mort de son maître, s'enfuit à Samos avec de grandes sommes d'argent, dont s'empara un Samien qu'Hérodote ne nomme point, mais qu'il connoissoit fort bien, à ce qu'il dit : ce qui prouve que cette navigation de Sataaspès se fit du tems de cet historien, qui étoit contemporain de Xerxès I. fils de Darius qu'on distingue par le nom d'Histaspès son pere.

Le rapport que fit Sataaspès au Roi son cousin germain pouvoir être fabuleux dans certaines circonstances, comme est celle de ses vaisseaux rendus incapables d'avancer quoiqu'ils pussent fort bien s'en retourner. Mais ce qu'il disoit des hommes habillés à la Phénicienne qu'il avoit vus, mérite sans doute attention. Car la conséquence naturelle qu'on en peut tirer, est que les Phéniciens (& sous ce nom sont compris ceux de *Tarsis*, aussi bien que les Tyriens & les Sido-niens habitans de la Phénicie) ne s'étoient pas contentés de faire leurs navigations autour de l'Afrique, mais qu'ils y avoient fondé des Colonies sur les Côtes, pour y commercer avec plus de sûreté & de facilité, y trouvant par ce moyen des facteurs & des magasins de marchandises pour en charger leurs vaisseaux. Mais les vaisseaux qui portoient Sataaspès étant Egyptiens, & lui Persan, ces Colonistes eurent raison de fuir à leur approche, voyant que ces Errangers enlevoient leur bétail, & ne pouvant les prendre que pour des ennemis. Au reste, s'il s'agissoit de rechercher l'origine de ces Phéniciens, peut-être la trouveroit-on avec assez de vraisemblance dans la catastrophe que la ville & le Royaume de Tyr avoient essuyée environ 100 ans auparavant. Je parle



de la ruine de Tyr, que Nabuchodonosor avoit prise après un siège de 13 ans, l'an du Monde 3464, & avant l'Ere Chrétienne 571. Les Hollandois, ces Tyriens modernes par l'étendue de leur commerce & de leur puissance, n'étoient pas à beaucoup près en 1672 réduits à cette extrémité, lorsqu'ils pensoient déjà à monter sur leurs vaisseaux avec toutes leurs familles, pour aller fonder une nouvelle Hollande dans leurs possessions des Indes. Les Tyriens donc chassés de leur Patrie détruite, allèrent à la faveur de leur Marine qui étoit si puissante, s'établir avec leurs familles sur ces Côtes d'Afrique, qu'ils fréquentoient tous les jours pour leur commerce: ce qui n'empêcha pas les autres Tyriens qui ne purent ou ne voulurent point s'expatrier, de bâtir une nouvelle ville de Tyr, dans une Isle située à un demi-mille du Continent, & dans laquelle ces Tyriens s'étoient réfugiés avec leurs meilleurs effets pendant le siège: au moyen de quoi Nabuchodonosor perdit le butin qu'il avoit espéré de faire dans la ville, ce qui l'irrita si fort qu'il la détruisit de fond en comble & fit passer au fil de l'épée le peu d'habitans qui y étoient restés. La seconde Tyr ne remonta jamais au degré de puissance & de richesses où la première s'étoit élevée; & c'est elle qui fut prise & saccagée par Alexandre 238 ans après, comme on le voit dans Quinte-Curce.

Et quant à l'origine de la première Tyr, puisque je n'ai pas eu occasion d'en parler dans le cours de ce Mémoire, je vai dire ici ce que j'en sai. 1. On prétend que cette ville fut bâtie l'an du Monde 2580 & avant l'Ere Chrétienne 1455: au contraire Trogue Pompée dans Justin n'en place la fondation qu'un an avant la destruction de Troye, ce qui la rendroit plus moderne de 247 ans; mais l'historien Josephé la met 36 ans plutôt, croyant cette ville plus ancienne de 240 ans, que le Temple de Salomon. 2. On en attribue la fondation à Agénor: mais les Marbres de Paros ou d'Arundel, époque VII, fixant l'arrivée de Cadmus fils d'Agénor à Thebes en l'an du Monde 2516, & avant notre Ere 1519, il est incroyable que ce même Agénor pere de Cadmus soit venu 275 ans après lui, pour fonder Tyr. 3. On ajoute qu'A-



qu'Agénor étoit venu d'Egypte : mais en ce cas la langue Phénicienne eût été l'Egyptienne ou l'ancien Copre, & c'est ce qui ne fut jamais.

4. Enfin on donne à Agénor un fils appelé *Phœnix* qui régna, dit-on, après lui, & de qui la *Phénicie* doit avoir tiré son nom : mais la *Phénicie* reçut ce nom des Grecs, à cause de l'extrême quantité de bonnes Palmes * qu'elle produisoit ; & delà vint aussi à ses habitans le nom de * *Φοινίκης*. *Phéniciens* *, que les Romains corrompirent dans la suite en ceux de * *Φοίνικες*. *Pani* & *Punici* qu'ils donnerent aux Carthaginois sortis d'une Colonie Tyrienne.

Il se peut que Tyr ait été bâtie 240 ans avant le Temple de Sa- An du M.
lomon, puisque Joseph le dit, & qu'il est tout au moins aussi croya- 2791
ble sur ce point que Trogue Pompée dans Justin. Il n'étoit pas besoin avant J. C.
qu'Agénor ou quelqu'autre vînt d'Egypte pour la bâtir & pour peu- 1244
pler la Phénicie ; plus de 290 ans auparavant, du tems de Josué, elle étoit déjà toute peuplée par les Sidoniens, qui avoient dès-lors bâti leur ville de Sidon, & qui sans doute bâtirent ensuite, (comme dit Justin Liv. 18. Ch. 3.) celle de Tyr dont les habitans prirent le nom de Tyriens, ce qui n'empêcha pas, en parlant des uns & des autres implicitement, de les confondre sous la dénomination générale de *Phéniciens*. Mais ces Phéniciens ou Sidoniens, d'où venoient-ils originai- rement ? Si l'on en croit le même Justin, les Phéniciens d'où sont sortis les Tyriens, étant troublés par un tremblement de terre, quitterent leur pays, se vinrent premièrement établir près de l'Étang d'Assyrie, & bientôt après au plus proche rivage de la Mer, où ils bâtirent une ville qu'ils nommèrent *Sidon*, à cause qu'on y pêche grande quantité de poisson que les Phéniciens appellent *Sidon* : *Tyriorum gens condita à Phœnicibus fuit, qui terræ motu vexati, relicto patrio solo, Assyrium stagnum primò, mox mari proximum littus incoluerunt, condita ibi urbe, quam à piscium ubertate Sidona appellaverunt, nam piscem Phœnices Sidon vocant.* C'est tout ce que dit Justin sur l'origine des Phéniciens ; mais Hérodote plusieurs siècles auparavant avoit écrit au commencement de son histoire, sur la foi des historiens de Perse, que

Nnn 2

les

les Phéniciens étoient entrés de la Mer Rouge dans la Mer Méditerranée, & que s'étant établis dans le pays voisin (la Phénicie) ils s'appliquèrent aussitôt à la navigation, & entreprirent sur Mer de longs voyages, &c.

De la manière dont parle Hérodote, il sembleroit, ou que la Mer Rouge étoit jointe immédiatement à la Méditerranée, ou bien qu'il y avoit entr'elles un Canal de communication; c'est ce qu'il faut examiner.

Que les Anciens ayent été dans l'idée qu'il y avoit eu un tems où les deux Mers n'en faisoient qu'une, c'est ce qu'on peut prouver par ce passage tiré des Oeuvres de la Mothe le Vayer (*édit. in fol. Tom. II. p. 779.*): „Eratosthene souenoit autrefois que l'Isthme d'Egypte, qui „est le détroit de Suez, ne s'étoit fait que depuis que la Mer se fût ou- „vert le passage de celui de Gadès ou de Gibraltar. Avant cela, non „seulement l'Egypte, mais le Mont *Cassius* (*) même & les arennes in- „fertiles de Jupiter Ammon si éloignées de la Mer étoient couvertes „de ses eaux.“ Surquoi notre auteur cite Strabon dans sa Géographie Liv. I. & XVII. Puis il ajoute: „Plutarque dit dans son traité de la „déesse Isis, que c'est pourquoi de son tems l'on trouvoit assez sou- „vent des conques & plusieurs petites sortes de coquillages dans les „montagnes de toute cette région. Et il rapporte à ce propos au „même lieu, que ce Phare célèbre pour avoir donné le nom à tous les „autres, & qui étoit éloigné du Continent de l'Egypte au tems d'Ho- „mere d'une journée, se trouvoit attaché sous celui de Trajan, à la „terre ferme de la même Province.“

Je ne voudrois pas absolument contredire ce sentiment d'Eratosthene, qui ayant été appelé en Egypte par Ptolémée Evergetes pour avoir soin de la fameuse Bibliothèque d'Alexandrie, pouvoit y trouver sur ce sujet des mémoires qui ont péri dans l'incendie de ce trésor littéraire. Mais je dis que quand les Phéniciens passèrent de la Mer Rouge dans la Méditerranée, la jonction immédiate de ces deux

mers

(*) Il faut lire *Cassius*.

mers devoir avoir cessé, & l'Isthme de Suez s'être dégagé des eaux, sans quoi ces hommes n'auroient pu s'établir dans la Phénicie, parce qu'il est indubitable qu'elle étoit encore submergée en ce tems-là, aussi bien que l'Isthme. Ainsi, pour expliquer le passage d'Hérodote, il reste à dire que de la Mer Rouge à la Méditerranée il y avoit un Canal de communication, par lequel les Phéniciens passèrent de l'une dans l'autre; & l'on est d'autant mieux fondé à le supposer, qu'il y a eu effectivement un Canal qui coupoit l'Isthme de Suez en droiture, & que ce Canal devoit être fort ancien puisque l'histoire ne marque point le tems où il fut fait. On peut en croire Mr. de Maillet qui, dans sa Description de l'Egypte (*Tom. II. p. 326.*) dit qu'en allant de Suez directement à la Méditerranée, on découvre encore les vestiges de ce Canal creusé dans le roc, qui partant de ce bourg & traversant les déserts, se terminoit à la Méditerranée, & isoloit parfaitement l'Afrique.

Or si ce Canal existoit lorsque les Phéniciens vinrent s'établir sur la Méditerranée, si peut-être il fut leur propre ouvrage, s'ils purent en faire usage longtems encore dans la suite, pour aller & venir d'une Mer à l'autre, enfin si leur première demeure avoit été sur la Mer Rouge, faut-il s'étonner qu'ils ayent connu de si bonne heure & mieux qu'aucun autre peuple, le double commerce des Indes & de l'Afrique, & par conséquent qu'ils ayent été recherchés & employés par Salomon, & vraisemblablement aussi par David, qui ne pouvoit avoir amassé les 3000 talens d'or qu'il lui laissa, que par le moyen de ce double commerce, qu'il faisoit sans doute avec ces Phéniciens, à la faveur de son Port d'Eloth ou d'Elath, situé sur la Mer Rouge.

Enfin j'ai dit que les Phéniciens n'étoient point Egyptiens d'origine; & j'ajoute qu'ils n'étoient autres que *Canaanéens*, dont le nom même signifie *Marchand*; car eux-mêmes ne se nommoient & n'étoient jamais nommés autrement par les Juifs leurs voisins, comme on le voit dans Ezéchiel (*Ch. 27.*). Et qu'ils ayent été vraiment *Canaanéens*, c'est de quoi on a plusieurs preuves, 1°. Cette femme qui dans St. Matthieu (*Ch. 15. v. 22.*) est appelée *Canaanéenne*, a dans St. Marc



(Ch. 7. v. 26.) le nom de *Syro-phénicienne* : 2°. Les Rois de Canaan dont parle Josué (Ch. 5. v. 3.) sont nommés dans la version des Septante Βασιλεῖς τῆς Φοινίκης : 3°. St. Augustin qui étoit né & vivoit en Afrique parmi les restes des *Carthaginois* ou *Puniques*, descendus des *Phéniciens* de Tyr, écrit que quand on demandoit aux Payfans *Puniques* qui ils étoient, ils répondoient *Chanani*, entendant, comme lui-même l'interprete, *Canaanéens* : 4°. La Langue Phénicienne n'étoit autre que la *Canaanéenne*, ou l'ancien Hébreu, qui se parloit vulgairement parmi les Juifs avant la Captivité, & qu'Abraham & sa postérité n'apportèrent point de Chaldée, mais qu'ils apprirent dans la terre de *Canaan*. Esaïe (Ch. 19. v. 18.) l'appelle formellement le *langage de Canaan*. D'ailleurs les anciens noms que les villes de Canaan portoient avant que les Juifs y vinssent habiter, étoient des noms Hébreux, comme on le voit dans toute la suite des livres de Moïse & de Josué. Enfin St. Augustin dans son livre contre les lettres de Petilien (Ch. 104.) reconnoît lui-même que la langue Punique étoit très-ressemblante, & presque en tout conforme à l'Hébreu. Mais les Puniques ou Phéniciens d'Afrique n'avoient pu tirer cette langue des Israélites, parce qu'ils n'étoient point de la postérité d'Abraham, & qu'ils ne la tirèrent en effet que de Tyr leur patrie, qui avoit toujours été possédée par les *Canaanéens* & non par les Israélites : donc le langage des Phéniciens n'étoit autre que le *Canaanéen*. Donc ils étoient eux-mêmes de la nation *Canaanéenne*, & non pas Egyptiens d'origine.

IV. *Navigation, faite par Hannon le Carthaginois, vers l'an du Monde 3633, & avant l'Ere Chrétienne 402.*

Avant d'entrer dans le détail de cette navigation, il faut que je rende compte de divers sentimens qu'on a eûs sur le tems où elle s'est faite, & de ce qui m'a empêché de m'y conformer.

Les Anciens qui ont fait mention du voyage d'*Hannon*, qu'ils écrivent aussi sans *h*, *Aannon*, n'ont pas pris la peine de fixer le tems où il fit cette expédition, ni même le siècle où il vivoit; c'est ce qui
a don-



a donné lieu aux Modernes de tâcher d'y suppléer, chacun suivant son jugement ou ses idées. On en va juger par cette note de l'Abbé Lenglet du Fresnoy, qu'on lit dans le Tome 2. de ses Tablettes Chronologiques, au Chapitre des Grands hommes dans les sciences, page 270. „*Hannon* Carthaginois. Son voyage autour de l'Afrique. Quelques-uns le font vivre avant la guerre de Troie, d'autres environ 340 (*) „ans seulement avant J. C. La distance est grande.“ Et là-dessus le savant Abbé, sans autre forme de procès, le range après Sancho-niaron, sous l'an 1040 avant J. C. ou 1034 suivant la supputation que j'ai suivie jusqu'à présent dans ce Mémoire. Voilà donc trois opinions différentes à examiner avant que je propose la mienne.

Qu'*Hannon* ait été Carthaginois & employé à faire une navigation avant la guerre de Troie, qui selon les Marbres de Paros commença l'an du Monde 2817, & avant J. C. 1218; ou même deux siècles plus tard, l'an du M. 3001 & avant J. C. 1034, suivant le calcul de l'Abbé Lenglet; ce sont deux sentimens insoutenables & même absurdes, par la raison que le nom de Carthaginois ne fut point connu avant que Carthage existât. Or cette ville ne fut bâtie par Elissa ou Didon, que l'an du Monde 3153 & avant J. C. 882. Je conviens avec l'Abbé Lenglet, de ce qu'il dit dans le même volume page 23: „Que la premiere fondation de Carthage par les Tyriens, qui bâtirent „*Byrsa* ou la Citadelle, se fit 50 ans avant la prise de Troie;“ ce qui revient à l'an du Monde 2776, & avant J. C. 1259: mais de ces propres termes même il résulte que les Tyriens bâtirent un fort nommé *Byrsa*, & non pas une ville appelée *Carthage*: & ce qu'il y a de vrai est que les Phéniciens en bâtissant ce fort le nommerent *Botzra* ou *Bofra*, parce que dans leur langue qui étoit, comme j'ai dit, la Canaanéenne ou l'ancien Hébreu, on appelle de ce nom un lieu fortifié. Cette forteresse subsista ainsi l'espace de 377 ans, sans que le nom de *Carthage* fût connu: mais au bout de ce tems-là Elissa ou Didon sœur de Pigmalion Roi de Tyr étant venue en Afrique avec une nouvelle Colonie de Tyriens, pour s'y établir avec eux, elle fit bâtir, autour

ou

(*) 334 suivant la supputation adoptée dans ce Mémoire.

où auprès de *Bofra*, une ville qui au regard de celle-là ne pouvoit paffer que pour une nouvelle ville; par cette raison elle la nomma en Phénicien *Kartha-Chadtha* qui signifie *Ville Nouvelle*, & de cette dénomination appellative s'est formé le nom de *Carthage*. On voit donc par là qu'il est impossible qu'un Carthaginois ait fait une navigation, soit avant la guerre de Troie, soit même deux siècles après.

A l'égard du troisiéme sentiment, il donne dans l'autre extrémité, car si les deux premiers ont placé trop tôt l'époque de la navigation d'*Hannon*, le dernier paroît la placer trop tard. L'an 3701 du Monde qui étoit le 334 avant l'Ere Chrétienne, ou le 340 suivant le calcul de l'Abbé Lenglet, fut une année fatale aux Carthaginois; & il n'est pas croyable que dans la circonstance où ils se trouvoient, ils eussent consenti à se priver d'un aussi grand nombre de sujets qu'on dit qu'ils permirent à *Hannon* d'emmener hors du pays: ils avoient la guerre en Sicile pour défendre leurs conquêtes contre Denys Roi de Syracuse; leur armée composée de 70 mille hommes & de 10 mille chariots venoit d'être taillée en pièces précisément cette année-là par Timoléon Général des Corinthiens alliés des Syracusains; ce qui avoit jetté la consternation dans Carthage; & cette guerre meurtrière duroit depuis 28 ans avec de courts intervalles de paix. Qu'on juge de là, si c'étoit un tems propre à une expédition de la nature de celle d'*Hannon*.

On apprend par l'histoire, comme je le montrerai bientôt, que cette expédition s'est faite dans le tems où Carthage se trouvoit dans l'état le plus florissant, c'est à dire lorsqu'elle étoit très-peuplée, enrichie par son commerce, ne pensant qu'à l'étendre, & avec lui sa domination.

Telle étoit sans doute la situation de cette République, lorsque non contente d'avoir conquis une grande partie de l'Afrique sur les Maures & sur les Numides, elle porta ses armes dans les Isles Baléares, aujourd'hui Majorque & Minorque, dans la Sardaigne, en Espagne & en Sicile. Le malheur est que nous n'avons aucune connoissance des siècles où les Carthaginois firent successivement toutes ces conquêtes,



quêtes, & où *Hannon* d'un côté & *Himilcon* d'un autre eurent ordre de faire les deux expéditions dont je parlerai. Mais je ne croi pas que celles-ci soient aussi anciennes qu'Hérodote, parce que cet historien, à l'occasion de l'Afrique, ayant parlé de la navigation des Phéniciens faite par ordre de Néchao, aussi bien que de celle de Sarspès, & même au sujet de cette dernière ayant cité nommément les *Carthaginois*, il y a toute apparence qu'il auroit également parlé des deux navigations Carthaginoises d'*Hannon* & d'*Himilcon*. Cette raison m'a paru si forte, qu'en voyant dans le rapport de Sarspès des hommes vêtus à la Phénicienne sur la Côte d'Afrique, j'ai mieux aimé les prendre pour une Colonie de *Tyriens* que de *Carthaginois*. J'ai donc cru devoir placer la double expédition de ceux-ci après Hérodote, & j'ai préféré, pour époque les environs de l'an du Monde 3633, & avant l'Ere Chrétienne 402, par trois raisons; la première, parce que c'étoit un tems où Carthage envoyoit en Sicile des armées de 300 mille hommes selon quelques auteurs, ou tout au moins de 120 mille: la seconde raison est qu'elle n'avoit rien à démêler avec Rome, car c'étoit plus de 140 ans avant la première guerre Punique; & la troisième, que dans ce même tems précisément il y avoit à Carthage un *Hannon* ou *Annon* & un *Himilcon* ou *Imilcon*, c'est à dire deux hommes de même nom que ceux qui furent chargés de faire la double navigation, & qui doivent avoir été deux personnages aussi considérables que l'histoire nous représente les deux premiers; tous deux étant de la famille d'Annibal fils de Giscon. Venons maintenant à la navigation. Je commencerai par consulter les auteurs qui en ont parlé, avant de rapporter ce qu'en dit la relation qu'on attribue à *Hannon*.

Xénophon de Lampsaque, auteur d'une Géographie qui n'est point venue jusqu'à nous, mais qui subsistoit encore du tems de Pline & de Solin, me paroît être le premier qui a fait mention du voyage d'*Hannon*. Voici ce que cet auteur, qui vécut après la ruine de Carthage arrivée l'an du Monde 3889 & avant J. C. 146, avoir écrit sur cette navigation au rapport de Solin: „*Hannon* Roi des Carthagi-



„nois a voyagé aux Isles Gorgones situées dans la Mer Atlantique, vis
„à vis le Promontoire ou Cap nommé *Hesperion Ceras*, à la distance
„de deux jours de navigation du Continent: il y a trouvé des femmes
„qui couroient d'une vitesse étonnante, & deux d'entr'elles ayant été
„prises, leurs corps étoient si couverts de poil & d'un poil si rude,
„que pour la rareté du fait les peaux de ces deux femmes furent appor-
„tées & appendues parmi les offrandes dans le temple de Junon, où
„elles sont restées jusqu'au tems de la destruction de Carthage.“ Il
paroît par ce passage, qu'*Hannon* voyagea aux Isles du Cap Verd, mais
on ne voit pas clairement s'il y borna sa navigation ou s'il la poussa plus
loin. Du reste les Isles Gorgones étoient si renommées par des his-
toires ou des fables plus anciennes qu'*Hannon*, qu'il n'étoit pas besoin
de son voyage pour les faire connoître. On lit dans la Théogonie
d'Hésiode, que les Gorgones étoient trois sœurs, filles de Phorcus,
dieu marin, qu'elles n'avoient qu'un seul ceil dont elles se servoient
tour à tour, qu'elles avoient de grandes aîles, des couleuvres pour
coëffure, de longues dents qui leur sortoient de la bouche comme des
défenses de sanglier, & des griffes crochues & bien acérées: Fable que
Diodore de Sicile explique en disant que les Gorgones étoient des fem-
mes guerrières, que Persée alla combattre, qu'il les vainquit & qu'il tua
leur Reine Méduse. Mais Théocrite ancien historiographe cité par
Fulgentius Planciades, a écrit que Phorcus fut un Roi qui laissa trois
filles très-riches; que Méduse, l'aînée & la plus puissante, eut le nom
de Gorgone parce qu'elle s'appliqua fortement à faire cultiver les ter-
res; qu'on lui attribua une tête de serpent à cause de sa prudence; que
Persée l'étant venu attaquer avec une flotte, raison pour laquelle les
poètes lui donnent des aîles, il s'empara de ses États & lui ôta la vie;
qu'il se servit de la tête, c'est à dire, des forces & des richesses de Mé-
duse, pour conquérir le Royaume d'Atlas, qu'il mit en fuite & qu'il
obligea de se réfugier dans les montagnes, ce qui a fait dire qu'il l'avoit
métamorphosé en montagne.

Le second écrivain qui a parlé d'*Hannon*, est Pomponius Me-
la, Espagnol de nation & auteur d'une Cosmographie fort abrégée
qu'il



qu'il composa en Latin du tems de Tibere ou de Claude. „On a
 „douté (dit-il) pendant quelque tems s'il y avoit une Mer au delà de
 „l'Afrique, ou si la Terre l'entouroit, ou si n'y ayant point de Mer,
 „l'Afrique avoit une étendue sans bornes. Mais *Hannon* le Cartha-
 „ginois qui fut envoyé à la découverte par ses compatriotes, étant
 „sorti par les embouchures de l'Océan, & en ayant fait le circuit en
 „grande partie, rapporta qu'il avoit manqué de vivres, mais que la
 „Mer ne lui avoit point manqué. Au-dessus des peuples monstrueux
 „que renferme l'intérieur de l'Afrique, la grande courbure du rivage
 „enferme une grande Isle où l'on ne voit, dit-on, que des femmes
 „dont le corps est entièrement velu, & qui sont fécondes sans avoir
 „commerce avec l'autre sexe, mais qui sont si sauvages qu'on peut à
 „peine s'en rendre maître en les liant de force. C'est ce qu'*Hannon*
 „a raconté de ces femmes, & on a ajouté foi à son témoignage, parce
 „qu'il a rapporté les peaux de quelques-unes qui s'étoient fait tuer.“
 Il est aussi difficile de déterminer sur ce récit que sur celui de Xénophon,
 quel fut le terme de la navigation d'*Hannon*. Mais ce qu'on n'y voit
 que trop, est que l'Auteur avoit l'esprit imbu des fables que chacun
 débitoit à l'envi sur les Gorgones.

Plin le Naturaliste est le troisième des Anciens qui a fait men-
 tion du voyage d'*Hannon*. Cet auteur composa son histoire sous l'Em-
 pire de Vespasien. Il dit au Livre II. Chap. 67: „Lorsque la puis-
 „sance de Carthage étoit florissante, *Hannon* ayant fait le circuit de-
 „puis le Détroit de Cadix jusqu'à la frontière d'Arabie, a laissé par
 „écrit l'histoire de cette navigation.“ Dans la suite au Livre V. Ch. 1,
 après avoir dit que la route du Mont Atlas est d'une immense étendue
 & incertaine ou peu connue, il ajoute: „On a des Mémoires
 „d'*Hannon* Général des Carthaginois, qui dans l'état le plus florissant
 „de sa République eut ordre de faire le tour de l'Afrique; & ayant été
 „suivi ou copié par la plupart des Grecs & des Romains, il leur a don-
 „né lieu de publier plusieurs choses fabuleuses, & de parler de plu-
 „sieurs villes qu'il avoit fondées; & dont il ne reste ni vestige ni mé-



„moire.“ Enfin, au Livre VI. Chap. 31. remarquant d'abord sur la foi de Xénophon de Lampsaque qu'à l'opposite du Cap *Hesperion Ceras* sont situées les Isles Gorgades, autrefois la demeure des Gorgones, distantes du Continent de deux journées de navigation, il ajoute : „*Hannon, Imperator*, c'est à dire Général des Carthaginois, ayant „pénétré en ces Isles, a rapporté que les femmes y passent les hommes „à la course & ont le corps tout velu. Pour preuve d'une singularité „si étrange, il a déposé dans le Temple de Junon les peaux de deux „Gorgones, qui y ont été vues jusqu'à la prise de Carthage.“ On voit clairement par le premier de ces passages de Pline, qu'*Hannon* fit entièrement le tour de l'Afrique, depuis Carthage & le Détroit de Gibraltar jusque dans la Mer Rouge. Cependant il laisse ignorer s'il avoit vu la relation d'*Hannon*, ou s'il n'en parloit que sur le rapport d'autrui. Mais il paroît par ce qu'il dit, qu'il devoit y avoir plus d'auteurs Grecs & Latins qui avoient suivi ou copié cette relation, que nous n'en connoissons aujourd'hui, & qu'il n'en a cité lui-même.

Solia qui vivoit, à ce qu'on croit, du tems de Pline ou peu après lui, est le quatrième qui a parlé de la navigation d'*Hannon* au dernier Chapitre de son recueil historique; mais comme ce qu'il dit se réduit au simple passage de Xénophon de Lampsaque, que j'ai rapporté plus haut, il est inutile que je le répète.

Ce seroit ici le lieu de placer Plutarque contemporain de Trajan, s'il étoit prouvé qu'un Capitaine Carthaginois nommé *Annon*, dont il parle dans ses préceptes pour la conduite des affaires publiques, fût le même que notre navigateur *Hannon*. Les Carthaginois étoient des Républicains ombrageux & qui n'entendoient pas raillerie. Ils exilèrent, dit-il, *Annon* leur concitoyen pour avoir eu l'adresse d'appriivoiser un Lion; ils lui en firent un crime dans l'appréhension qu'il n'abusât de son talent pour gagner la faveur du peuple & devenir le Tyran de sa Patrie. Cette même histoire est aussi rapportée dans Pline, Liv. VIII. Chap. 16.



Si le nombre des Anciens qui ont parlé de la navigation d'*Hannon* n'est pas plus grand, au moins leurs témoignages paroissent-ils suffisans pour prouver qu'il y a eu effectivement un Carthaginois de ce nom qui a voyagé le long des Côtes d'Afrique, & qui même en a fait le tour depuis le Détroit de Gibraltar jusqu'à la Mer Rouge. Je ne prétends pas excuser les fables que quelques-uns de ces auteurs ont mêlées dans leurs récits; mais je dis qu'elles ne doivent point empêcher qu'on ne reçoive ce que ces récits ont de vrai. Pline a reconnu lui-même ces fables, & cependant il n'a pas laissé de donner la navigation d'*Hannon* comme un fait réel. Il n'y a eu qu'Athénée, qui en a fait une raillerie. Au Chapitre 3. du Livre VII. de ses *Deipnosophistes*, Emilien l'un des Sophistes parle du *Citron* ou du *Cedrat*: - dit que „Juba, Roi de Mauritanie très-savant, en a parlé dans ses Commentaires sur la Libye & a écrit que les Libyens appelloient ce fruit „pomme des Hespérides: qu'Hercule en a apporté de là dans la Grèce, & qu'il leur a donné le nom de pommes d'or à cause de leur couleur; & qu'Asclépiade au Livre XL. de l'Histoire d'Egypte a laissé par écrit qu'aux nœces de Jupiter & de Junon, l'arbre qui porte ce fruit „étoit sorti de la terre. Surquoi Démocrite qui est un autre sophiste, regardant les assistans, leur dit: Si Juba a écrit pareilles choses, qu'il s'en aille avec ses Livres Libyques, & les erreurs d'*Annon* par dessus le marché (*).“ Que ce mot d'*erreurs* qui répond au Grec *πλάνας*, se prenne ici soit pour des *manques d'exaëtitude* ou des *bévue*s, soit pour les *écarts* & les *détours* d'un voyage fait çà & là, comme Vitruve a dit de ceux d'Ulysse, *errationes Ulyssis*, la raillerie d'Athénée déshonore également *Hannon*, en le faisant passer pour un auteur ou inexaët ou frivole qui n'est propre qu'à amuser les amateurs de fables. Pour avoir une telle idée d'*Hannon* il falloit qu'Athénée eût vu une relation de son voyage, qui n'est pas venue jusqu'à nous, & qui vraisemblablement étoit celle d'où Pomponius Mela avoit tiré la fable des femmes d'Afrique fécondes sans le concours d'aucun homme; & d'où Pline a pris l'occasion de dire qu'en suivant ou copiant cette relation,

Ooo 3

la

(*) Χαρίτω Λιβυκάων β'βλαις, ἔπι ταῖς Ἀπαιτοῖς πλάνας.



la plupart des Grecs & des Romains avoient publié des choses fabuleuses.

Hannon étant Carthaginois a dû faire son rapport en langue Punique, qui étoit, comme j'ai dit plus haut, la Phénicienne ou l'ancien Hébreu sans mélange de Chaldéen ni de Syriaque. Mais ce rapport n'existe plus, & s'il a jamais existé, comme il faut le croire, quel Carthaginois, quel Etranger ont pu se vanter de l'avoir vu, & plus encore, d'avoir eu la permission de le publier, soit dans la langue originale, soit dans des traductions ? Les Carthaginois étoient trop habiles négocians, trop fins & trop dissimulés, pour révéler le secret de leurs affaires aux autres Nations. Mais voici ce qui a pu arriver, & à quoi les Carthaginois eux-mêmes pourroient avoir contribué sous main, pour donner le change au Public, qui devoit être curieux de savoir l'issue & le détail de l'expédition d'une très-grande flotte, dont on n'avoit pu lui cacher les préparatifs & le départ. On aura publié une fausse relation, & pour lui donner un air de vérité, on y aura indiqué le dépôt public où étoit conservé l'original, dont elle passoit pour la copie. Cette prétendue copie aura bien-tôt été traduite en Grec, ou peut-être la pièce aura-t-elle été faite d'abord en cette langue, qui n'étoit rien moins qu'ignorée à Carthage. Je veux croire que dans cette relation on n'avoit eu garde de mettre des absurdités, comme celle qu'on lit dans Pomponius Mela, parce qu'elles auroient fait voir la supposition d'une manière trop grossière ; mais pour certaines autres fables qui ne passoient point la vraisemblance, on ne se fera fait aucun scrupule d'en orner la narration. Si le Public avoit su qu'*Hannon* alloit fonder des Colonies Carthaginoises le long des Côtes d'Afrique, ou aura déguisé les noms de ces nouveaux établissemens, ou l'on se sera contenté de changer leurs noms Puniques en noms Grecs ; & pour terminer la pièce convenablement, si on l'a voulu abrégé, on aura supposé quelque raison plausible qui avoit empêché *Hannon* d'achever le tour de l'Afrique. Enfin cette feinte relation une fois venue chez les Grecs (les hommes du monde qui avoient le plus de passion pour le merveilleux & l'incroyable) il s'en sera répandu successivement des copies qui passant de main
en



en main n'auront fait que croître & s'embellir par de nouvelles circonstances plus ou moins absurdes.

C'est dans cet esprit qu'il me semble qu'a été composée la relation du voyage d'*Hannon*, telle que nous l'avons, si ce n'est qu'on n'y trouve point la fable ridicule de Pomponius Mela, au sujet des femmes qui faisoient des enfans sans avoir commerce avec des hommes; & qu'on n'y voit pas non plus qu'*Hannon* ait accompli le tour de l'Afrique comme le dit Pline: mais au contraire on y voit que les vivres lui manquèrent, comme l'écrit Pomponius Mela; & qu'il apporta à Carthage les peaux de *trois* femmes, & non pas de *deux* seulement, comme l'ont dit Xénophon & Pline. Tout cela prouve que ces anciens auteurs ont suivi des copies différentes. Enfin on y reconnoît la vérité de ce que disoit aussi ce dernier, savoir qu'*Hannon* a parlé de plusieurs villes dont il ne reste ni vestige ni mémoire; mais comment pouvoit-on en avoir connoissance, si les noms en étoient supposés, ou habillés à la Grecque, comme je l'ai déjà dit plus haut? Cette relation Grecque, soit copie soit abrégé, devenue original, a été publiée pour la première fois par Sigismond Ghelen l'an 1533. Ensuite Conrad Gefner l'a traduite en Latin & fait imprimer en 1559. Puis Henri Bekler l'a donnée en Grec & en Latin avec des notes l'an 1681. Elle a encore été imprimée avec Erienne de Byzance, à Leyde en 1674, & avec les petits Géographes à Oxford en 1698. Mais je ne croi pas qu'elle ait paru jusqu'à présent en François; c'est ce qui m'engage à la donner ici pour la première fois dans cette langue.

Périple d'HANNON, (a) Roi des Carthaginois, ou Circuit autour de la Libye au delà des Colonnes d'Hercule: déposé par lui dans le Temple de Saturne.

Il a plu aux Carthaginois qu'*Hannon* fit une navigation hors des (b) *Colonnes d'Hercule* & fondât des villes de (c) *Libyphéniciens*.

II

(a) Carthage étoit une République qui n'avoit point de Roi, c'est à dire de Souverain absolu, mais elle avoit deux Chefs annuels qu'on appelloit *Suffetes*, du mot Phénicien & Hébreu *Shophetim* qui signifie *Juge*, & c'est ce qu'on nomme ici *Roi*.

(b) Les Anciens donnoient ce nom aux deux Montagnes situées, l'une en Espagne nommée



Il a donc navigé avec une flotte de soixante navires à 50 rames chacun, qui portoient trente mille tant hommes que femmes, des vivres & diverses provisions.

Après avoir levé l'ancre & employé deux jours à dépasser les Colonnes, nous avons nommé (d) *Thymiatæron*, la première Ville que nous avons fondée, au dessous de laquelle il y a une vaste plaine.

De là tirant à (e) l'Ouest, nous sommes venus à (f) *Soloente*, Promontoire de Libye tout couvert d'arbres, où ayant bâti un Temple à Neptune, nous avons porté à l'Est, & après une demi-journée de navigation, nous sommes arrivés à un Etang peu éloigné de la Mer, sur lequel il y avoit quantité de grosses Hirondelles: on voyoit aussi des Eléphants & beaucoup d'autres bêtes sauvages qui païssoient en cet endroit. Un jour nous ayant suffi pour passer cet Etang, nous avons fondé des Villes maritimes sous ces noms, (g) *Caricon-teichos*, (h) *Gytte*, (i) *Acra*, (k) *Melitta* & (l) *Arambye*.

Ayant

mée *Calpé*, & l'autre en Afrique appelée *Abyla*, que la Mer sépare & qui font le Déroit de Gibraltar.

- (c) C'est à dire de Phéniciens d'Afrique, car les Anciens donnoient à l'Afrique le nom de Libye.
- (d) Ce mot Grec signifie *Encensoir*: le mot Phénicien ou Hébreu qui y répond est *Machâch*, qui étoit peut-être le nom qu'Hannon avoit donné à cette ville; car il n'y a nulle apparence qu'un Carthaginois fondant des villes leur eût imposé des noms Grecs.
- (e) Pour éviter apparemment quelque Cap, ou plutôt pour arriver à l'extrémité de celui qui est nommé immédiatement après.
- (f) Le mot Grec est *Σολοέντα*, que les versions Latines ont changé en *Solunte*.
- (g) Ces deux mots Grecs signifient *Muraille de peu de valeur*: les mots Phéniciens qui y répondent sont *Chomâb zolél*, ou *nekâl*, ou *bazûi*, ou *mibzéb*, ou *mkléb*.
- (h) *Gitta* étoit aussi le nom d'une ville de la Palestine; par conséquent ce mot est Phénicien aussi bien qu'Hébreu.
- (i) Ce mot Grec signifie *Forteresse* le mot Phénicien ou Hébreu qui y répond est *Misghâb*.
- (k) *Melitta* ou *Melissa* est le nom de l'*Abeille* ou *Mouche à miel* en Grec: le mot Hébreu ou Phénicien est *Déborâb*.
- (l) Ce mot paroît être forme du mot Phénicien ou Hébreu *Aram* qui est un nom d'honneur, d'après lequel la Syrie a été nommée *Aramie* & les Syriens *Araméens*.



Ayant ensuite remis en-mer, nous avons abordé au grand fleuve de (*m*) *Lixos*, qui descend de la Libye, le long duquel les (*n*) *Nomades Lixites* faisoient paître leurs troupeaux. Nous étant liés réciproquement d'amitié, nous avons fait quelque séjour avec eux.

Au delà de leur terre demeurent les (*o*) *Ethiopiens*, peuple inhospitalier, dont le pays est rempli d'animaux féroces, & coupé par de hautes (*p*) *Montagnes*, d'où l'on prétend que sort le *Lixos*, & qui, à ce qu'on dit, sont habitées par les (*q*) *Troglodytes*, gens d'une figure étrange, lesquels, au rapport des Lixites, courent plus vite que les chevaux.

Ensuite étant accompagnés des (*r*) *Interpretes* que ces Lixites nous avoient donnés, & portant au Sud nous avons rasé pendant deux jours une Côte déserte. De là tournant à l'Est, nous avons navigé une journée, & trouvé dans le fond d'une espece de Golphe une petite Isle de (*s*) *cinq stades* de tour, dans laquelle nous avons laissé du monde pour l'habiter, & nous l'avons nommée (*t*) *Cerné*. Suivant
notre

(*m*) Ce fleuve est très-bien connu; il y a à son embouchure une ville du même nom, qui depend du Royaume de Fez en Barbarie; on appelle communément l'un & l'autre *Larache*.

(*n*) Le terme de *Nomade* d'où est venu celui de *Numide* qui étoit le nom d'un peuple Africain voisin de Carthage, signifie *Beiger*, *Pasteur* de troupeaux.

(*o*) Les *Ethiopiens* des Anciens étoient tous les peuples Noirs qui habitoient la partie de l'Afrique située entre la Mer Atlantique & la Mer Rouge, depuis la Nigritie jusqu'à l'Océan Méridional.

(*p*) Les *Montagnes* d'Ethiopie ne pouvoient être celles d'où sortoit le *Lixos*, puisqu'il sort des Monts *Erysi* ou *Erysis*, qui sont dans le Royaume de Fez; mais les Anciens croyoient que tous les Fleuves d'Afrique venoient de l'Abyssinie.

(*q*) Ce ne pouvoit pas être les vrais *Troglodytes* qui habitoient vers la Mer Rouge, d'où nos Carthaginois étoient encore bien éloignés; mais les Grecs donnoient ce nom à tous les Peuples qui demeuroient dans des cavernes; & les Phéniciens ou les Hébreux les appelloient *Suchjim*.

(*r*) Hannon prit ces *Interpretes* chez les Lixites, ce qui prouve que ceux-ci parloient la même langue que les Carthaginois, c'est à dire le Phénicien ou l'Hébreu.

(*s*) Cinq stades sont 625 pas ou 3125 pieds; les 8 stades sont le mille Romain.

(*t*) Plinè parle de plusieurs Isles de ce nom. il en place une vers le Golphe Persique, & elle paroît être Madagascar; mais ce n'est pas celle dont il s'agit ici. Cer-

notre estime, à raison de notre navigation, cette Isle doit être opposée à *Carthage*; car la navigation de *Carthage* aux *Colonnes* est égale à celle des *Colonnes* à *Cerné*.

Après cela, ayant passé un (u) grand fleuve appelé *Chretes*, nous sommes venus reconnoître (x) un Étang qui embrasse trois Isles plus grandes que *Cerné*. Il nous a fallu un jour entier pour atteindre le bout de cet Étang, au dessus duquel s'élevaient de (y) très-grandes *Montagnes*, habitées par des hommes sauvages, vêtus de peaux de bêtes féroces, qui à coups de pierres nous ont repoussés & empêché de débarquer.

Nous avons gagné ensuite un autre (z) grand & large Fleuve, qui étoit plein de Crocodiles & d'*Hippopotames*. Alors (a) retournant

III

re dernière est l'Isle de *Cerné* dont il marque le gisement (au rapport de Polybe) à 8 stades, ou 1 mille Romain du Continent vis à vis du *Mont Atlas*, à l'extrémité de la *Mauritanie*. Elle étoit à trois journées de navigation du Fleuve *Lixus* ou *Lixus*, & aussi éloignée du Détroit de Gibraltar que l'étoit *Carthage*, suivant l'estime d'Hannon. Mais je doute de la justesse de cette estime, parce qu'ils ne comptoient les distances que par le nombre des journées de navigation: en effet *Carthage* est plus éloignée du Détroit que le Détroit du grand *Atlas*, je disle grand, car le petit en est encore plus proche; & cette Isle de *Cerné* étoit une des Isles *Canaries* ou *Fortunées*, & pouvoit être celle qu'on appelle aujourd'hui *Gratiosa*, qui est petite, mais très-fertile & dont le séjour est fort agréable. Le nom de *Cerné* qu'on lui donnoit n'étoit pas Grec d'origine, quoique quelques Lexicographes prétendent que *Κέρνα* s'est dit pour *securis*, une hache. Mais c'étoit une corruption du nom que les Phéniciens lui avoient donné, soit qu'ils l'eussent tiré de *Kéren*, une Corue, ou *Promontoire*, ou de quelque autre mot approchant.

- (u) Je croi que nos navigateurs ont atteint le *Biledulgerid*; car ce grand Fleuve *Chretes* me paroît être le *Buzedor*.
- (x) Cet Étang & ses trois Isles peuvent très-bien s'expliquer du Fleuve *Albus* ou Fleuve Blanc, lequel se partage en trois branches qui forment deux grandes Isles: & la troisième est apparemment comptée depuis le Fleuve *Buzedor* jusqu'au premier bras de l'*Albus*, ou depuis son dernier bras jusqu'à la première branche de celui qu'on appelle *Rio de los Cavallos*. Et le nom d'*Étang* a pu être donné au lit de l'*Albus* d'où sortent ses trois bras qui embrassent les Isles.
- (y) On reconnoît ces grandes *Montagnes* dans celles qui sont vers les sources de l'*Albus* & le long de son lit au Midi.
- (z) Ce grand fleuve plein d'*Hippopotames*, ou de Chevaux fluviaux, étoit manifestement la rivière de *los Cavallos* qui a été ainsi nommée pour le même sujet.



en arriere, nous sommes revenus à *Cerné*; & de là ayant mis douze jours à dépasser (b) une Côte au Sud, que les *Ethiopiens* occupoient entièrement, lesquels paroissoient effrayés de nous voir, & parloient un langage que nos Interpretes Lixites n'entendoient point; enfin le dernier jour, c'est à dire le douzieme, nous avons pris terre sous des (c) Montagnes fort élevées & couvertes d'une Forêt dont les arbres ont le bois odoriférant & de diverses couleurs.

Ayant employé deux jours à faire le tour de ces Montagnes, nous nous sommes trouvés dans (d) un immense enfoncement de la Mer, d'un côté duquel le Continent forme une plaine où l'on voit pendant la nuit briller par intervalles de grands feux & d'autres moindres.

Après avoir fait aiguade (e) en cet endroit, nous sommes allés en avant le long du rivage pendant cinq jours; au bout desquels

Ppp 2

nous

- (a) On demande quelle raison avoient ces navigateurs, de retourner à *Cerné* pour aller en avant. Il me semble qu'on peut répondre, en supposant qu'après avoir quitté *Cerné*, les Carthaginois entrèrent successivement dans les Fleuves dont ils parlent, & ayant fait le tour des Isles de l'*Albus* & de *Rio Carallos*, ils revinrent naturellement à *Cerné*, qui étoit dans le fond d'un Golphe, & apparemment à l'embouchure de quelques-uns de ces fleuves.
- (b) Comme nos navigateurs ne cessioient de raser la Côte, ils étoient obligés de suivre toutes les sinuosités; c'est ce qui fait qu'ils font douze jours à faire le tour d'une Côte au Sud qui pouvoit être le *Cap de Barbis*, car le nom d'*Ethiopiens* qu'ils donnent aux habitans, marque qu'ils avoient atteint la *Nigritie*: ainsi il n'est pas étonnant que ces *Noirs* eussent un langage particulier & inconnu aux Interpretes Lixites.
- (c) Je croi qu'ils désignent par ces Montagnes le *Cap Blanc*, dans le Royaume de *Gualata*. Les arbres de bois odoriférant dont ils parlent, devoient être des cedres; peut-être n'y en a-t-il plus, mais ce n'est pas une raison pour qu'il n'y en ait pas eu dans un tems si reculé.
- (d) Il n'y a point de doute qu'après avoir tourné le *Cap Blanc* on trouve le commencement du *Golphe d'Arguin*, que nos navigateurs ne traverserent point, mais qu'ils reconnoissent aisément, ainsi que la forme du Continent qu'ils côtoyoient. A l'égard des feux qu'ils y virent, les gens du pays étant peut-être des Bergers, entrenoient ce feu pendant la nuit pour écarter d'eux & de leurs troupeaux les Lions & autres bêtes feroces dont ce pays-là est rempli, & qu'on ne peut mettre en fuite que par ce moyen.
- (e) C'est à dire à l'entrée de ce *Golphe d'Arguin*, qui est le même dont *Hannon* cô-

toye

nous avons trouvé un grand Golphe que nos Interpretes appelloient *Hesperu Ceras*. Dans ce Golphe étoit (f) une Isle, dans cette Isle un Lac marin, & dans ce Lac une autre Isle. Nous y étant rendus, le jour on n'y voyoit autre chose qu'une Forêt; mais la nuit il y avoit beaucoup de feux allumés, & nous entendions jouer de la flûte, sonner de la cymbale, battre du tambour, & crier une infinité de gens. C'est pourquoi, tout épouvantés que nous étions, & nos Devins nous exhortant à quitter cette Isle, nous nous sommes retirés promptement, & avons côtoyé (g) *Thymiamaton* qui est une région enflammée, d'où sortent des torrens de feu qui se jettent dans la Mer; l'ardeur de la terre y est si violente, qu'on n'y sauroit marcher sans se brûler. Nous avons aussi abandonné à la hâte cet endroit, & après quatre jours de navigation nous ne laissions pas de voir encore pendant la nuit cette terre toute en feu. Mais au milieu de ces feux il en paroissoit un fort élevé & plus grand que les autres; il touchoit aux astres à ce qu'il sembloit. C'étoit, comme on le voyoit de jour, (h) une très-haute Montagne appelée (i) *Theon Ochema*.

En

toye ensuite le rivage dans toute son étendue, & auquel on dit que les Interpretes Lixites donnoient le nom d'*Hesperu Ceras*; mais ce nom qui signifie *Corne de l'Ouest* ou *du Couchant*, étant purement Grec, il y a bien plus d'apparence que le nom qu'il auroit reçu des Phéniciens, & que les Interpretes rendoient aux Carthaginois, étoit un nom Hebreu ou Phénicien, tel que *Mabarâh-Kéren*.

(f) Que dans une Isle il y ait un Lac & dans ce Lac une autre Isle, ce n'est pas une chose fort merveilleuse, non plus que d'y voir la nuit des feux allumés par des Bergers, & d'entendre ces Bergers jouer de divers instrumens & faire grand bruit.

(g) *Thymiamaton* signifie une *Cassiolette*, une chose qui fume & où il y a du feu, ce qui convient assez à la région enflammée que les Carthaginois côtoient, parce qu'il y avoit sans doute un Volcan; & cette region étoit apparemment une ou plusieurs des Isles du Cap Verd, parmi lesquelles il se trouve encore celle de *Fuogo* ou l'*Isle du Feu*, qu'on nomme ainsi à cause de si n Volcan qui jette continuellement des flammes. Le nom de *Thymiamaron* est purement Grec: celui qui y répond en Hebreu est *Keiboreth* que les Phéniciens avoient pu donner à ce Volcan.

(h) On voit dans l'*Isle de St. Antoine*, l'une des Isles du Cap Verd, deux Montagnes qui ne sont gueres moins hautes que le Pic de l'*Isle de Teneriffe*. Ce feu que les Carthaginois virent si élevé au dessus des autres venoit peut-être de l'une de ces deux Montagnes, ou d'une autre pareille qui pouvoir être soit dans l'*Isle de l'uo-*

En trois jours de navigation ayant passé ces torrens de feu, nous avons gagné (k) le Golphe nommé *Notu Ceras*, dans le fond duquel est une Isle comme les précédentes, ayant de même un Lac, & dans ce Lac une autre Isle habitée par une nation sauvage. Il y a beaucoup plus de femmes que d'hommes. Elles ont le corps tout velu, & nos Interpretes les nommoient (m) *Gorilles*. Nous étant mis à les poursuivre, nous n'avons pu prendre aucun homme, car ils se sauyoient tous à travers les précipices qu'ils franchissoient aisément, & nous accabloient de pierres. Mais nous avons pris trois femmes; & comme elles faisoient trop de résistance à ceux qui les entraînoient, les mordant & les déchirant, nous les avons (n) tuées, & ayant pris leurs peaux nous les avons apportées à Carthage.

P p p 3

No-

go, soit dans quelqu'autre que son Volcan & les tremblemens de terre auroient fait abîmer depuis, comme il est arrivé de nos jours à une de ces mêmes Isles.

- (i) Ce nom Grec signifie *le Chariot des Dieux*; terme heureux pour exprimer un Volcan qui sembloit toucher aux astres. Le nom équivalent en Hebreu ou Phenicien étoit *Kadhôsch baghalâb*, ou autres semblables.
- (k) On voit par là qu'après avoir quitté les Isles du Cap Verd, les Carthaginois vinrent en trois jours au *Cap Verd* même, qui est nommé avec raison *la Corne du Sud* ou du *Midi* (car c'est ce que signifie *Notu ceras*), parce qu'en effet ce Cap étant le plus occidental du Continent de l'Afrique, regarde directement le Pole Austral. Mais le nom de *Notu Ceras* étant Grec, il est à croire qu'il n'est que le representatif de celui de *Temân-Kéren* que les Pheniciens avoient imposé à ce Cap.
- (l) La Carte du Cap Verd montre que le fleuve *Sénégal*, qui tire son origine, comme le *Niger*, du Lac Borno, ayant reçu la riviere de *loro*, se partage en deux grands bras, qui forment d'abord une Isle très-vaste; mais dont l'un produit ensuite deux autres branches qui forment entr'elles une seconde Isle au dedans de la premiere.
- (m) C'est ainsi que la relation les nomme, & non pas *Gorgones* ni *Gorgades*, comme l'ont dit les auteurs qui ont cité le Voyage d'Iannon. Au reste ce n'est point en memoire de ces *Gorilles* hommes & femmes, qu'on a donné le nom de *Gorée* à une Isle que les François possèdent à trois lieues du Cap verd. Le vrai nom de cette Ile est *Goérée* qu'elle a reçu des Hollandois lorsqu'ils en étoient les maîtres; & ils lui ont peut-être donné ce nom pour quelque rapport qu'ils auroient trouvé entre elle & une autre Isle de *Goérée* située dans le Sud de la Hollande.
- (n) Cette action ne doit pas se prendre de la part des Carthaginois, chez qui les sacrifices d'hommes & d'enfâns étoient en usage dans les grandes calamités.



Notre navigation (o) s'est bornée là, parce que les vivres nous manquoient (p).

V. *Navigation, faite par Himilcon le Carthaginois dans le même tems que la précédente.*

Pline, au Livre II. Chapitre 67. de son histoire, ayant parlé de la navigation d'Hannon tout autour de l'Afrique, ajoute qu'Himilcon (aussi Carthaginois) fut envoyé dans le même tems pour reconnoître les bords extérieurs de l'Europe: *sicut ad externa Europæ noscenda missus eodem tempore Himilco.* Avienus Festus, doit avoir aussi parlé de cette navigation d'Himilcon dans sa traduction en vers Latins de la Périégèse de Denys, c'est à dire de sa Description de la Terre: mais cet ouvrage d'Avienus ne se trouve point dans la Bibliothèque du Roi. Et ce qu'il y a de plus fâcheux, est que la relation du Voyage d'Himilcon, moins heureuse que celle d'Hannon son compatriote & son contemporain, n'est parvenue vraie, ou fausse, ni entière ni mutilée, ni en original ni traduite, jusqu'à nous.

VI. *Navigation, faite par Polybe vers l'an du Monde 3889, & avant l'Ere Chrétienne 146.*

Il y a eu dans l'antiquité plusieurs personnages du nom de *Polybe*; mais Plin nous est garant que celui dont il s'agit ici, est le célèbre historien Grec, né à Mégalopolis l'an du Monde 3829, & avant J. C. 206. Lycortas son pere, Chef de la République des Achéens, ayant été envoyé en ambassade à la Cour de Ptolémée Epiphanès Roi d'Egypte, le jeune Polybe l'y accompagna. Depuis il fut député lui-même en Thessalie pour porter le decret des Achéens au Consul Marcius qui y faisoit la guerre. Ensuite les Romains ayant fait enlever & conduire à Rome plus de mille Citoyens des plus considérables de la Ligue Achéenne, il fut du nombre de ces illustres Bannis. Sa réputation
qui

(o) Il paroît évidemment que leur navigation s'est bornée au Cap Verd.

(p) Ils ne firent donc pas comme les Pheniciens de Nechao, qui s'arrêtoient pour semer des grains, & ne partoient qu'après la moisson.



qui l'y avoit précédé, lui procura la connoissance & l'amitié de Q. Fabius & de P. Scipion l'Emilien ou le jeune Africain, tous deux fils du fameux Paul Emile, mais adoptés l'un par Q. Fabius, l'autre par P. Cornelius Scipion fils de Scipion l'Africain, dont ils avoient pris les noms. Au bout de quelque tems les Bannis ayant eu la liberté de retourner dans l'Achaïe, Polybe y fut employé au service de sa Patrie. Mais après y avoir rétabli la tranquillité, il revint à Rome, se lia de nouveau avec Scipion, & le suivit en Afrique lorsqu'il alla mettre fin à la troisième Guerre Punique par la destruction de Carthage l'an du M. 3889, & avant J. C. 146.

Ce fut précisément dans cette circonstance, comme Pline nous l'apprend au *Livre V. Chapitre 1.* de son histoire, que Polybe reçut de Scipion une flotte pour aller reconnoître l'enceinte de l'Afrique, & qu'il rapporta que depuis le Mont Atlas vers le Couchant il y avoit des forêts remplies de bêtes féroces engendrées dans l'Afrique. C'est tout ce que Pline dit en cet endroit, de la navigation de Polybe: mais plus loin (*Livre VI. Chap. 31.*) il cite un autre passage de sa relation où il disoit que l'Isle de *Cerné* étoit à 8 stades (ou un mille Romain) du Continent, vis à vis du Mont Atlas situé à l'extrémité de la Mauritanie. Et dans un troisième endroit (*Livre VIII. Chap. 16.*) où il traite des Lions, il ajoute deux remarques tirées du rapport de Polybe compagnon d'Emilien; l'une que ces redoutables animaux ne faisoient aucun mal aux vieilles gens, sachant que les vieilles gens n'ont pas la force de donner la chasse aux bêtes sauvages; & l'autre qu'il y avoit eu des Villes d'Afrique assiégées par les Lions, tellement que les habitans les ayant repoussés & en ayant tué autant qu'ils avoient pu, lui Polybe & Scipion lui-même avoient vu plusieurs de ces Lions qu'on avoit mis en croix pour intimider les autres.

Tout ce qu'on peut dire de la navigation de Polybe est qu'elle n'a point été au delà de la Côte Occidentale d'Afrique: car il dit au Livre III. Chap. 37. de son histoire, que „comme personne de son „tems ne pouvoit assurer si l'Ethiopie dans laquelle se joignoient l'Asie „&



„& l'Afrique, étoit une suite du Continent qui s'étendit de là vers le
„Midi, ou si la Mer l'entouroit; de même on n'avoit aucune connois-
„sance de tout ce qu'il y avoit entre le Tanaïs & Narbonne.“ D'où
l'on peut inférer qu'il n'avoit pas même poussé sa navigation jusqu'au
Cap de Bonne-Espérance, ni même jusqu'au Cap Verd, après lequel
le Continent de l'Afrique va toujours en diminuant jusqu'au Cap de
Bonne-Espérance qui en fait l'extrémité; de sorte que comme par cet-
te raison la Mer y va toujours en s'aggrandissant, il lui auroit été faci-
le de juger qu'elle finiroit par surmonter tout à fait le Continent & par
conséquent à l'isoler, ce qui en feroit trouver le bout. Au même Li-
vre Chapitre 57, Polybe en parlant de son devoir d'historien, ajoute:
„Quelques-uns demanderont peut-être pourquoi ayant beaucoup par-
„lé de différens lieux situés en Afrique & en Espagne, nous n'avons
„rien dit du Détroit qui est aux Colonnes d'Hercule, de la Mer exté-
„rieure & de sa nature, des Isles Britanniques, de la fabrique de l'é-
„tain & des métaux d'or & d'argent d'Espagne; sujets sur lesquels on
„dit quantité de choses qui se contredisent. Pour nous, nous les
„avons passées sous silence, non pas pour avoir cru qu'elles apparte-
„noient peu à l'histoire; mais en premier lieu afin de n'être pas obli-
„gés d'interrompre notre narration, & de faire perdre le fil de l'histoi-
„re à ceux qui s'attachent à suivre les faits; & en second lieu, parce
„que nous avons résolu de parler de toutes ces matieres, non par-ci
„par-là ni en passant, mais séparément, en tems & lieu convenable,
„& que nous ferons tout notre possible pour les expliquer selon la vé-
„rité.“ Et ensuite au Chapitre 58: „Nous dirons pourquoi cette
„partie de l'histoire a le plus besoin d'être remaniée de nouveau, &
„rapprochée de la vérité. Car comme la plupart des historiens, pour
„ne pas dire tous, ont tâché de décrire les parties les plus reculées
„du Monde connu, la nature des lieux & leur situation; & que la plû-
„part aussi sont tombés dans beaucoup d'erreurs, on ne doit point les
„passer sous silence; il faut les réfuter, non simplement en passant &
„en peu de mots, mais au long & tout exprès; & les réfuter néan-
„moins sans blâmer les auteurs ni leur en faire des reproches, méri-
„tant

„tant plutôt qu'on les loue en corrigeant ce qu'ils ont ignoré, & qu'on
 „leur fasse la justice de croire qu'ils auroient eux-mêmes corrigé &
 „changé plusieurs choses dans leurs écrits s'ils avoient vécu jusqu'à nos
 „jours. Car dans les tems reculés vous trouverez peu de Grecs qui
 „aient entrepris de se procurer avec tout le soin nécessaire la connois-
 „sance des extrémités de notre Globe, parce que toute commodité leur
 „manquoit pour cela, en ce qu'il y avoit de trop grands périls sur
 „les Mers pour les navigateurs, & qu'il n'y en avoit gueres moins
 „pour ceux qui voyageoient par terre. Que si quelqu'un poussé par
 „la nécessité, ou même de son plein gré, étoit allé au bout du monde,
 „il n'en auroit pas été plus avancé, car il y a mille choses dont on ne
 „peut pas être spectateur, parce que quantité de lieux sont barbares,
 „d'autres deserts; & pour celles qu'on a vues, il est bien difficile de
 „les connoître, faute de savoir les langues. Que si quelqu'un au con-
 „traire avoit connoissance des lieux, la plus grande de toutes les difficul-
 „tés étoit de trouver un de ces voyageurs qui eût assez de modestie &
 „de bonne foi pour écarter avec mépris les fictions de prodiges & de
 „choses surnaturelles, pour préférer la vérité au mensonge, & pour
 „raconter ce qu'il avoit vu sans y rien ajouter du sien. Comme donc
 „dans les siècles reculés la vraie connoissance de ces choses ne pouvoir,
 „je ne dirai pas, sans difficulté, mais même absolument point s'acquérir :
 „si les auteurs ont commis quelques omissions ou quelques fautes con-
 „tre l'exaëtitude, ils méritent moins d'être censurés que d'être loués &
 „admirés pour avoir su ce qu'ils ont su dans un tel tems, & préparé
 „la voye à ceux qui sont venus après eux. Mais, quant à notre siècle,
 „depuis qu'Alexandre a conquis l'Asie, l'Empire des Romains a fait
 „connoître à tout le monde les autres parties de la Terre, surtout lors-
 „que ceux qui étoient chargés des affaires publiques, se trouvant quel-
 „quefois de loisir, rencontroient des occasions favorables pour être
 „exaëttement instruits de ces choses. Il est donc naturel qu'on les sa-
 „che aujourd'hui mieux & avec plus de vérité que quand on les igno-
 „roit. C'est ce que nous tâcherons de montrer lorsque l'occasion se
 „présentera de discourir sur ces matieres dans cet ouvrage, & nous



„demanderons l'attention de ceux qu'elles intéressent, pour qu'ils en prennent une parfaite connoissance. Car lorsque nous nous sommes exposés à tous les dangers & les travaux qu'il nous a fallu surmonter dans notre voyage d'Afrique, d'Espagne, de la Gaule, & de la Mer extérieure, dans les endroits où elle baigne les Côtes de ces Pays-là, notre principal but a été de corriger les Anciens, à qui ces régions n'ont pas été bien connues, & en même tems de découvrir aux Grecs ces parties de notre Globe.“

C'est tout ce que j'ai trouvé dans Polybe, de relatif à sa navigation. Il est à croire qu'il en avoit fait la relation soit dans quelque Livre suivant, ou peut-être dans un ouvrage séparé, puisque Pline en parle comme s'il l'avoit lue. Mais tout ce qu'avoit écrit Polybe étant perdu à l'exception des cinq premiers Livres de son Histoire & de quelques morceaux des douze Livres suivans, dans lesquels cette relation ne se trouve point, il y a toute apparence qu'elle a aussi péri; ce qui est d'autant plus fâcheux que Pline est le seul des Anciens qui l'a connue, & que ce qu'il a dit de sa navigation se réduit presque à rien.

VII. *Navigation, d'un Marchand Espagnol, vers l'an du Monde 3917, & avant l'Ere Chrétienne 118.*

L. Cœlius Antipater Historien Latin assûroit, à ce que dit Pline dans son Histoire, Livre II. Chap. 67, qu'il avoit connu un Marchand qui alloit commercer d'Espagne jusqu'en Ethiopie. Cœlius étoit contemporain des Gracques, comme on le voit dans Valere Maxime Livre I. Ch. 7. §. 6; ce qui m'a servi à fixer l'époque de la navigation de cet Espagnol. Mais l'Histoire de Cœlius étant perdue, nous ne savons de cette navigation rien de plus que ce qu'en dit Pline.

VIII. *Navigation, faite par Eudoxe du tems de Ptolémée Lathurus Roi d'Egypte, vers l'an du Monde 3946, & avant l'Ere Chrétienne 89.*

Cornelius Népos, dont nous avons les Vies des grands Capitaines Grecs & Romains, avoit fait plusieurs autres ouvrages qui ne sont point

point venus jusqu'à nous. C'étoit dans quelque'un de ces ouvrages perdus, qu'il avoit parlé de la navigation dont j'ai à traiter ici, de sorte que la mémoire en auroit péri avec eux, si Pomponius Mela, & après lui Pline, ne nous l'eussent conservée.

„Au tems de nos peres, dit Mela, un certain Eudoxe fuyant „Lathyrus Roi d'Alexandrie, sortit du Golphe Arabique & vint par „l'Océan, comme Népos l'assure, jusqu'à Gadès . . . Sur cette „route il y a des Peuples qui connoissoient si peu le feu avant l'arrivée „d'Eudoxe, & à qui son usage fit tant de plaisir, qu'on les voyoit embrasser les flammes & mettre dans leur sein des matières ardentes jusqu'à ce qu'ils sentissent qu'elles leur faisoient du mal.“

Voici ce que dit Pline dans son Livre II. Chapitre 67: „Népos „Cornelius rapporte qu'un certain Eudoxe qui vivoit de son tems, fuyant „le Roi Lathyrus, sortit du Golphe Arabique, & navigea jusqu'à Gadès.“ Au Livre VI. Chapitre 30. il ajoute: „Avant Ptolemée Lathyrus Roi d'Egypte, il y avoit des Peuples à qui l'usage du feu étoit „inconnu.“

Ptolemée *Lathyrus* ou *Lathurus*, qui avoit aussi le surnom de *Soter*, fut détrôné l'an du Monde 3934, & avant l'Ere Chrétienne 101, Mais ayant remonté sur le Trône 12 ans après, tous ceux qui avoient contribué à sa déposition n'eurent garde de s'exposer à ses ressentimens: & comme il y a apparence qu'Eudoxe étoit du nombre, voilà ce qui m'a engagé à prendre pour l'époque de sa navigation l'année du rétablissement de Ptolemée.

IX. *Navigation, de plusieurs Indiens, l'an du Monde 3973, & avant l'Ere Chrétienne 62.*

Les trois anciens auteurs qui nous ont fourni des lumières sur la navigation précédente, sont ceux qui nous en fourniront encore sur celle-ci: je parle de Cornelius Népos, de Pomponius Mela & de Pline.

Ce que le premier a dit de cette dernière navigation étoit apparemment une suite de ce qu'il avoit dit de l'autre, car ni l'une ni l'autre



ne se trouvant dans ce qui nous reste de cet auteur, il est à croire que ces deux navigations étoient dans le même ouvrage, qui comme j'ai déjà dit est perdu. Mais graces aux deux auteurs suivans qui ont profité de cet ouvrage lorsqu'il subsistoit encore, ils nous ont mis en état de savoir assez précisément ce que Népos avoit écrit.

Le rapport qu'en fait Pomponius Mela se trouve au Livre III. Chap. 5. de sa Cosmographie Latine déjà citée. Il suffira d'en donner ici fidèlement la traduction. „On a douté autrefois de ce qu'il y „avoit au delà de la Mer Caspienne, si c'étoit le même Océan, ou „une terre infestée par le froid, non entourée d'eau, & d'une étendue „sans bornes. Mais outre que les Physiciens & Homere ont dit que „tout le Globe de la Terre étoit environné de la Mer, Cornelius „Népos, plus récent & par conséquent d'une autorité plus sûre, a dit „aussi la même chose. Il en cite pour témoin Q. Metellus Celer, com- „me l'ayant ainsi rapporté, assurant que quand il présidoit dans les „Gaules en qualité de Proconsul, le Roi des Suèves lui avoit fait pré- „senter de plusieurs Indiens; & que leur ayant demandé d'où ils étoient „venus en ces terres, il avoit reconnu que la violence des tempêtes les „avoit amenés des Mers Indiennes, & qu'ayant fait ce grand trajet, ils „avoient pris terre aux Côtes de la Germanie.“

Pline rapportant le même fait après Mela, ne l'a point copié, comme on pourroit le croire, puisqu'il commence par nous apprendre que l'ouvrage de Népos d'où il l'a tiré, traitoit de la Géographie, ce que l'autre n'avoit point observé. Voici la traduction de son passage qui est au Livre II. Chap. 67: „Le même Népos, au sujet de ce qui envi- „ronne le Septentrion, rapporte que Q. Metellus Celer qui fut Colle- „gue de C. Afranius dans le Consulat, mais qui pour lors étoit Procon- „sul de la Gaule reçut du Roi des Suèves en présent des Indiens, qui „navigeant depuis l'Inde pour cause de commerce, avoient été entraî- „nés par les tempêtes jusqu'en Germanie. Ainsi les Mers entourant „de tous côtés le Globe qu'elles divisent, nous enlèvent une partie du „Monde, & il n'y a point de chemin ouvert soit d'un côté soit de l'autre.“

Nous

Nous avons dans l'Histoire de notre Académie pour l'année 1745, un Mémoire de feu Mr. Pelloutier qui traite précisément de la navigation dont il s'agit. Il y donne une explication très-satisfaisante du passage de Mela. Il prouve 1°. Que *Metellus Celer*, qui fut Consul avec Afranius l'an de Rome 694, c'est à dire l'an du Monde 3975 & avant J. C. 60, avoit été Proconsul des Gaules deux années auparavant, savoir l'an de Rome 692, qui étoit l'année après le Consulat de *Cicéron*, & celle dans laquelle Rome eut pour Consuls *D. Junius Silanus* & *L. Licinius Murena*; & qu'ainsi ce fut dans cette même année, c'est à dire l'an du Monde 3973, & avant J. C. 62. que *Metellus* reçut du Roi des Suèves les Indiens en question.

2°. Il recherche qui étoit ce Roi des Suèves, & donne de très bonnes raisons pour faire voir que ce n'étoit ni *Lindorme* Roi fabuleux des Goths, ni *Maroboduus* Roi très-réel à la vérité, mais antérieur tout au moins de 50 ans à *Metellus*: enfin il lui paroît fort vraisemblable que ce Roi des Suèves étoit *Arviuste*, qui se trouvoit depuis 10 ans dans les Gaules, où il avoit été attiré avec une armée de 15 mille Germains, par les Séquanois qui étoient en guerre contre les Eduens. Il dit que comme ce Roi faisoit venir continuellement de nouveaux renforts d'Allemagne pour sa défense, au point que quatre ans après lorsqu'il livra bataille à Jules César, son armée montoit à 120 mille hommes; il est aisé de conjecturer comment & à quelle occasion les petits Rois d'Allemagne qui lui envoyoient de toutes parts des Troupes auxiliaires avoient pu lui faire parvenir en même tems les Indiens en question, qui ayant échoué à l'embouchure du Rhin ou de l'Elbe avoient été réduits en servitude suivant le droit alors usité parmi les Barbares. Il ajoute qu'*Arviuste* souhaitant avec ardeur d'acquérir l'amitié des Romains, dont il n'ignoroit pas les dispositions favorables à l'égard des Eduens, & qu'il sentoit être les seuls auxquels il ne pût faire tête, c'étoit une raison suffisante pour l'engager à faire présent de ces Indiens au Proconsul des Gaules. Ensuite il convient que Jules César ni les autres auteurs qui font mention d'*Arviuste* ne l'appellent jamais Roi des Suèves, ni autrement que Roi des Germains; mais il prouve qu'il étoit effectivement du

nombre de ces Germains qu'on appelloit *Suèves*, du mot Allemand *Schweiffen*, être errant, parce qu'ils n'avoient aucune demeure fixe, & que leurs usages ne leur permettoient pas de séjourner plus d'un an dans une contrée, pour y habiter.

3°. Il examine enfin qui étoient ces Indiens, & il n'est du sentiment ni de Mr. *Huet* qui les a pris pour des Norwégiens ou des Scirofinnes, ni de *Vossius* qui les a crus des Marchands Bretons. Il dit que c'étoient de vrais Indiens, c'est à dire des Noirs selon la pensée de Mela; mais il soupçonne que ces Noirs étoient des Marchands qui venant de l'Afrique Occidentale pour commercer dans la Méditerranée par le Détroit, avoient été jettés par un violent vent de Sud dans la Mer d'Allemagne; & il fonde cette conjecture sur ce que l'Afrique avoit ses Indiens, c'est à dire des Peuples colorés, qui n'avoient pas les cheveux crépus, mais longs, & tels sont aujourd'hui les Abyssins.

Nous n'avons rien à ajouter aux raisons de Mr. *Pelloutier*. Elles méritent d'être lues dans son Mémoire: ainsi le Lecteur fera bien de ne s'en pas tenir au court extrait que j'en ai donné.

X. *Navigation, de plusieurs Espagnols, l'an du Monde 4038, & le 3. de l'Ere Chrétienne.*

Plin est le seul qui parle de cette navigation. Au Livre II. Chapitre 67. de son histoire, parlant du Golphe Arabique qui est la Mer Rouge, il dit que *Cajus César*, fils d'Auguste; commandant sur cette Mer, y reconnut les pavillons de plusieurs vaisseaux Espagnols qui y avoient fait naufrage: accident qui ne pouvoit être arrivé à ces bâtimens que parce qu'ils avoient fait le tour de l'Afrique, soit en sortant de la Méditerranée par le Détroit de Gibraltar, soit en s'embarquant sur l'Océan dans quelque Port de la Côte Occidentale de l'Espagne. Ce *Cajus César* étoit le second des fils de Vipsanius Agrippa & de Julie fille d'Auguste; & il est appelé fils de cet Empereur comme ayant été adopté par lui. Il mourut dans l'Arménie la même année qu'il avoit vu sur la Mer Rouge les débris de la Flotte Espagnole.



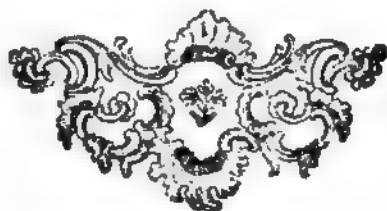
Il ne m'eût pas été peut-être impossible d'étendre encore le fil de ces navigations & de les suivre jusqu'au tems * où les Portugais découvrirent le Cap de Bonne Espérance. On y auroit vu les Normands de Dieppe plus d'un siècle auparavant courir les Côtes d'Afrique, & même avoir déjà des établissemens en Guinée, lorsque les Portugais n'avoient pas fait encore la moindre navigation du côté de l'Afrique. Mais comme j'ai touché cette matiere dans mon Histoire de la Compagnie des Indes imprimée à Paris en 1738, je me contente d'y renvoyer le Lecteur.

• 1486.

CORRECTIONS A FAIRE

DANS LE MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

<i>Page</i> 460		<i>au lieu de</i>	<i>Lisez</i>
<i>Ligne</i> 12.	l'an du Monde	3960.	3946.
	Et avant J. C.	75.	89.
<i>Ligne</i> 13.	l'an du Monde	3981.	3973.
<i>Ligne</i> 14.	Et avant J. C.	54.	62.



DISCOURS

DU SECRÉTAIRE PERPÉTUEL. (*)

L'*Histoire de Brandebourg n'a point d'Epoque semblable à celle qu'on désigne dans l'Histoire de France par le tems des Rois Fainéans. En jettant les yeux sur la vie & le gouvernement des Princes qui, depuis le premier Electeur de cette Maison, ont tenu les rênes de cet Etat, on verra qu'il n'y en a aucun qui n'ait fait ce qu'on pouvoit se promettre des conjonctures où il se trouvoit placé, & du degré de sa puissance. J'ose l'avancer sans la moindre ombre de flatterie: on ne rencontre ailleurs aucune suite semblable de Princes intelligens, prudents, courageux, également respectables dans la bonne & dans la mauvaise fortune. Il semble que la Providence les ait préparés & placés tout exprès dans le tems où ils ont vécu, pour conduire par degrés la grandeur & la gloire de la Monarchie Prussienne, au point où nous étions destinés à la voir parvenir.*

Mais, Messieurs, (& je continuë à suivre les loix les plus exactes de la vérité, j'en appelle à votre conviction, j'en appelle à celle de l'Univers entier, je somme les Ennemis même de FREDERIC de joindre leur suffrage au nôtre) mais tous les Evénemens que notre Histoire offre pendant l'espace de trois Siecles & demi, c'est-à-dire, à compter depuis l'année 1415 où Frédéric I. tige de la Maison aujourd'hui Royale de Brandebourg, parvint à l'Electorat; tous ces Evénemens réunis ensemble, & malgré les Exploits incomparables du Grand Electeur qui s'y trouvent compris, peuvent-ils être comparés avec ce qu'a fait en quatre Lustres le Monarque qui vient de commencer la dernière année d'un demi-siecle de vie? Quel Tableau dans l'Histoire & pour la Postérité que ce Regne & les merveilles qui y abondent à un tel point qu'elles cessent presque de nous paroître telles! Pourra-t-on se persuader ce dont nous serions tentés de démentir nos propres yeux?

Cha-

*) Lu dans l'Assemblée publique du 29 Janvier 1761.



Chacune de nos Assemblées solennelles nous appelle à Vous retenir quelcun de ces coups éclatans & imprévus, qui tirent en quelque sorte la lumière des ténèbres, & la Victoire du sein des revers. Si la force supérieure des Ennemis leur donne de tems à autre des avantages qui semblent sur le point de les conduire à leur but, à l'entier écrasement de la Puissance Prussienne, FREDERIC, plus prompt que l'éclair, & plus redoutable que la foudre, paroît au moment qu'ils s'y attendent le moins, frappe, terrasse, les dissipe, les disperse, rétablit l'équilibre, & reprend même la supériorité sur quatre grandes Monarchies liguées contre lui. La Capitale est au pouvoir des Ennemis; spectacle douloureux & funeste, dont nous conservons un vif souvenir! Mais ne nous en reste-t-il pas un autre, bien propre à effacer l'amertume du premier? Pourquoi ces ennemis qui avoient pris des aîles pour venir nous surprendre, en ont-ils pris de plus rapides encore pour s'éloigner de nous? Pourquoi les a-t-on vu fuir, sans que personne les poursuivît? Nous avons été longtems à en découvrir la cause: mais elle étoit facile à conjecturer. FREDERIC s'avançoit; & ses premiers pas suffisoient pour jeter la terreur dans leur ame. Avoient-ils tort? Vous trouverez la réponse à cette question aux Champs de Torgau. Ce Prince, qu'on disoit entouré & enfermé par ses ennemis, également hors d'état de nous défendre & de se délivrer lui-même, franchit en leur présence l'espace qui le sépare des Etats qu'il vouloit protéger, & de ceux qu'il vouloit reconquérir: une formidable Armée semble enfin lui opposer une digue insurmontable, il l'attaque, il la détruit: il se repose actuellement sur ses Lauriers.

Puisse-t-il cependant, nous ne cesserons de réitérer ce voeu, jusqu'à ce qu'il soit accompli, puisse-t-il n'en plus cueillir! Puisse cette année du Jubilé de sa vie dans laquelle il entre, être un Jubilé réel pour lui & pour nous, l'année de la Paix, d'une Paix glorieuse & durable! Alors, & après avoir obtenu cette grâce du Ciel; Nous lui en demandons une autre, c'est que FREDERIC LE MAGNANIME, je ne connois point de titre qui convienne mieux à notre illustre Monarque, arrive dans la plus constante prospérité au second Jubilé, au Jubilé séculaire de sa glorieuse vie.

E L O G E

D E

MONSIEUR ELLER. (C)

On a bien raison de dire qu'il n'y a point de joye pure. Quand cette vérité ne seroit pas fondée sur une expérience générale & constante, ces jours solelnels nous en fourniroient une des preuves les plus frappantes. L'Académie s'y livre avec raison aux transports d'une vive allégresse, en considérant, tantôt la durée de la vie, tantôt celle du Règne de notre grand Monarque, comme la source la plus assurée de la félicité publique, & le gage le plus précieux de notre bonheur particulier. Mais, par une espee de fatalité, par la loi du sort qui n'est autre chose que la volonté infiniment sage du Souverain Arbitre de nos Destinées, nous ne détournons les yeux de dessus ces objets si attrayans, que pour les jeter sur d'autres vraiment douloureux, & pour déplorer nos pertes qui se renouvellent & s'augmentent chaque année. Combien de dignes & d'utiles Membres de l'Académie n'a-t-elle pas perdu depuis l'époque de son renouvellement, depuis cette journée si brillante que nous célébrions il y a aujourd'hui dix-sept ans? Il semble même que parmi ces pertes, il y en a eu auxquelles on ne devoit pas s'attendre suivant le cours ordinaire de la nature, plusieurs excellens sujets nous ayant été enlevés à la fleur, ou du moins dans la force de leur âge, & lorsque nous espérons d'en retirer encore les fruits les plus précieux. Si cette dernière considération n'est pas précisément applicable à la perte dont nous allons vous entretenir, quoiqu'il eût été possible, & même conforme aux apparences, qu'elle eût encore été différée de quelques années, cette perte cependant est à tant d'autres égards si intéressante pour nous, qu'elle mérite toute no-

tre

(C) Lu dans la même Assemblée.

tre sensibilité, & que nous n'en avons encore guères fait d'aussi douloureuses. La simple exposition des services que Mr. ELLER a rendus aux Lettres & à l'Académie suffira, je ne dis pas pour vous en convaincre, persuadé que vous êtes tous remplis de cette conviction, mais pour montrer à cet Auditoire combien nos regrets sont fondés, & pour perpétuer dans le souvenir de la postérité l'idée d'un des Savans les plus dignes de son estime.

JEAN THEODORE ELLER DE BROCKHUSEN naquit le 29 Novembre 1689 v. st. à Pløetzkau, dans la Principauté d'Anhalt-Bernbourg. Il fut le quatrième fils de *Jobst Hermann Eller de Brockhusen*, dont l'Épouse étoit d'une ancienne famille de Livonie, nommée *Behm*. Il y a déjà quelques siècles que la famille *Eller* a été connue & possessionnée, en partie en Westphalie, en partie dans les Païs-Bas. On trouve même dans les Archives de l'Abbaye de Quedlinbourg, qu'un *Eller* a occupé un poste honorable à la Cour de l'Empereur Henri l'Oiseleur, qui le fit Chevalier. Ce qu'il y a de certain, c'est que plusieurs de cette famille ont été dans le service militaire avec distinction. Le Pere de M. ELLER étoit lui-même dans le cas, & n'avoit quitté les Troupes de Hanovre qu'à la Paix de Nimègue, pour se retirer d'abord à Magdebourg, & ensuite à Pløetzkau, Bailliage dont le Prince d'Anhalt lui avoit confié l'administration.

Le jeune ELLER reçut une bonne éducation. La première teinture des connoissances humaines lui fut donnée par des Précepteurs dans la maison paternelle. Il prit ensuite des leçons de M. *Eckart*, alors Recteur du Collège de Quedlinbourg: & se trouvant en état d'aller à l'Université, il se rendit à celle de Jena en 1709. Il se destinoit à l'étude du Droit; & dans cette vûe, il s'attacha à Mrs. *Gerhard*, *Beck*, *Syrbius* & *Stolle*. Un penchant naturel s'opposoit à cette destination; les leçons mathématiques du vieux *Hamberger* le développèrent: elles inspirèrent à M. ELLER le goût de la Physique, qui produisit à son tour celui de la Médecine. On n'acquiert de véritable habileté, beaucoup moins d'habileté distinguée, que quand on cultive son talent: &



il y auroit beaucoup plus de fujets recommandables, s'il n'y en avoit pas tant de déplacés.

Mrs. *Teichmeyer*, *Elevogt* & *George Wolfgang Wedel*, guiderent les premiers pas du nouveau disciple d'*Esculape* : mais il sentit bientôt qu'ils ne suffisoient pas pour le mener jusqu'au bout de la carrière académique. Outre que leurs leçons n'embrassoient pas toutes les parties de cette vaste science, la plus compliquée peut-être & la plus inépuisable de toutes, (ce qui, pour le dire en passant, devoit rendre méprisables, & même punissables, ceux qui pratiquent la Médecine avec les connoissances les plus superficielles,) outre cela, dis-je, il manquoit alors à Jena un secours des plus essentiels, c'est l'Anatomie, & surtout l'Anatomie réelle, ou les dissections, qui font l'un des meilleurs Livres où le Médecin puisse apprendre à traiter des maladies, qu'il ne sauroit guérir sans connoître le corps où elles résident. Après avoir resté deux ans à Jena, M. ELLER le quitta pour passer quelque tems à Halle; mais, s'il y étendit & perfectionna ses connoissances à d'autres égards, il n'y trouva pas encore ce qu'il desiroit en fait d'Anatomie. Il se rendit à Leyde où l'appelloient en quelque sorte par leur célébrité, Mrs. *Albinus* le vieux, le Professeur *Senguerd*, & l'immortel *Boerhaave*. Le sort de ces Messieurs n'étoit pourtant pas proprement l'Anatomie; & Leyde n'avoit alors dans ce genre qu'un vieillard de 80 ans, *Bidloo*, qui n'étoit plus en état de faire des démonstrations publiques. C'est ce qui conduisit, encore dans l'Automne de 1712. M. ELLER de Leyde à Amsterdam, où il trouva enfin ce que l'Europe avoit alors de plus distingué dans l'Anatomie & dans la Chirurgie, en la personne de M. *Rau* & dans l'admirable Cabinet du célèbre *Ruysh*. Il seroit superflu de dire, avec quelle attention, avec quelle avidité, ces enseignemens furent saisis, & ces objets plutôt dévorés que considérés par M. ELLER, après une aussi longue attente, & un desir aussi vif. Pendant ce tems là *Bidloo* mourut, & M. *Rau* fut appelé à remplir sa place de Professeur d'Anatomie à Leyde. M. ELLER lui étoit trop fortement attaché pour s'en séparer: il le suivit, & fit les dissections publiques sous lui en qualité de Professeur jus-



jusqu'en 1716. Il soutint au mois d'Avril de la même année une Thèse publique sans Président, sur la structure & l'usage de la ratte.

Après des études continuées si longtems & avec tant de soin, M. ELLER fit un tour dans les Provinces Septentrionales de la Hollande, & revint en Allemagne, pour s'y enterrer, si j'ose ainsi dire, dans les Mines de la Saxe & du Haritz. Il n'ignoroit pas combien il importe à celui qui veut connoître la Nature, de l'étudier dans ses cachettes les plus profondes, & de se faire de justes idées des richesses souterraines & des opérations secrètes, qui servent de base à la Métallurgie & à la Chymie.

Pour se dédommager en quelque sorte du tems qu'il avoit passé sous la terre, M. ELLER se mit à en parcourir la surface, & commença ses voyages. Autant qu'il est inutile de voyager, sans avoir d'autre but que de pouvoir dire le reste de sa vie qu'on a parcouru telles & telles contrées, autant ces voyages sont-ils essentiels à ceux qui, ayant acquis des principes, & un fond de connoissances, veulent voir les objets rares & les hommes célèbres, de la vûe & du commerce desquels ils peuvent se promettre des avantages réels. Après avoir visité Strasbourg, & y avoir entendu l'habile *Salzmann*, M. ELLER entra en France, & se rendit par Montpellier & Lyon à Paris. Le nom de cette Capitale reveille celui d'une foule d'hommes célèbres qu'elle nourrit toujours dans son sein. Ceux à qui notre voyageur rendit les premiers hommages, furent Mrs. *Hecquet*, *Astruc*, *Helvetius*, *Jussieu*, *du Verney*, & *Winslow*. Il se perfectionna sous ce dernier dans l'Anatomie pendant un hyver entier. Tous ces savans virent en M. ELLER un sujet digne de leur estime & de leur confiance, dont ils lui donnerent les marques les plus satisfaisantes.

Quelques utiles que fussent leurs entretiens & leurs leçons, deux Ecoles plus instructives s'offroient à l'attention d'un homme qui n'aimoit à en croire que ses yeux, & à se déterminer que d'après les directions de la Nature même. Ces deux Ecoles peuvent aussi être appelées des Théâtres perpétuels de toutes les infirmités humaines, où



les maladies se présentent sous toutes leurs faces, & où l'art peut employer sur elles toutes ses ressources. On reconnoit à ces traits l'Hôtel Dieu, & l'Hopital Général, nommé autrement la Salpêtrière. Mr. ELLER les fréquenta de la manière la plus assidue; & cela le mit en liaison avec M. de la Peyronie, alors premier Chirurgien, Mrs. Thibault, Morand & du Pont. Il leur donna des preuves si frappantes de sa dextérité dans les opérations chirurgiques, qu'ils lui permirent de faire sur divers sujets la section latérale qu'il avoit apprise de son Maître, M. Rau, & dont il s'acquittoit aussi bien que lui.

En cultivant une partie des talens qui font le grand Médecin, il ne négligeoit pas les autres. La Chymie sur tout l'occupoit beaucoup; elle le fit connoître avantageusement de Mrs. Groffe, Lemery, Bolduc & Homberg; leurs Laboratoires lui furent ouverts, & ils n'eurent rien de réservé pour lui dans un art où l'on se pique si souvent d'être mystérieux.

Il seroit difficile à quiconque cherche à s'instruire de quitter la France, si l'Angleterre ne lui offroit pas une nouvelle moisson de connoissances. Ces deux Royaumes sont depuis longtems dans une rivalité véritablement balancée à cet égard; plutôt à Dieu que jamais ils n'en eussent éprouvé d'autre, & que ce fût la seule application possible de ce Vers de l'Auteur de la Henriade:

Londres fut de tout tems l'émule de Paris.

Chefelden, l'un des plus grands Opérateurs de ce siècle, venoit d'être appelé à Londres. M. ELLER brûloit du désir de le connoître. Il fit le trajet de Calais dans la compagnie de Mylord Peterbourough, & séjourna quinze mois sur les bords de la Tamise. Il vit Chefelden, & ne fut pas moins satisfait des liaisons qu'il contracta avec le Docteur Mead, Mrs. Hanckewitz, Hawksbee, Douglas, Desaguliers & Sloane. Faut-il ajouter qu'il n'auroit pas cru, malgré tout cela, avoir vu l'Angleterre, s'il n'avoit salué & vénéré le grand Newton?

Il quitta Londres au mois de Janvier 1721, revint en Hollande, & sans s'y arrêter, se rendit par Breme & Hambourg dans sa Patrie.

A' pei-



A peine y fût-il arrivé que son Souverain, le Prince *Victor Frédéric d'Anhalt-Bernbourg*, le déclara Médecin de sa Cour, & Physicien, comme on parle en Allemagne, de sa Résidence, avec des Appointemens considérables. Cet établissement avantageux le fit penser à un autre. Il se maria au mois d'Octobre avec Mlle. *Catherine Elisabeth Burckhard*, de laquelle il eut plusieurs enfans que la mort enleva tous en bas âge. La Mere les suivit en 1751.

Un Médecin de l'ordre de M. ELLER n'étoit pas fait pour passer sa vie dans une ville aussi peu considérable que Bernbourg. M. le Lieutenant-Général de *Stille*, instruit de sa capacité, l'attira à Magdebourg: & l'ayant fait connoître au feu Roi de glorieuse mémoire, l'engagea à faire pendant le cours d'un hyver, aux Chirurgiens d'Armée qui se trouvoient dans cette ville, des Démonstrations anatomiques, dans un appartement de la Citadelle qu'on avoit adapté à cet usage. M. ELLER s'étant très bien acquitté de cette tâche, fut appelé à la fin du mois de Février 1724 à Poitzdam, où S. M. lui ordonna d'aller donner des leçons, & faire des démonstrations, dans le grand Théâtre anatomique qui venoit d'être érigé à Berlin, le déclarant en même tems successeur d'un Médecin hors de combat, Mr. le Docteur *Mentzel*, qui avoit été chargé de la garnison & de la contrée de Magdebourg. Cet arrangement fut de courte durée. Le Roi, Prince doué d'une singulière pénétration, & que le simple coup d'oeil decidoit souvent de la maniere la plus sûre, avoit trop goûté Mr. ELLER pour l'éloigner de lui. Au bout de quelques mois, & avant la fin de la même année 1724, S. M. le déclara Conseiller de la Cour, Professeur du College Royal Medico-Chirurgique, qui venoit d'être fondé à Berlin, Doyen perpétuel du College Supérieur de Médecine, Médecin de l'Armée & du grand Hôpital de Frédéric. On comprend aisément que ces Places réunies produisoient des Appointemens proportionnés, & rendoient le sort de M. ELLER très avantageux.

Il se montra digne des bienfaits d'un grand Monarque, en cherchant à les reconnoître par de nouveaux services. Il s'étoit convain-



vaincu dans le cours de ses propres études, comme nous l'avons vu, que la meilleure Ecole du Médecin est le lit de ses malades, pourvu qu'il y apporte l'esprit d'observation & la sagacité que demande un art où l'on tient entre ses mains le fil des Parques. Il faut voir & bien voir, ou plutôt il faut avoir longtems vu & bien vu, avant que d'oser dicter des arrêts de vie & de mort. Les maladies sont des Protées; quiconque ne les a pas suivies dans toutes leurs métamorphoses, fera des méprises honteuses pour lui & funestes à ses malades. M. ELLER dressa un Plan très avantageux à la Médecine pratique; le Roi l'approuva, & en confia l'exécution à l'un de ses Ministres, Mr. de Katsch. En vertu de ce Plan, on commença vers la fin de 1726 une fondation importante, qui parvint bientôt à son entière consistance, & qui, encore aujourd'hui, fait un honneur infini à ceux qui en ont conçu & réalisé l'idée, c'est le grand Lazaret, dit *la Charité*.

Il seroit trop long de rapporter en détail tout ce que M. ELLER fit pour s'attirer de plus en plus la bienveillance de son Auguste Maître, l'estime & la considération du public, la confiance de ceux qui lui demandoient leur guérison, & la reconnoissance de ceux à qui il accordoit son secours. Il ne m'appartient pas d'apprécier les talens d'un grand Médecin, mais il me semble que la voix publique me dispense d'insister sur ceux de M. ELLER. Il avoit réuni de bonne heure le savoir à l'expérience: & ce qui me paroît décider surtout de son mérite, il n'en étoit que plus circonspect & plus prudent. Un Médecin dangereux immole bien des victimes à l'éclat d'une seule cure brillante: il ne se met gueres en peine de grossir le Nécrologe, ou le Martyrologe de ses malades, pourvu qu'il arrive à ses fins. M. ELLER alloit lentement & sûrement: il ne pensoit qu'à guérir, & guérissoit. Cette sagesse est bien nécessaire à tous les Médecins, puis qu'assurément il n'y a point d'*ames viles*: mais elle l'est surtout à ceux qui répondent en quelque sorte des jours les plus précieux, de ceux de leurs Maîtres & du salut de l'Etat qui y est attaché. Nous ne connoissons pas l'usage barbare des Nations qui envoient le Médecin à la suite du Prince qui est mort entre ses mains; mais cet usage seroit-il tou-

toujours un trait de barbarie? M. ELLER n'auroit couru aucun risque à cet égard: il ne pouvoit pas empêcher les Dieux de la terre de mourir, parce qu'ils sont mortels: mais il a toujours été reconnu comme tout à fait propre à soutenir en eux la nature jusqu'au terme inévitable de sa destruction. Aussi avons nous vu le Roi défunt lui accorder la confiance la plus intime jusqu'à sa fin, & malgré la certitude infaillible de cette fin prochaine. La Reine Mere a été dans les mêmes idées & dans les mêmes sentimens: & toute l'Auguste Famille Royale a pensé semblablement. Si l'âge de M. ELLER ne lui a pas permis d'être attaché à la personne du Roi dont la conservation fait à présent l'objet de nos vœux, il en a reçu des marques de bonté & des distinctions aussi satisfaisantes que glorieuses. Aux titres & aux fonctions de premier Médecin du Roi & de la Cour, & de Médecin Général de l'Armée, que *Frédéric Guillaume* avoit conféré à M. ELLER en 1735. *FREDERIC LE GRAND* a joint en 1755. celui de Conseiller privé, qui est le plus éminent auquel on puisse arriver dans cette carrière.

Laissions à présent le savant Médecin, pour nous occuper du digne Académicien: relation sous laquelle l'illustre défunt nous intéresse beaucoup davantage. L'approbation bien méritée dont le feu Roi honora M. ELLER, engagea la Société des Sciences à faire une acquisition qui lui étoit si avantageuse à tous égards: & elle l'aggrégea au nombre de ses Membres le 12. de Septembre, 1735. Il n'y a point d'Académie au monde à laquelle M. ELLER n'eût fait honneur: mais il faut convenir que la Société Royale avoit une double raison de lui donner son suffrage; elle avoit encore un besoin plus pressant de gens accrédités que d'habiles gens. Nous avons déjà eu plus d'une fois occasion de parler de ses tems nubileux: ils l'auroient peut-être été bien davantage, si M. ELLER n'eut paré plus d'une fois les coups fâcheux qui la menaçoient; & il avoit en cela l'avantage d'agir de concert avec le Ministre qui étoit revêtu du caractère de Protecteur de l'Académie, & dont nous avons fait, il n'y a pas longtems, l'Eloge avec l'effusion de la plus vive reconnoissance. M. ELLER mérite de la partager, parce qu'ayant l'entière confiance de ce Ministre, & un libre accès au

Throne, il a toujours compté au rang de ses premiers devoirs celui de rendre à l'Académie tous les services qui dépendoient de lui. Le Roi le mit en droit & en situation de les redoubler, lorsqu'il daigna lui conférer la place de Directeur, à laquelle *M. Jablonski*, alors Président de la Société, déclara dans l'Assemblée du 27. Octobre 1735. que S. M. avoit jugé à propos de le nommer. L'Académie Impériale des Curieux de la Nature auroit oublié le nom qu'elle porte; si elle avoit négligé de s'associer M. ELLER. C'est aussi ce qu'elle fit au mois de Décembre 1738, en lui donnant, suivant l'usage établi dans cette Compagnie, le nom d'*Euphorbe*.

Lorsque l'Académie vit succéder aux jours sombres dont nous venons de parler, les jours les plus brillants, & qu'elle eût trouvé dans son Souverain même un Protecteur qui l'associa, si j'ose ainsi dire, à sa gloire, M. ELLER seroit demeuré confondu avec les Académiciens ordinaires, s'il n'avoit eu de quoi s'en distinguer par d'autres endroits non moins honorables pour lui. Indiquons en le principe en un seul mot. M. ELLER aimoit l'Académie: il avoit pour elle une affection dont il seroit à souhaiter que les exemples fussent plus fréquens dans tous les Corps: & cette affection a été la source de l'assiduité constante avec laquelle il a fréquenté nos Assemblées, sans que les progrès de l'âge, ni le nombre de ses occupations, aient pu l'en détourner, non plus que du soin qu'il a pris de nos affaires oeconomiques, & de la régularité avec laquelle il lisoit des Mémoires, qui font un des principaux ornemens de nos Volumes. Je n'ajouterai qu'un mot là dessus: il vaut une démonstration. Nous nous souvenons tous combien *M. de Maupertuis* aimoit l'ordre & exactitude: nous pouvons retrouver ses principes à cet égard dans le beau discours sur les devoirs de l'Académicien qu'il nous adressa, & qui a été inséré dans ses Oeuvres. Il falloit un degré de perfection bien considérable pour remplir l'idée que notre Président s'étoit formée d'un véritable Académicien, & pour obtenir son approbation à pur & à plein. Or je l'ai vû plus d'une fois aller bien au delà de la simple approbation par rapport à Mr. ELLER, être pénétré, si je puis ainsi dire, de son mérite acadé-
que,



quë, & ne päs trouver des expressions assez fortes, pour lui rendre toute la justice qu'il méritoit. Aussi n'a-t-il cessé de lui donner les marques les moins équivoques de l'Estime la plus distinguée, & d'une véritable vénération.

A' ce goût décidé & dominant pour l'Académie, M. ELLER joignoit un fonds de connoissances, qui le mettoit en état d'entretenir nos Assemblées sur des sujets intéressans & variés, qu'il traitoit en Maître. On peut sans exagération le mettre au nombre des Savans universels: & s'il s'est attaché, comme il le devoit, d'une façon plus particulière aux matieres qui étoient du ressort de sa profession, il a souvent prouvé qu'il n'y en avoit aucune qui lui fût étrangere. Sa belle Bibliothèque suffiroit seule pour faire foi de ce que nous venons d'avancer: on y trouve un assortiment judicieux de ce qu'il y a de meilleur dans tous les genres; & l'on sait que cette Bibliothèque n'étoit point l'ouvrage de l'ostentation, mais qu'elle entroit dans le plan habituel de ses occupations favorites. S'il y avoit quelque chose qu'il aimât peut-être plus que les Livres, c'étoit les Curiosités naturelles, & les Instrumens de Physique expérimentale, dont il avoit aussi formé une collection précieuse. Il avoit en particulier la sagacité, la dextérité, la patience, toutes les qualités nécessaires, pour faire de bonnes observations & des expériences délicates: selon toutes les apparences il auroit été même beaucoup plus loin à cet égard, si sa vie avoit été moins remplie qu'elle ne l'a été.

Cette vie, car il est tems de nous approcher de sa fin, s'est étendue aux bornes ordinaires prescrites par la Nature, au delà de septante ans. M. ELLER étoit d'une constitution vigoureuse, & qui s'est assez bien soutenue jusqu'au bout. Mais les meilleurs corps s'usent, & s'usent quelquefois plus vite que des corps délicats, parceque ceux qui les possèdent, comptant trop sur leur force, ne les ménagent pas assez. La vie de M. ELLER avoit réuni le double inconvénient d'un travail fort appliqué, & de ce genre de dissipation, auquel ne peut se soustraire un homme connu & couru, que tout le Monde s'em-

presse à recevoir chez soi, & à traiter de son mieux. Quelques indispositions qui se manifestotent dans les dernières années, & qui devenoient plus fréquentes, ou plus longues, à mesure que ces années s'accumuloient, annonçoient le déclin, mais ne menaçoient pas d'une catastrophe aussi prochaine. Soit bonté de tempérament, soit zèle pour l'Académie, nous avions le plaisir de voir revenir M. ELLER avec le même empressement, & toujours le plutôt qu'il lui étoit possible, à nos Assemblées. Il assista encore à celle du Jeudi qui précéda sa mort de trois jours. Le lendemain vendredi, après avoir diné chez un ami, il sentit les premières atteintes du mal auquel il a succombé, & dont le siège étoit dans les intestins. Il ne tarda pas à faire le pronostic de son état d'une manière aussi sûre qu'il avoit fait tant de fois celui de l'état de ses malades. Il ne laissa pas d'employer les remèdes ordinaires dans de semblables attaques; & il fut assisté des conseils éclairés & des soins affectueux d'un de ses plus dignes Confrères, M. *Cothenius*, qui l'auroit arraché à la mort, si elle avoit voulu s'en dessaisir, mais qui lui rendit un office bien plus essentiel, en versant dans son âme des consolations & des secours spirituels qui acheverent de le disposer à terminer une carrière honorable aux yeux des hommes par une mort agréable à Dieu & salutaire. Mr. ELLER mourut donc, pour ainsi dire, entre les bras de ce sage ami, & entre ceux d'une Epouse aussi tendrement chérie que digne de l'être, Mlle *Henriette Catherine Rosen*, qu'il avoit épousée en secondes noces en 1753, & qui a comblé de douceur les dernières années de sa vie.

Il paroît superflu de tracer à présent le caractère d'un Homme qui a si bien servi le Roi, le Public & l'Académie. Une pareille conduite suppose nécessairement des principes capables de la produire: & ces principes se trouvoient en effet en M. ELLER. Mais, comme les éloges sont d'autant plus dignes de créance, qu'on ne les fait pas sans restriction, & que les ombres entrent nécessairement dans la composition des plus beaux Tableaux, nous ne ferons pas difficulté de dire que M. ELLER joignoit aux qualités les plus estimables quelques uns
des

des défauts inséparables de l'humanité. Au lieu d'en faire l'énumération, il suffira d'en indiquer la cause ou la source, c'est qu'il se laissoit aller avec trop de facilité aux premières impressions d'un tempérament fort vif, & qu'on pourroit nommer tout à fait inflammable. Les plus grands Philosophes ne sont pas toujours maîtres de réprimer les saillies & les fougues d'une Machine dont l'impétuosité du sang accélère le jeu & les opérations. Avec cela un homme toujours occupé, & toujours distrait de ses occupations, ne sauroit se maintenir dans le calme qui accompagne les désœuvrement ou la solitude. On a plutôt dit & fait certaines choses qu'on ne les a vues & préméditées. De là donc des états momentanés, qu'il faut plutôt imputer au corps ou aux circonstances qu'à l'ame & à une volonté déterminée. Je pourrois faire entrevoir à cette occasion dans le lointain un nuage qui a obscurci pendant quelque tems la sérénité des jours de M. ELLER, & dont l'Académie a été affligée, parce que tout ce qui sème la désunion dans un corps, tourne à son dommage, & diminue plus ou moins la considération à laquelle il prétend. Mais tous les procédés qui naissent de la passion, doivent être soigneusement ensevelis dans la nuit d'un éternel silence. L'étude des sciences & la recherche de la vérité ne sauroient nous rendre infailibles ni impeccables; il seroit seulement à souhaiter qu'elles nous rendissent meilleurs, & que nous les rapportassions constamment à ce but.





E L O G E

D E

MR. LE COMTE DE PODEWILS. (*)

HENRI, COMTE DE PODEWILS, Ministre d'Etat, de Guerre & du Cabinet, Chevalier de l'Ordre de l'Aigle noir, Seigneur de Suckow, Hasenfier, Fredersdorff, Bollensdorff, Vogelsdorff, Janwitz, Lantow, Gros & Klein Quæsdow, naquit à Suckow en Poméranie, Terre appartenante à son Pere, & vint au monde le 3. d'Octobre v. st. 1695.

La famille de *Podewils* est une des plus anciennes & des plus illustres de la Poméranie. Tous les Historiens de cette Province en font foi, & s'accordent à déposer que les anciens Ducs de Poméranie, les Cours de Prusse, de Dannemarck & de Hanover, ont eu de tout tems à leur service des personnes de cette famille, qui étoient des sujets d'un grand mérite, & qui ont été employés dans les Charges les plus distinguées (**).

Nous ne faisons pas ici leur Histoire: ainsi nous ne croyons pas devoir remonter plus haut que l'Ayeul du Comte. Il se nommoit *Adam de Podewils*. Il montra beaucoup de zèle pour les intérêts de l'auguste Maison de Brandebourg, avant la paix de Westphalie, & dans ces tems où la Poméranie, depuis la mort de son dernier Duc, *Bogislas XIV.* n'avoit pour ainsi dire, point de Maître, & où la Suède fai-

(*) Lu dans l'Assemblée publique du 4. Juin 1761.

(**) Voyez *Micælius* dans sa Chronique de Poméranie, la *Pomerania Diplomatica* de Rango, Vockenius dans un Fragment qu'il a donné de l'Histoire de Poméranie, le Traité de *raris rebus Prussicis* par *Harknoch*, & l'Histoire de *Frédéric Guillaume*, Electeur de Brandebourg, par *Puffendorff*.



faisoit tous ses efforts pour garder cette Province. Le grand Electeur le récompensa de ses services, en l'élevant aux dignités de Conseiller privé d'Etat, & de Président de la Chambre de Poméranie; postes qu'il a remplis avec honneur jusqu'au bout d'une carrière aussi longue qu'illustre, ayant atteint sa 84 année.

Henri de Podewils, frere d'*Adam*, mérite bien que nous fassions une digression en sa faveur. Il tient un rang trop honorable dans l'Histoire de son siècle, pour ne pas trouver place ici, comme l'un de ceux qui ont le plus contribué à l'illustration du nom qu'il portoit. Il avoit servi dès sa premiere jeunesse sous le fameux Bernard de Saxe-Weymar, après la mort duquel il entra dans les Troupes de France, & eut un Chef encore plus propre à former de grands Capitaines, l'immortel Turenne. Mr. de *Podewils* devint bientôt Brigadier, & ensuite Maréchal de Champ: titre auquel on joignit celui de Major-Général de la Cavalerie, qui n'a été usité que cette seule fois dans le service de France. Louis XIV le lui conféra par une distinction particuliere, en le comblant de plusieurs autres bienfaits, & en lui accordant les Lettres de Naturalisation. Il voulut même l'honorer du Bâton de Maréchal, & la Religion seule y mit obstacle. Le généreux Guerrier refusa un honneur qu'il ne pouvoit acquérir qu'aux dépens de sa conscience; mais comme la France entretenoit alors des liaisons étroites avec la Cour d'Hanover, il obtint de passer au service de celle-ci en qualité de Lieutenant Général; ce qui ne fut qu'un échelon pour le conduire aux honneurs supremes de son métier, ayant été Maréchal-Général des Troupes Hanovriennes, Chef du Conseil de Guerre, & Gouverneur de la Capitale.

Revenons à la tige de laquelle le Comte de *Podewils* étoit issu. Son Ayeul, que nous avons déjà fait connoître, hérita des biens de son frere *Henri*, & continua la branche de Crangen, une des plus considérables & des plus distinguées de la famille. *Adam* eut pour fils *Ernest Bogislas*, né en 1651. Celui-ci fut d'abord Chambellan de l'Electrice, & Capitaine des Gardes du grand Electeur, sous lequel il fit



fit diverses Campagnes dans les glorieuses expéditions de ce Prince en Poméranie. Mais les instances de son Oncle l'attirerent au service de Hanover. Ayant obtenu de son Maître la permission d'y passer, il fut Colonel Commandant des Gardes du Corps de l'Electeur *Ernest Auguste*. Il se trouva en 1693 à la sanglante bataille de Neervinde, & y fut blessé dangereusement à la tête, tout à côté du Prince Electoral, depuis *GEORGE I.* Roi de la Grande Bretagne. Cette blessure l'obligea de quitter le service, & de se retirer sur ses Terres en Poméranie, où il est mort en 1718. Il avoit épousé Mademoiselle de *Dewitz*, fille ainée du Lieutenant Général de ce nom, Gouverneur de Colberg, Colonel du Régiment du Corps Cavalerie, & d'un Bataillon d'Infanterie en Garnison à Colberg.

C'est de ce mariage qu'est né *HENRI*, dont nous faisons l'Eloge: & ce que nous venons de dire de son Origine fait voir qu'il a été dans le cas de ceux qui, ayant hérité d'un grand nom, bien loin de le ternir, en rehaussent l'éclat. Le jeune *PODEWILS* fut très-bien élevé. Son Pere qui étoit dans l'opulence, avoit établi une espece d'Académie, dans celle de ses terres où il faisoit son séjour ordinaire. Des hommes d'Etat & de Guerre d'un mérite distingué, qu'on a vu sortir de ce Lycée, en font suffisamment connoître le prix. Tels ont été *M. de Muffow*, le Ministre d'Etat, & *Mrs. de Kalfow & de Krockow*, le premier Lieutenant Général, & le second Général Major.

M. DE PODEWILS, & son frere qui est à présent Général-Major au service de Sa Majesté, ayant profité avec tout le succès possible d'un Etablissement fondé pour eux, allerent continuer leurs études à Halle en 1714. Cette Université avoit alors des Professeurs très célèbres, *Mrs. Thomafius, Ludwig, Bahmer* &c. Les deux freres y resterent jusqu'en 1716, après quoi ils se rendirent à Leyde, où *Mrs. Vitrinarius, Noedt, s'Gravefande*, Docteurs non moins renommés, les mirent en état de perfectionner leurs connoissances.

Après avoir épuisé en quelque sorte la science des Universités, une science plus vaste, & vraiment inépuisable, s'offrit à leurs recherches,

ches, la science du Monde, & surtout celle de ce Monde politique; dont les Dédales tortueux échappent quelquefois aux connoissances les plus étendues, & à l'expérience la plus consommée. Mrs. de *Podewils* ayant quitté Leyde en 1717, se rendirent à la Haye, & de là dans les principales Villes de la Hollande, pour se mettre au fait de tout ce qui concerne le Gouvernement de cette République, ses Constitutions, ses Loix, ses forces, son Commerce, sa Marine, en un mot pour découvrir les principes de cette prospérité dont les fondemens furent autrefois teints du sang de ces Citoyens magnanimes qui délivrèrent les sept Provinces du joug d'une odieuse tyrannie.

Vers la fin de la même année, nos jeunes Voyageurs entrèrent dans les Pais-Bas. Ils séjournèrent quelque tems à Bruxelles, parcoururent les villes & places fortes les plus remarquables des Provinces Espagnoles aussi bien que de la Flandre Française, & arrivèrent au mois de Novembre à Paris. Cette Capitale qui réunit tant d'objets intéressans, les occupa jusqu'au mois de Juillet 1718; & même ayant fait alors le trajet d'Angleterre, où ils restèrent jusqu'en Septembre, ils revinrent encore à Paris, & ne le quitterent qu'en Novembre. Nous ne les suivrons point dans les différentes Cours qu'ils visiterent ensuite; celle de Lorraine fut la première, il y passerent quatre semaines; puis ils virent Stuttgart & Munich, pour finir par Vienne, où leur séjour fut de six mois. Comme ils revenoient par Dresde en 1719, le Maréchal Comte de *Flemming*, leur parent, proposa à M. de *PODEWILS* l'ainé (*Henri*) d'entrer au service de Saxe, & l'en pressa même. Mais l'ame déjà vraiment patriotique de l'illustre défunt lui fit rejeter les offres d'un premier Ministre, & d'un favori, sous les auspices duquel il auroit pû se promettre un avancement considérable & rapide. Il remercia M. de *Flemming*, & se hâta de regagner sa Patrie avec son frere, très satisfaits tous deux des agrémens qu'ils avoient goûté dans leurs voyages. En Angleterre, le Roi *GEORGE I.* qui avoit honoré leur pere d'une bienveillance toute particuliere, leur fit l'accueil le plus gracieux; & ils furent comblés de politesses par la Duchesse de *Kendal*, &

Mém. de l'Acad. Tom. XVII. Tit par le



par le Baron *de Bothmar*, Ministre d'Etat pour les affaires d'Hanovre, dont *M. de Podewils* le pere avoit été fort particulierement connu. En France le nom du Maréchal, leur grand Oncle, pour qui l'on avoit eu l'estime la plus générale, fit que tout le monde leur témoigna de l'empressement & des attentions. C'auroit été l'occasion la plus favorable pour de jeunes Seigneurs d'un caractère moins solide que le leur, de se livrer aux dissipations, & de se laisser entrainer dans le tourbillon du grand monde; mais ils ne perdirent pas un instant de vue leur objet principal, toujours attentifs à sonder les profondeurs du Gouvernement, à s'initier aux Loix & aux Constitutions du Pais, à acquérir de justes idées du Souverain, (& si celui qui occupoit alors le Thrône de France n'étoit qu'un enfant, le Duc Régent qui le représentoit, méritoit bien qu'on l'étudiât, & qu'on fut avide de pénétrer un des Princes les plus extraordinaires entre les mains desquels l'autorité suprême ait jamais été déposée,) enfin à connoître les principaux Ministres, les Finances, les Intérêts d'un Royaume qui figure depuis si longtems parmi les premieres Puissances de l'Europe. Ce sont de semblables observations qui forment les hommes que la naissance, le génie, le goût & le talent, appellent à jouer dans la suite les premiers rôles dans le Cabinet de leur Maîtres; & dès ce tems là on peut dire que la vocation de *M. DE PODEWILS* étoit bien marquée.

Le pere de *Mrs. DE PODEWILS* étoit mort en leur absence; de sorte qu'immédiatement après leur retour, ils furent obligés de commencer par mettre ordre à leurs affaires domestiques. Etant venus ensuite à Berlin en Juillet 1719, ils furent présentés encore dans le même mois au Roi défunt à Charlottenbourg par *Mr. le Maréchal de Grumkow*. Le Roi les prit aussitôt à son service l'un & l'autre, l'aîné comme Chambellan avec séance dans le Commissariat Général d'alors, & le cadet encore vivant, comme Cornette dans le Corps des Gens-d'Armes. *S. M.* par une distinction peu commune, avoit donné à l'aîné immédiatement après la mort de son pere, & avant qu'il en-



entrât dans aucune Charge, l'Ordre de la Générosité que M. de Podewils le pere avoit eu.

A peine entré en fonction, M. DE PODEWILS fut envoyé en Baviere au commencement de 1720. Il étoit chargé d'une Négociation importante auprès de l'Electeur *Maximilien Emanuel*; & son coup d'essai, par un heureux présage du brillant avenir qui l'attendoit dans cette carrière, fut accompagné d'un plein succès. Le Roi, pour lui marquer sa satisfaction, le nomma Conseiller Privé de Guerre avec de bons appointements, & le fit rentrer dans le Commissariat Général. Au commencement de 1723, le Roi combina ce Commissariat avec le Directoire Général des Finances, de Guerre & des Domaines. Plusieurs Membres des deux anciens Colleges furent placés ailleurs; & ce fut une distinction très gracieuse que de demeurer dans le nouveau Directoire. M. DE PODEWILS eut cet avantage; mais ce fut en quelque sorte à contre-cœur qu'il en profita, car il avoit tourné toutes ses vûes du côté des affaires étrangères, & ne comptoit de se trouver dans son élément que quand on l'appliqueroit à ce Département. Mais un homme éclairé & laborieux est difficilement déplacé; surtout quand il joint au talent le desir de plaire à son Maître. M. DE PODEWILS se livra donc aux fonctions que le Roi lui imposoit, avec autant d'application que si elles eussent fait l'unique objet de ses desirs; & ayant été chargé de plusieurs Commissions épineuses du ressort des Finances, il s'en acquitta de la maniere la plus satisfaisante.

Il sembloit que ce fut là le moyen de demeurer pour toujours attaché à ce genre d'occupations. Mais, soit que le Roi connût son inclination, ou plutôt qu'il démêlât son talent décidé, (& l'on sait que jamais Prince n'a eu plus de pénétration que ce Monarque,) il l'achemina, quoique lentement, vers son objet favori. En 1724, il l'envoya à la Cour de l'Electeur de Cologne, où il eut encore le bonheur, ou pour mieux dire, l'habileté de réussir dans sa négociation, & de

conclure une Convention qui étoit toute à l'avantage du Roi son Maître. De retour, il fallut à la vérité rentrer dans le Grand Directoire; mais ce fut avec la permission de travailler aux Affaires étrangères sous le Maréchal *de Grumbkow*, qui comme Ministre de confiance, avoit pour l'ordinaire plus de part à la Direction de ces affaires, que les Ministres même du Cabinet. Par là M. DE PODEWILS entra dans le secret le plus intime de l'Etat, & profita d'une conjoncture aussi favorable pour aller aussi loin que devoient naturellement le conduire les excellentes dispositions dont la Nature l'avoit doué à cet égard. Ses vœux furent accomplis en 1728; il se vit admis dans la sphère politique pour n'en plus sortir. D'abord il alla résider de la part du Roi à la Cour de Dannemarc en qualité d'Envoyé Extraordinaire. Il se rendit avec le même caractère à Stockholm en 1729, & y resta jusqu'à la fin de Septembre 1730. Le Roi l'ayant alors rappelé, le nomma Ministre d'Etat & du Cabinet au Département des Affaires étrangères, à la place du feu Baron *de Knyphausen*. Ses Collègues étoient le Maréchal *de Borck*, & M. *de Thulemeyer*.

Il se passa sans doute des affaires importantes pendant les dix dernières années de la vie de *FREDERIC GUILLAUME*; & M. DE PODEWILS ne cessa d'y avoir part. Mais elles sont ensevelies dans le secret des Archives d'où il ne nous appartient pas de les tirer. Ainsi nous passons à l'Epoque de la mort de ce grand & sage Prince, qui est en même tems celle où commence le glorieux Regne dont nous sommes les témoins. Dès l'entrée de ce Regne M. le Maréchal *de Borck* tomba dans une maladie dont il ne releva pas, & M. *de Thulemeyer* fut enlevé par une mort subite. Ainsi M. DE PODEWILS se trouva seul Ministre du Cabinet à l'ouverture de la scène d'événements la plus extraordinaire & la plus brillante dont l'Histoire ait fourni des exemples, à l'entrée d'une Guerre qui a changé en quelque sorte la face de toute l'Europe. Ici donc l'histoire de ce Ministre se lie inséparablement avec celle de cette Guerre, de notre siècle, & du grand Mon-



Monarque qu'il a eu l'honneur de servir fidèlement & glorieusement jusqu'à son dernier soupir. Si nous voulions imiter plusieurs Eccrivains, ou même agir à beaucoup meilleur droit qu'eux, nous serions aisément un Volume sur les années qui nous restent à décrire ; mais nous laissons ce droit à l'Histoire, & nous nous renfermons dans les bornes ordinaires de ces Eloges Académiques.

Le Ministre accompagna d'abord son nouveau Souverain dans le voyage qu'il fit en Prusse pour y recevoir l'hommage de ce Royaume. Aussitôt après leur retour, la mort de l'Empereur *Charles VI* donna de l'occupation à tous les Cabinets des Puissances Chrétiennes. Les Droits incontestables de la Maison de Brandebourg sur une grande partie de la Silésie, firent éclater encore avant la fin de l'année une rupture & une guerre, qui s'est depuis renouvelée à deux reprises, & qui dure encore avec la plus grande véhémence. Immédiatement après la Bataille de Mollwitz en 1741, Mr. DE PODEWILS eut ordre de se rendre auprès du Roi en Silésie, il y demeura pendant le reste de la Campagne, & l'année suivante il assista aux opérations dont la Moravie fut le théâtre. Comme, pendant tout le cours de cette glorieuse Guerre, il y eut des négociations importantes sur le tapis, le Roi en confia uniquement le soin à ce Ministre. Il se servit aussi de lui dans la Cérémonie d'éclat qui se fit à Breslau au mois d'Octobre 1741. Les Etats de la Silésie convoqués dans cette Capitale de la Province, y rendirent hommage au Maître sous la domination duquel ils étoient appelés à se ranger. Mr. DE PODEWILS par ordre du Roi les harangua au nom & en présence de S. M. Pour le mettre en état de paroître d'une manière plus brillante dans cette solennité, & pour le récompenser en même tems de ses fidèles services, le Roi lui avoit fait, peu de jours auparavant, la grace de l'honorer du grand Ordre de l'Aigle noir, & de l'élever à la dignité de Comte avec ses freres & son neveu, aussi Ministre d'Etat.



En Février 1742, le Roi étant à Olmütz y manda Mr. DE PODEWILS, qui le suivit de là au quartier Général de *Selowitz*. Mais, lorsqu'au commencement d'Avril le Roi entra en Bohême avec son Armée, Mr. DE PODEWILS fut envoyé à Breslau, pour y entreprendre l'ouvrage salutaire de la Paix, de concert avec Mylord *Hyndford*, Ministre Plénipotentiaire de la Grande Bretagne, chargé pour lors au défaut d'un Ministre Autrichien des pleins-pouvoirs de la Cour de Vienne pour cet effet. Les Articles préliminaires furent signés le 11 de Juin 1742, & les deux Ministres eurent le bonheur & la gloire de conclure, & de signer également le Traité définitif de Paix à Berlin le 28 de Juillet la même année.

Il auroit été à souhaiter que des mesures aussi sages eussent produit un repos durable. Mais le tout ne tarderent pas à reprendre les affaires, & surtout le dessein que la Cour de Vienne avoit formé de détrôner l'Empereur *Charles VII* obligea le Roi de reprendre les Armes pour sauver la liberté de l'Allemagne; & il recommença la guerre avec la Maison d'Autriche vers le mois d'Août 1744. Les succès en furent aussi éclatans que rapides. Deux Campagnes infiniment glorieuses, trois grandes Batailles gagnées, tous les Ennemis du Trône Prussien humiliés, les Etats héréditaires du Roi de Pologne conquis, tout cela ne fut point capable d'éblouir un vainqueur généreux. Au faite des prospérités elles ne servirent qu'à augmenter sa modération. Le Roi donna la paix à ses ennemis, il la dicta dans la Capitale de la Saxe: & cette paix sera un monument éternel de son humanité & de sa sagesse. La gloire dont cet événement rayonne, pour ainsi dire, de toutes parts, réjaillit sur Mr. DE PODEWILS, comme sur le digne Ministre d'un aussi grand Roi. Appelé pour être à portée de saisir les premières ouvertures de négociation, il se rendit au commencement de Decembre 1745, peu de tems avant la bataille de Kesselsdorff, à Bautzen, dans la haute Lusace; & le 19 du mois, il entra à la suite du Roi, dans la Ville de Dresde, où il signa encore au
nom



nom du Roi la fameuse Paix qu'on nomme de Dresde. Cette signature faite par le Ministre Prussien, & par ceux d'Autriche & de Saxe, se fit le 25 Decembre.

La tranquillité publique qui parut alors solidement rétablie, & tous les avantages qui marchent à sa suite, donnerent à l'Etat une splendeur, & à tous les Citoyens une félicité, dont Mr. DE PODEWILS se trouvoit parragé d'une maniere proportionnée à son mérite, à son rang, & à ses services. Mais la-condition humaine est en bute à trop d'accidents, pour qu'on puisse s'y promettre quelque chose de stable. La santé de Mr. DE PODEWILS s'ébranla en 1748, & le dérangement fut assez considérable pour causer des alarmes. Cependant, comme son âge n'étoit pas encore avancé, & que le fond de sa constitution étoit bon, il se rétablit, & s'étant remis à son travail ordinaire, il n'a cessé d'y vaquer jusqu'à la fin de sa vie. Il a eu à la vérité l'avantage d'être secondé depuis 1751, par un digne Collegue, S. E. Mr. le Comte de *Finckenstein*, Ministre d'Etat & du Cabinet, qui se trouve aujourd'hui à la tête du Département. Il n'est pas surprenant que la plus parfaite harmonie ait régné entre deux Ministres, dont la douceur, la sagesse, le zèle pour leur auguste Maître, ont dirigé constamment toutes les démarches; mais il faut ajouter à la louange du défunt, que son esprit insinuant & conciliant l'a fait vivre constamment dans la même union avec tous les Ministres qu'il a plu au Roi de lui associer. A ceux qui ont déjà été nommés ci-dessus, il faut joindre Mrs. de *Borck* & de *Mardefeld*.

Les événemens de la Guerre présente n'ayant pu qu'être douloureux pour un Ministre de Paix, & l'ayant en même tems exposé à quelques fatigues, en l'obligeant à changer de domicile dans un âge voisin de la vieillesse, il eut en 1758 une attaque d'apoplexie; & quoiqu'il parut encore s'en remettre, ou sçait assez qu'après de pareils avertissements, le tems dont on jouit encore ne peut être regardé que
com-

comme un répit. Aussi une rechûte vint-elle le terrasser à Magdebourg, où il étoit allé avec la Cour. Le 30 de Juillet 1760 fut le dernier jour de sa vie: & il emporta au tombeau les regrets du Roi & de la Maison Royale, qu'il avoit si longtems & si dignement servi, ceux de ses égaux avec qui il avoit toujours entretenu des liaisons pleines de douceur, ceux de tout l'État intéressé à la conservation d'un Ministre qui en étoit une des plus fermes colonnes, enfin les regrets publics des personnes de tout ordre qui avoient été à portée de le connoître, je dirois presque, de l'envisager un instant.

En effet jamais personne n'a porté l'empreinte de la bonté, de l'affabilité, de la probité, d'une belle ame, & d'une grande ame, marquée plus distinctement dans tous les traits d'une physionomie agréable & imposante. Il est aisé à ceux qui ont été frappés d'une pareille vue de ne plus s'y méprendre, & de percer à travers ces fausses apparences de politesse & de cordialité, dont les Grands, & surtout les Politiques, tâchent de se revêtir. S'il eût été possible que quelqu'un, autrefois témoin des fameuses négociations de *Mazarin* & de *Don Louis de Haro*, l'eût encore été de celles de *Mrs. de Podewils* & *Hindford*, il auroit bientôt reconnu combien la fausse politique diffère de la véritable; il auroit été convaincu que la ruse & l'artifice sont l'écueil des Traités, au lieu que la candeur & la droiture en sont la base.

Mr. DE PODEWILS réunissoit toutes les qualités qui sont les grands hommes d'État: les lumières, les talens, le zèle, l'application. Il aimoit le travail au delà de tout ce qu'on peut imaginer. Les Archives contiennent plusieurs Volumes, tous de sa propre main: & quand la postérité les consultera pour en tirer l'histoire de ce glorieux règne, les Mémoires de *Podewils* l'éterniseront aussi bien que ses actions.

Les Sciences & les Lettres en conservent aussi le souvenir : & le monument que je lui consacre aujourd'hui, quoiqu'il ne réponde pas à la grandeur du sujet, y contribuera peut-être. L'Académie, en joignant ses regrets à tous ceux dont j'ai parlé, s'acquitte du devoir le plus juste. Mr. le Comte DE PODEWILS a donné à cette Compagnie, & à la plûpart de ceux qui la composent, des marques précieuses de son attachement & de sa bienveillance. Il avoit la principale part à l'érection de cette Société qui précéda le renouvellement de l'Académie, & dont les assemblées furent comme l'aurore des brillantes journées dont nous avons été dans la suite témoins. Depuis ce renouvellement nous avons eu la satisfaction de le voir au milieu de nous, plus souvent qu'on n'auroit dû se le promettre de la part d'un Ministre aussi occupé, & de l'y voir toujours venir avec un véritable air d'intérêt & d'affection. Ainsi la perte que nous avons faite n'est pas, comme dans quelques occasions simplement celle d'un nom illustre qui décoreoit nos listes; c'est celle d'un Académicien digne, si j'ose ainsi m'exprimer, de ce titre, & par l'esprit, & par le coeur.

Mr. le Comte DE PODEWILS avoit été marié deux fois : la première en Février 1721 avec *Charlotte Frédérique de Grumbkow*, fille aînée du feu Maréchal de ce nom. Cette Dame mourut le 15 de Janvier 1724 laissant un fils & une fille. Le fils, nommé *Frédéric Guillaume*, est mort en Silésie à l'âge de 18 ans, Cornette dans le Corps des Gens-d'Armes. La fille, *Sophie Frédérique Albertine*, est mariée à Mr. le Baron de *Fürst & de Kupferberg*, Président de la Chambre Souveraine de Justice (*). La seconde Epouse du Comte fut *Sophie Henriette*, Comtesse de *Schulembourg*, fille du Général-Major de *Schulembourg*, Seigneur de *Lieberose & de Leuthen*, qui avoit été au service de Dannemarc, Gouverneur des Païs d'*Oldembourg & de Delmenhorst*. Cette Dame mourut en 1750. De

quatre

(*) Aujourd'hui Ministre d'Etat.



quatre fils, nés de ce mariage, l'ainé *Frédéric Henri* a précédé le père, qui eut la douleur de le perdre à Magdebourg en 1759, étant déjà Conseiller d'Ambassade; le second *Charles Ernest George* est actuellement dans le même poste; le troisième *Guillaume Adam Otton* achève ses études, & le quatrième *Frédéric Werner*, est Lieutenant des Gens-d'Armes. Une fille du second lit, *Sophie Christine Dorothée*, a pour Epoux Mr. *de Hefeler*, Conseiller Privé d'Ambassade. Tant d'illustres rejettons soutiendront infailliblement la gloire du nom qui leur a été transmis, & fourniront à nos neveux la matière de nouveaux Eloges.





E L O G E

D E

MONSIEUR BECMANN. (*)

BERNARD LOUIS BECMANN nâquit le 18 Janvier 1694, à Bernitz, Village situé près de Dessau, où son pere *Jean Philippe Becmann* étoit Pasteur. Sa famille a des titres littéraires fort honorables, & qui valent bien ce qu'on nomme les Quartiers de Noblesse. *Frédéric Becmann*, ayeul de BERNARD LOUIS, a été un des ornemens de l'Université de Francfort sur l'Oder, où il remplissoit la Chaire de Professeur en Théologie. Il avoit épousé *Catherine Eleonore Bergius*, dont le pere *Jean Bergius* fut Chapelain des Electeurs *George Guillaume & Frédéric Guillaume*, si justement surnommé LE GRAND. *Christian Becmann*, Bisayeul de notre Académicien, avoit été Surintendant, & Professeur à Zerbst: son épouse *Christiane Lasmann* étoit fille de *Jacques Lasmann*, Recteur de l'Ecole de Leipzig. Il ne nous reste qu'à nommer la mere de Mr. BECMANN, *Marie Elisabeth Refe*, fille de *Christian Refe*, Secrétaire des Domaines du Prince *Jean George d'Anhalt*, dont l'Epouse nommée *Brodtmann*, étoit de Zerbst.

Mr. *Becmann* le pere mourut en 1703, & laissa sa veuve chargée de quatre fils & d'une fille. Cette sage mere leur donna une très bonne éducation. Ayant apperçu les dispositions convenables aux études qui se trouvoient dans son fils BERNARD LOUIS, elle l'envoya d'abord au College de Dessau, où il trouva d'habiles Maîtres dans la personne de Mrs. *Rindfleisch & Stubenrauch*. Il avoit un puissant soutien dans la carrière des études en son grand oncle, *Jean*

V V V 2

Chris-

(*) Lu dans la même Assemblée.



Christophe Becmann, aussi Docteur & Professeur en Théologie à Franckfort sur l'Oder. Ce fut par ses avis que le jeune BECMANN entra dans le College de Joachim, où de tems immémorial l'amour des Lettres & celui de la vertu ont été inculqués par les personnes les plus propres à donner de bons préceptes & de salutaires exemples. Dirigé par Mrs. *Volckmann*, *Posthius*, *Meyer*, *Naudé*, & par les autres Professeurs de ce College, Mr. BECMANN y fit tous les progrès qu'on pouvoit se promettre d'un bon esprit & d'une application soutenue. En 1713, il se rendit à Francfort sur l'Oder pour y être initié aux sciences qu'on enseigne dans les Académies. Son grand Oncle, avec Mrs. *Rinck* & *Runckel*, prirent des soins particuliers de lui, & y furent encouragés par la maniere dont il en profitoit.

Dans ce tems là, Mr. *Wolff*, Ecclésiastique & Savant distingué de Hambourg, étoit occupé à la composition d'un ouvrage intitulé *Bibliothèque Hébraïque*, qui lui a fait beaucoup d'honneur. Il demanda à Mr. *Becmann* le Professeur le Catalogue de tous les Livres Hébreux, & des ouvrages des Rabbins qui avoient été imprimés à Francfort. Mr. BECMANN l'Étudiant se chargea de le dresser, & s'en acquitta d'une maniere satisfaisante.

Après avoir été auditeur de Mrs. *Wesefeld*, *Westermann* & *Hermann* pour la Philosophie, & de Mrs. *Strimesius*, *Holtzfus*, *Andrée* & *Ouseel* pour la Théologie. M. BECMANN se trouva en état de communiquer à d'autres les connoissances qu'il venoit d'acquérir, & il obtint en 1718 le poste de Correcteur du College de Cüstrin, qu'il remplit pendant huit ans. Il y donna des preuves de sa capacité qui engagerent les Directeurs du College de Joachim à lui offrir la place de Sous-Correcteur que la mort du Sous-Recteur *Knebel*, & l'avancement du Professeur *Salmuth*, laissoient vacante. M. *Elsner* l'installa dans cette place le 27 Novembre 1726; & le nouveau Professeur fit une Harangue inaugurale sur les avantages que la Religion Chrétienne a retirés de la Langue Latine. Depuis ce tems, Mr. BECMANN s'est consacré presque tout entier aux fonctions de son emploi; & ses services



vices l'ont fait monter par degrés aux places qui ont vagné, favoir en 1734 à celle de Sous-Recteur qu'avoit eue Mr. *Salmuth*, & en 1753 à celle de Con-Recteur dont Mr. *Muzelius* avoit été en possession.

Quoique de semblables postes ne laissent gueres de momens de loisir, Mr. BECMANN sçut en trouver, & les mettre à profit. L'étude des Antiquités de sa Patrie eut des attraits pour lui: & il fit des recherches intéressantes dans ce genre. C'étoit une des occupations les plus propres à le faire désirer dans nôtre Académie, où le Patriotisme doit être à tous égards l'esprit & le gout dominant. Les portes lui en furent ouvertes le 4 Juillet 1748. L'Académie des Curieux de la Nature lui fit le même honneur, ou lui rendit la même justice, en 1758. Ces distinctions sont l'encouragement le plus efficace, & la récompense la plus précieuse pour un homme de Lettres, qui, loin du monde & de toute intrigue, n'aime que ses devoirs, & ne se plaît que dans son Cabinet. Tel étoit l'estimable caractère de Mr. BECMANN: sa vie simple & unie le rend d'autant plus digne de nos Eloges que, pour les obtenir, il s'est contenté de les mériter.

Les travaux scholastiques usent le corps, ou du moins les corps qui ne sont pas d'une trempe excellente. Celui de Mr. BECMANN a paru souffrir de ses occupations habituelles; un asthme fâcheux vint y apporter diverses interruptions, & toutes les fois qu'il retournoit à son travail, son mal s'irritoit. L'empreinte de ces combats, & les signes d'une catastrophe prochaine, se montroient d'une maniere peu équivoque; en sorte que, depuis quelque tems, nous ne pouvions gueres nous flatter de conserver ce digne Confrere. Aussi la mort l'a-t-elle enlevé le 3 de Decembre dernier (1760) par une attaque qui ne l'a tenu que deux jours au lit.

Le College de Joachim a fourni à Mr. BECMANN l'occasion de faire imprimer quelques Programmes & des Harangues. Il en prononça une en 1730 sur le Jubilé de la Reformation d'Augsbourg, & une en 1748 sur la paix de Westphalie. Les Mémoires de notre Académie ont été enrichis de quelques unes de ses Dissertations. Il



avoit entrepris une espèce d'Histoire du Collège, qu'il auroit fait entrer successivement dans un Recueil intitulé *Noctes Joachumicæ*, dont il n'a paru que le premier Volume.

Mais l'objet principal de son attention, & ce qui méritoit en effet de l'occuper, c'étoit une Histoire de la Marche de Brandebourg, dans laquelle il s'étoit proposé pour modele, l'Histoire de la Principauté d'Anhalt, écrite avec beaucoup de succès par son grand Oncle, *Jean Christophle Becmann*. De pareilles tâches demandent des vies entieres; encore ces vies ne suffisent-elles pas quelquefois pour le simple amas de matériaux. Mr. BECMANN répandit son projet en 1743, & il obtint de S. M. qui l'avoit honoré de son approbation tous les Ordres nécessaires pour demander aux Magistrats, & aux Ecclésiastiques des Marches, les rélations & informations propres à contribuer à la perfection de cet ouvrage que l'Auteur intitula, *Description de la Marche historique de Brandebourg depuis son origine*. Il en a paru deux Volumes, *in folio*, le premier en 1751, & le second en 1755. Les troubles de la Guerre ont été un des principaux obstacles à la publication des Volumes suivans.

